La premiére est celle dont nous avons déja fait mention, qui, au rapport de Ptolemée, a été observée à Alexandrie, la nuit du 17 au 18 du mois de *Messori* de l'année 13 de Ptolemée Philadelphe, à 12 heures, c'est-à-dire, à minuit, dans laquelle Venus parut éclipser une Etoile qui est dans l'extrémité australe de l'Aîle de la Vierge, que nous avons jugé être l'Etoile η. Cette observation réduite à nos époques, se rapporte, comme nous l'avons déja remarqué, au 11 Octobre de l'année 271 avant Jesus-Christ, à minuit, ou plus exactement, à 6 heures du matin au Méridien d'Alexandrie.

Calculant pour ce temps le vrai lieu de Venus vû de la Terre, nous l'avons trouvé en ♍ $3^d\ 25'$. Ptolemée supposoit que l'Etoile de la Vierge, qui a été éclipsée par Venus, étoit alors en ♍ $4^d\ 10'$, & nous trouvons, suivant le mouvement que nous attribuons aux Etoiles fixes, qu'elle devoit être en ♍ $2^d\ 29'\ 0''$; ainsi le lieu de Venus que nous avons calculé, se trouve entre ces deux déterminations, plus petit de 45 minutes que suivant Ptolemée, & plus grand de 56 minutes que suivant l'observation, dont il s'écarteroit encore moins, si l'on avoit calculé le lieu de cette Planete pour le 11 Octobre de l'année 272 à minuit, comme il est marqué dans deux différentes éditions latines de Ptolemée, imprimées à Basle en 1551 & 1552.

L'observation suivante, qui est la premiére de celles qui ont été faites par Theon à Alexandrie, est arrivée entre le 21 & le 22 du mois d'*Athir* de la seconde année d'Hadrien, à 6 heures du matin, qui se rapporte au 14 Octobre de l'année 117 après Jesus-Christ, à $4^h\ 8'$ du matin au Méridien de Paris. Le vrai lieu de Venus vû de la Terre, étoit suivant Ptolemée, à $0^d\ 20'$ de la Vierge; ainsi le vrai lieu de cette Planete, vû du Soleil, qui, dans sa plus grande digression, est éloignée de 3 signes de son lieu observé de la Terre, devoit être à $0^d\ 20'$ des Gemeaux.

Calculant pour ce temps le vrai lieu de Venus vû du Soleil, on le trouve en ♓ $14^d\ 35'$, éloigné de plus de 75 degrés de l'observation, ce qui prouve qu'il y a quelque erreur dans l'époque marquée par Ptolemée; car on n'en peut pas supposer de pareille dans l'observation, où la situation de Venus fut déterminée par rapport à l'Etoile qui est à l'extrémité de l'Aîle australe de la Vierge.

La seconde observation de Theon est arrivée le matin, entre le 2 & le 3.me jour du mois d'*Epiphi*, qui répond au 19 Mai de l'année 129 à 6 heures du matin.

Calculant pour ce temps le vrai lieu de Venus vû de la Terre, on le trouve en ♈ $10^d\ 57'$, plus avancé de 21 minutes que celui qui a été observé par Ptolemée, & de 24 minutes que le lieu de Venus, que nous avions trouvé devoir être, suivant l'observation, en ♈ $10^d\ 33'$.

La troisiéme observation de Theon est arrivée le 21 du mois de *Pharmuti* de la 16.me année d'Hadrien, au soir, qui répond au 8 Mars de l'année 132.

Calculant pour ce temps le vrai lieu de Venus vû de la Terre, on le trouve en ♉ $2^d\ 1'$, plus avancé de 31 minutes que suivant l'observation de Ptolemée, & de 6 minutes que celui que nous avions trouvé en ♉ $1^d\ 54'\ 40''$.

On peut comparer de la même maniére, les observations de Ptolemée, qu'il est inutile de rapporter ici, parce qu'elles n'ont pas été faites avec assés de précision pour qu'on puisse en tirer quelque avantage pour la théorie de cette Planete.

LIVRE HUITIE'ME.

DE MERCURE.

MERCURE est de toutes les Planetes, celle qui est la plus proche du Soleil ; on ne le voit que très-rarement, à cause qu'il est ordinairement caché dans les rayons du Soleil. On l'apperçoit encore moins dans notre climat, & dans ceux qui sont plus septentrionaux, que dans les méridionaux, à cause que plus la sphere est oblique, & moins il paroît élevé sur l'horison avant le lever du Soleil, & après son coucher.

Il s'éloigne cependant du Soleil, quelquefois jusqu'à 27 ou 28 degrés, autant que la Lune deux jours avant & après sa Conjonction. Dans d'autres révolutions, il ne s'en éloigne que de 18 degr. de sorte que ses plus grandes digressions varient de 9 degrés, qui font environ le tiers de la plus grande.

Son mouvement propre se fait, de même que celui des autres Planetes, sur une Ellipse, au foyer de laquelle se trouve le Soleil, dont il s'éloigne tantôt plus, tantôt moins, le rapport de sa plus grande à sa plus petite distance étant environ comme 2 à 3.

Le grand axe de cette Ellipse est à celui de l'Orbe annuel, comme 39 à 100, & celui de l'Orbe de Venus est à celui de l'Orbe annuel, comme 72 à 100, de sorte que la distance de Mercure au Soleil excede un peu plus de la moitié, la distance de Venus à cet Astre.

Comme Mercure ne se voit que vers ses plus grandes digressions à l'égard du Soleil, il ne paroît jamais rond à la Lunette, mais ou coupé par la moitié comme la Lune dans ses Quadratures, ou un peu plus convexe, ou tant soit peu concave, & parce qu'il est fort près de l'horison & entre les vapeurs, on a de la peine à distinguer nettement sa figure, & à mesurer sa grandeur.

Cependant cette apparence prouve assés qu'il reçoit sa lumiére du Soleil, comme la Lune & les autres Planetes, & qu'il tourne autour du Soleil même.

Il a été observé pour la premiére fois dans le Soleil, à Paris, par Gassendi le 7 Novembre de l'année 1631, & depuis ce temps on l'y a apperçu plusieurs fois, comme nous en rendrons compte dans la suite.

Dans quelques-unes de ces observations, il a paru de figure un peu ovale, mais dans d'autres, on l'a vû assés exactement rond, ce qui nous fait juger que sa figure est sphérique, ou n'en différe pas sensiblement.

Gassendi jugea que le diametre apparent de Mercure étoit la centiéme partie de celui du Soleil, & M. Gallet à pareille distance a trouvé le diametre du Soleil 118 ou 119 fois plus grand que celui de Mercure, ce qui s'accorde mieux à l'observation d'Hevelius, qui le jugea 120 fois plus grand, lorsque Mercure étoit encore plus proche de la Terre. Il a été trouvé en 1736, de $9'' 50'''$, dont le diametre du Soleil est de $32' 30''$. La distance de la Terre à Mercure, étoit à la distance de la Terre au Soleil, comme 685 à 1000; d'où il suit que le diametre véritable de Mercure est de $6'' 40'''$, & qu'il est à celui du Soleil, à peu-près comme 1 à 300.

CHAPITRE I.

De la Théorie de Mercure.

NOUS avons employé d'abord, dans la théorie de Venus, les observations anciennes de cette Planete, faites vers ses plus grandes digressions, parce que son Orbite ayant fort peu d'excentricité, on pouvoit la considérer comme un cercle, & déterminer par le moyen des digressions de Venus, son vrai lieu vû du Soleil, qui doit être alors éloigné d'environ 3 signes de son vrai lieu vû de la Terre.

Il n'en est pas de même dans la théorie de Mercure, dont l'Orbite est sensiblement elliptique, & dont l'excentricité surpasse de beaucoup, non-seulement celle de l'Orbite de Venus, mais même celle de toutes les Planetes.

Aussi a-t-il été impossible aux Astronomes qui, avant Képler, ont employé l'hypothese circulaire pour représenter la théorie des Planetes, de fixer exactement les mouvements de Mercure, où l'on a reconnu entre le calcul de divers Astronomes, des différences qui montent jusqu'à 7 degrés.

C'est par ces raisons que nous avons cru devoir employer d'abord les observations de Mercure, faites dans ses Conjonctions avec le Soleil, dans les temps où cette Planete étant près de ses Nœuds, elle passe devant le disque du Soleil ; observations rares, mais très-favorables pour déterminer les mouvements des Planetes, & qui, quoique modernes, doivent récompenser par leur précision, l'avantage que l'on peut retirer de la comparaison des observations anciennes avec les nouvelles.

Observations du passage de Mercure devant le Soleil.

La premiére a été observée à Paris, par Gassendi, le 7 Novembre de l'année 1631. Il en avoit été averti par une Dissertation de Képler, sur les Phénomenes merveilleux qui devoient arriver en 1631, sçavoir le passage de Venus & de Mercure par le Soleil. La prédiction ne fut point accomplie à l'égard de Venus, cette Planete n'ayant point été apperçue par Gassendi, quelqu'attention qu'il eût à l'observer au jour marqué.

Képler fut plus heureux dans celle de Mercure, que Gassendi découvrit dans le disque du Soleil le 7 Novembre, un peu avant 9 heures du matin, en forme d'une petite Tache noire. Il le prit d'abord pour une Tache qui n'avoit pas été apperçue le jour précédent, ou qui s'étoit formée depuis dans le Soleil, comme il l'avoit déja remarqué en d'autres occasions; car il ne pouvoit pas s'imaginer que Mercure fit une ombre si petite sur le disque du Soleil; mais ayant observé que sa distance au centre du Soleil augmentoit sensiblement, il reconnut enfin par son mouvement, que c'étoit Mercure, qu'il continua d'observer jusqu'à sa sortie, qu'il détermina avec évidence à $10^h\ 28'$, dans le moment que le centre de cette Planete étoit sur le bord du disque du Soleil, lequel étoit alors élevé sur l'horison, de $21^d\ 44'$.

Retranchant de cette hauteur la réfraction, qu'il suppose de 5 minutes, & y adjoûtant 3 minutes pour la parallaxe, il trouve la hauteur véritable du Soleil, de 21^d 42′, & ſuppoſant ſa décli-naiſon, de 16^d 19′, l'élevation du Pole de Paris, de 48^d 52′, il détermine le temps vrai de la ſortie de Mercure à 10^h 28′ du matin.

Il avouë n'avoir pas trouvé avec la même exactitude, le point du diſque du Soleil où Mercure eſt ſorti, qu'il juge cependant être éloigné de 32 à 33 degrés du vertical entre le Septentrion & l'Occident. L'angle de l'Ecliptique avec le vertical étoit alors de 56^d 47′, dont retranchant 32^d 30′, reſte 24^d 17′, qui meſurent l'arc du diſque du Soleil entre le lieu de Mercure & l'Ecliptique, d'où il trouve ſa latitude boréale de 6′ 20″, dont le diametre du Soleil eſt de 15′ 25″.

Suppoſant enſuite le mouvement journalier du Soleil de 1^d 0′ 29″, celui de Mercure de 1^d 20′ en longitude, & de 20 minutes en latitude, il trouve que Mercure a paſſé ce jour-là à 2^h 31′ après minuit, par ſon Nœud qui a paru en ♏ 14^d 52′, le Soleil étant à 14^d 21′ $\frac{1}{2}$ du même ſigne : que l'entrée de Mercure dans le Soleil a dû arriver à 5^h 28′, & que ſa Conjonction véritable eſt arrivée un peu au de-là du milieu de ſa trace dans le diſque du Soleil, où Mercure a paſſé à 7^h 58′ ; ſon vrai lieu, de même que celui du Soleil, étant à 14^d 36′ du Scorpion, avec une latitude boréale de 4′ 30″.

Nous nous réſervons à examiner dans la ſuite les Eléments dont Gaſſendi s'eſt ſervi pour calculer ces obſervations, après que nous aurons déterminé par d'autres obſervations, la quantité de ſon mouvement, & l'inclinaiſon de ſon Orbite.

Il nous ſuffira de remarquer ici que le lieu de Mercure ainſi déterminé, s'éloigne de 4^d 25′ de celui qui réſulte des Tables de Ptolemée, de 5 degrés des Pruſſiennes, de 7^d 13′ des Danoiſes, de 1^d 21′ de celles de Lanſberge, & de 14′ 24″ des Rodolphines. Ces derniéres Tables donnent cette obſervation avec une préciſion beaucoup plus grande, que Képler qui en eſt l'Auteur, n'oſoit eſpérer, puiſque dans l'explication qui eſt au commencement de ſes Ephémérides de 1617 *(page 15.)* il n'oſe aſſûrer que ſon calcul puiſſe repréſenter le lieu de Mercure dans les Conjonctions, avec une préciſion de plus d'un jour ; dans lequel temps le lieu de Mercure vû du Soleil peut varier de 5 degrés, & ſon lieu vû de la Terre, qui eſt rétrograde, de 1^d 20′.

La seconde observation du passage de Mercure dans le Soleil, est arrivée le 24 Octobre de l'année 1651, à 6^h 40' du matin à Surate, où cette Planete fut apperçûë dans le Soleil par Skakerlæus, entre l'Orient & le Midi, éloignée de 10 minutes du centre du Soleil, ainsi qu'elle est rapportée *(page 312.)* dans l'Astronomie Britannique de Wing, qui trouve que cette Conjonction a dû arriver au Méridien de Londres à 13^h 18' 8".

La troisiéme observation a été faite à Dantzick par Hevelius le 3 Mai de l'année 1661.

Ce célébre Astronome, dans son Traité intitulé *Mercurius in Sole visus, p. 73,* & dans son Histoire céleste *(p. 311.)* rapporte les observations qu'il a faites de cette Planete, qu'il commença à appercevoir dans le disque du Soleil à 3^h 4' du soir, & qu'il continua de voir jusqu'à 7^h 31' 53".

Il détermine ensuite par le moyen de ces observations, l'entrée de Mercure dans le Soleil à 2^h 20', & la fin à 9^h 56', ce qui donne son passage par le milieu du disque du Soleil à 6^h 8', dont il représente la trace dans une figure par rapport à l'Ecliptique & au vertical.

Ayant ensuite supposé le diametre apparent du Soleil au temps de cette Conjonction, de 31' 28", il trouve que la portion de l'Orbite de Mercure dans le disque du Soleil a été de 30' 15", & détermine la latitude de cette Planete au commencement, de 6' 20", vers le milieu de la Conjonction de 4' 27", & vers la fin de 2' 38".

La position de la trace de Mercure étant connuë par rapport à l'Ecliptique, il détermine la distance du Nœud austral ou descendant de Mercure au point de la Conjonction apparente, de 37' 4" par le calcul, ou de 37' 12" par la figure; l'adjoûtant au vrai lieu du Soleil au temps de la Conjonction, qui étoit, selon lui, en ♉ 13^d 39' 30", il détermine le lieu du Nœud austral de Mercure en ♉ 14^d 16' 42".

La latitude de Mercure au temps de sa Conjonction, étant connuë de 4' 27", & sa distance à son Nœud, il trouve enfin l'inclinaison de l'Orbite de Mercure à l'égard de l'Ecliptique, de 6^d 49' 18".

Comme cette observation est d'une très-grande conséquence pour établir les Eléments de la théorie de Mercure, nous avons cru devoir en examiner avec ſoin toutes les circonſtances, & nous avons remarqué d'abord que Hevelius *(p. 78.)* ſuppoſe que le paſſage de Mercure par le milieu du diſque du Soleil ou ſa Conjonction, étant arrivé à $6^h\ 8'$, on aura la longitude de Mercure vûe du Soleil, en calculant pour ce temps le vrai lieu du Soleil, qu'il juge être le même que celui de Mercure, ce qui n'eſt point exact, parce que le lieu de Mercure ne concourt avec le lieu du Soleil vû de la Terre, qu'au temps de ſa Conjonction en longitude.

Il étoit donc néceſſaire pour déterminer exactement le vrai lieu de Mercure vû du Soleil, de déterminer le temps de ſa Conjonction véritable à l'égard de l'Ecliptique, en faiſant, comme le ſinus du complément de l'inclinaiſon de l'Orbite à l'égard de l'Ecliptique, qu'il a trouvée de $6^d\ 49'\ 18''$, eſt au ſinus de cette inclinaiſon; ainſi *AC (Fig. 78.)* qui meſure la latitude apparente de Mercure, de $4'\ 27''$, eſt à *AD*, diſtance entre la Conjonction apparente & la Conjonction en latitude, qu'on trouvera de $31''\ 0'''$. On fera enſuite, comme *EH* $30'\ 15''$, qui meſurent la trace de Mercure dans le Soleil, eſt à *AD*, de $31''\ 0'''$; ainſi $7^h\ 36'$, temps que Mercure a employé à paſſer dans le diſque de Jupiter, eſt à la différence entre le temps de ſon paſſage par le milieu de ſon diſque & celui de ſa Conjonction en longitude, qu'on trouvera de 8 minutes, & qui, étant retranché de $6^h\ 8'$, temps de la Conjonction apparente, donne $6^h\ 0'$ pour le temps de la Conjonction en longitude, pour lequel on calculera le vrai lieu du Soleil, qui ſera le même que celui de Mercure. On fera auſſi, comme le ſinus du complément de $6^d\ 49'\ 18''$ eſt au ſinus total; ainſi $4'\ 27''$, diſtance entre les centres, eſt à $4'\ 29''$, qui meſurent la vraye latitude de Mercure au temps de ſa Conjonction.

On remarquera en ſecond lieu, que pour déterminer la ſituation du Nœud auſtral de Mercure, & l'inclinaiſon de ſon Orbite à l'égard de l'Ecliptique, Hevelius a pris la diſtance apparente du Nœud de Mercure au Soleil au temps de ſa Conjonction, au lieu qu'il auroit dû prendre la vraye diſtance vûe du Soleil, qui eſt fort différente. Il faut conſidérer pour cela, que l'arc *AB* qu'il a trouvé de $37'\ 12''$, marque la diſtance apparente de Mercure lorſqu'il eſt dans ſon Nœud, au vrai lieu du Soleil, & que pour avoir ſa diſtance véritable, il faut la réduire à celle qu'on auroit vûe du Soleil,

que

que l'on adjoûtera au vrai lieu du Soleil, calculé pour le temps du passage de Mercure par son Nœud, pour avoir le vrai lieu du Nœud de cette Planete.

Dans l'observation proposée, la distance de Mercure à la Terre étoit à sa distance au Soleil, comme 45515 à 55522; c'est pourquoi l'on fera, comme 45515 est à 55522; ainsi 37′ 12″, sont à 45′ 22″, qui mesurent la distance véritable du centre du Soleil à Mercure lorsqu'il est dans son Nœud. On fera ensuite, comme *EH* 30′ 18″, est à *AB* 37′ 12″; ainsi 7^h 36′, temps que Mercure a employé à parcourir l'arc *EH*, est au temps que Mercure a employé à parvenir de *A* en *B*, que l'on trouvera de 9 heures, qui, étant adjoûtées au temps de la Conjonction apparente lorsque Mercure étoit en *A*, qu'on a trouvé à 6^h 8′, donnent le temps que Mercure a dû arriver à son Nœud le 4 Mai 1661 à 3^h 8′ du matin.

Calculant pour ce temps le vrai lieu du Soleil, on le trouve en ♉ 14^d 1′, auquel adjoûtant la distance véritable du centre du Soleil à Mercure, qu'on a déterminée pour le même temps, de 45′ 22″, on aura le vrai lieu du Nœud de Mercure le 4 Mai 1661 à 3^h 8′ du matin, en ♉ 14^d 46′, plus avancé de 29 minutes que suivant la détermination d'Hevelius.

On trouvera aussi une grande différence dans l'inclinaison de l'Orbite de Mercure, qu'Hevelius a établie, suivant ces principes, de 6^d 49′ 18″, & qui n'est que l'apparente; car pour avoir la véritable, il faut d'abord convertir sa latitude vûe de la Terre à celle qui seroit vûe du Soleil, en faisant, comme 45515 est à 55522; ainsi 4′ 29″, sont à 5′ 28″. On calculera ensuite pour le temps de la Conjonction de Mercure en longitude, qu'on a trouvé à 6^h 0′, le vrai lieu du Soleil, qui est le même que celui de Mercure, qu'on trouvera en ♉ 13^d 37′ 24″, & on le retranchera du vrai lieu de son Nœud, que nous avons déterminé en ♉ 14^d 46′, pour avoir la distance de Mercure à son Nœud au temps de sa Conjonction avec le Soleil, de 1^d 8′. On fera enfin, comme le sinus de *CN* 1^d 8′, est à la tangente de *CI* 5′ 28″; ainsi le sinus total est à la tangente de l'angle *CNI*, qui mesure l'inclinaison véritable de l'Orbite de Mercure à l'égard de l'Ecliptique, que l'on trouvera de 4^d 36′, plus petite de 2^d 13′ que suivant la détermination d'Hevelius.

Comme cette inclinaiſon différe de plus de 2 degrés $\frac{1}{2}$ de celle que l'on a trouvée par un grand nombre d'obſervations, ce qui peut faire ſoupçonner qu'il y ait eu quelque erreur dans la détermination du paſſage de Mercure dans le diſque du Soleil; nous avons examiné toutes les circonſtances de cette obſervation, & nous avons trouvé que Hevelius détermine l'entrée de Mercure dans le diſque du Soleil, à la diſtance de 15 degrés du Zénit, conformément à la route qu'il a décrite dans ſa figure, & que vers la derniére, il a déterminé l'angle entre le vertical & l'Ecliptique, de $39^d\ 15'$, un peu plus grand qu'il n'eſt marqué dans la même figure.

En calculant cet angle pour le temps de la derniére obſervation, qui eſt arrivée à $7^h\ 51'\ 53''$, par le moyen de la déclinaiſon du Soleil, qui étoit alors de $15^d\ 58'\ 30''$, & de la hauteur du Pole de Dantzick, connuë de $54^d\ 22'$, on le trouve de $39^d\ 9'$, fort peu différent de la détermination d'Hevelius, ce qui marque que le lieu de Mercure eſt bien placé dans la derniére obſervation par rapport au vertical du Soleil & à l'Ecliptique.

Il auroit dû de même calculer pour le temps de chaque obſervation, & ſur-tout pour la premiére, l'angle entre le vertical & l'Ecliptique, pour tracer ce vertical qui eſt mobile par rapport à l'Ecliptique ſuppoſée fixe dans le Soleil, à quoi il n'a pas apparemment fait attention, puiſqu'il n'a pas eu ſoin de le tracer dans la figure, pour déterminer l'entrée de Mercure par rapport à ce vertical, qu'il dit en être alors éloigné de 15 degrés.

Pour y ſuppléer, nous avons calculé au temps de la premiére obſervation, qui eſt arrivée à $3^h\ 4'$, l'angle entre le vertical qui paſſe par le Soleil & l'Ecliptique, que nous avons trouvé de $40^d\ 30'$, plus grand de $1^d\ 24'$ que dans la derniére obſervation, & plaçant l'entrée de Mercure à 15 degrés de ce vertical, conformément à la détermination d'Hevelius, nous avons marqué ſur le diſque du Soleil, le lieu où Mercure a dû ſe trouver par rapport à l'Ecliptique & au vertical, qui eſt un peu plus ſeptentrional qu'on ne le voit dans la figure d'Hevelius. Nous avons enſuite tiré une ligne par ce lieu & celui de la derniére obſervation, qui repréſente la route apparente de Mercure par rapport à l'Ecliptique. Cette ligne paſſe d'un côté à la diſtance de $25^d\ 29'$ de l'Ecliptique,

& de l'autre à celle de $7^d\ 0'$. La différence eſt de $18^d\ 29'$, dont la moitié $9^d\ 14'\frac{1}{2}$, meſure l'obliquité de la route apparente de Mercure à l'égard de l'Ecliptique, qu'on trouve par la figure, de $9^d\ 30'$.

Les arcs *FE* & *GH* (*Fig. 78.*) étant connus, on aura l'arc *EOH*, de $147^d\ 31'$: & l'on fera, comme le ſinus total eſt au ſinus de l'arc *OH*, de $73^d\ 45'\ 30''$, moitié de l'arc *EOH*; ainſi le demi-diametre du Soleil *CG*, qui étoit alors de $15'\ 54''$, eſt à *AH*, moitié de la route que Mercure a faite dans le Soleil, que l'on trouvera de $15'\ 16''$. On fera auſſi, comme le ſinus total eſt au ſinus de l'angle *AHC*, de $16^d\ 14'\ 30''$, complément de l'angle *OCH*; ainſi le diametre du Soleil, qui eſt de $15'\ 54''$, eſt à la diſtance *AC* de Mercure au centre du Soleil au temps de ſa Conjonction apparente, qu'on trouvera de $4'\ 27''$. Enfin l'on fera, comme le ſinus de l'angle *CDB*, de $80^d\ 45'\ 30''$, complément de l'angle *ABC* ou *ACD*, qui meſure l'inclinaiſon apparente de l'Orbite de Mercure à l'égard de l'Ecliptique, eſt au ſinus total; ainſi *AC* $4'\ 27''$, eſt à *CD*, qui meſure la latitude de Mercure vûe de la Terre au temps de ſa Conjonction véritable à l'égard de l'Ecliptique, qu'on trouvera de $4'\ 30''$.

Pour déterminer le temps de cette Conjonction & le vrai lieu de Mercure vû du Soleil pour ce temps, on fera, comme le ſinus total eſt au ſinus de l'angle *ACD* ou *CBD*, de $9^d\ 14'\ 30''$; ainſi *CD* $4'\ 30''$, eſt à *DA*, que l'on trouvera de 43 ſecondes. Enfin l'on fera, comme *EH* eſt à *DA*; ainſi le temps que Mercure a employé à parcourir *EH*, qui a été déterminé par Hevelius, de $7^h\ 36'$, eſt à $10'\ 50''$, qui, étant retranchées du temps de la Conjonction apparente, qu'il avoit trouvée à $6^h\ 8'$, donnent le temps de la Conjonction en longitude de Mercure avec le Soleil à $5^h\ 57'\ 10''$ au Méridien de Dantzick, & à $4^h\ 52'$ au Méridien de Paris. Calculant pour ce temps le vrai lieu du Soleil, on le trouve en ♉ $13^d\ 33'\ 27''$, dont l'oppoſite donne le vrai lieu de Mercure vû du Soleil au temps de ſa Conjonction en longitude, qui eſt par conſéquent en . . . . ♏ $13^d\ 33'\ 27''$.

Pour déterminer le lieu du Nœud de Mercure, & l'inclinaiſon de ſon Orbite, on fera, comme la tangente de l'angle *ABC* de l'inclinaiſon apparente de l'Orbite, qui eſt de $9^d\ 14'\ 30''$, eſt au ſinus total; ainſi la tangente de *CD*, latitude de Mercure vûe de la Terre, qui eſt de 4′ 30″, eſt au ſinus de *CB*, diſtance apparente de Mercure lorſqu'il eſt dans ſon Nœud au vrai lieu du Soleil, qu'on trouvera de 27′ 42″. On fera auſſi, comme le ſinus de l'angle *DBC*, eſt au ſinus total; ainſi le ſinus de *CD*, eſt au ſinus de *BD*, qu'on trouvera de 28′ 3″. On fera enſuite, comme 45515, diſtance de Mercure au Soleil, eſt à 55522, diſtance de Mercure à la Terre; ainſi *DC* 4′ 30″, latitude apparente de Mercure, eſt à *CI*, qui meſure ſa latitude vraye vûe du Soleil, qu'on trouvera de 5′ 30″: & comme 45515 eſt à 55522; ainſi *BC*, diſtance apparente de Mercure au Soleil, qui eſt de 27′ 42″, eſt à *IR*, diſtance véritable de Mercure lorſqu'il eſt dans ſon Nœud au vrai lieu du Soleil, qu'on trouvera de 33′ 48″. On fera auſſi, comme *EH* 30′ 32″, eſt à *DB* 28′ 3″; ainſi 7^h 36′, temps que Mercure a employé à parcourir l'arc *EH*, eſt au temps qu'il a employé à parvenir de *D* en *B*, que l'on trouvera de 6^h 59′, & qui, étant adjoûtées à 4^h 52′, temps de la Conjonction véritable, donnent le temps que Mercure a dû arriver à ſon Nœud le 3 Mai de l'année 1661, à . . . 11^h 51′ du ſoir.

Calculant pour ce temps le vrai lieu du Soleil, on le trouve en ♉ 13^d 50′ 17″, & ſon oppoſite en ♏ 13^d 50′ 17″, auquel adjoûtant la diſtance véritable de Mercure au Soleil lorſqu'il étoit dans ſon Nœud, qu'on a trouvée de 33′ 48″, on aura le vrai lieu du Nœud de Mercure le 3 Mai 1661 à 11^h 51′ du ſoir, en . . . . ♏ 14^d 24′ 5″.

Retranchant de ce lieu, celui de Mercure au temps de ſa Conjonction avec le Soleil, déterminé en . . . . ♏ 13^d 33′ 27″, on aura la diſtance *CN* du Nœud de Mercure, au vrai lieu de cette Planete au temps de ſa Conjonction, de 50′ 38″: & l'on fera, comme le ſinus de *CN* 50′ 38″, eſt à la tangente de *CI* 5′ 30″; ainſi le ſinus total eſt à la tangente de l'inclinaiſon véritable de l'Orbite de Mercure à l'égard de l'Ecliptique, qu'on trouvera de . . . . 6^d 11′ 48″.

Le quatriéme paſſage de Mercure devant le Soleil, a été obſervé le 7 Novembre de l'année 1677, à l'Iſle S.te Helene par M. Halley, & à Avignon par M. Gallet.

Le commencement fut obſervé à l'Iſle S.te Helene à 9^h $26'$ $40''$,
& la fin à 2 41 0,
ce qui donne la durée de 3 14 20,
dont la moitié 2 47 10,
étant adjoûtée à 9 26 40,
donne le milieu à l'Iſle S.te Helene à 0^h $4'$, qui, réduite au Méridien de Londres, ſe rapporte à 0^h $28'$.

Nous avons le détail de l'obſervation faite à Avignon par M. Gallet. A 9^h $57'$ du matin, il commença à appercevoir Mercure, qui lui parut avoir déja parcouru la ſixiéme partie du diametre du Soleil, & il détermina enſuite ſa ſituation par le moyen d'une Lunette de 3 pieds, placée ſur ſon Quart-de-cercle, par laquelle il faiſoit paſſer l'image du Soleil, qui ſe peignoit ſur une tablette qui lui étoit expoſée. Il avoit diſpoſé au foyer de cette Lunette, des réticules, paralleles entr'eux, dont deux comprenoient exactement l'image du Soleil, & le troiſiéme étoit au milieu, & il faiſoit en ſorte que les bords du Soleil, par ſon mouvement journalier, parcouruſſent l'ombre de ces fils, en ſorte que l'ombre du fil du milieu repréſentât le parallele du Soleil. Il meſuroit enſuite la différence de déclinaiſon entre Mercure & le centre du Soleil, par ſa diſtance au fil du milieu; & la différence d'aſcenſion droite, par le nombre des vibrations de la Pendule entre le paſſage de Mercure & du bord occidental du Soleil.

Il détermina par ce moyen le lieu de Mercure par dix obſervations différentes, & obſerva la fin à 3^h $26'$ $50''$, ainſi qu'il l'a marqué dans une Lettre imprimée qu'il a adreſſée à mon Pere.

Dans la réponſe que mon Pere fit à M. Gallet, il lui fit remarquer, que l'image du Soleil qui paſſe par une Lunette, doit repréſenter l'image du Soleil un peu plus grande qu'elle ne l'eſt effectivement: que dans certaines ſituations une ligne droite doit paroître courbe avec une convéxité qui regarde le centre du Soleil: & qu'ainſi Mercure placé ſur le Soleil, ſuivant cette méthode, ne devoit pas ſe trouver dans ſa véritable ſituation, comme on le peut voir dans ſa figure où le lieu de Mercure déterminé dans ces différentes obſervations, ne ſe trouve pas ſur cette ligne préciſément droite. En comparant enſemble les obſervations faites à peu-près à la même distance de part & d'autre du centre du Soleil, il trouve par la seconde, quatriéme & cinquiéme, le temps du passage de Mercure par le milieu de sa trace le 7 Novembre 1677, à $0^h\ 39'\ 46''$, & par la premiére, septiéme & huitiéme, à $0^h\ 43'\ 12''$, qu'il préfére à la détermination précédente, à cause que ces observations paroissent avoir été faites avec plus d'exactitude. La fin fut observée à $3^h\ 26'\ 56''$; ainsi la demi-durée a été de $2^h\ 43'\ 44''$. Il détermine aussi l'inclinaison apparente de l'Orbite de Mercure à l'égard de l'Ecliptique, par la premiére & la derniére observation de $5^d\ 30'$, & par la premiére & la huitiéme de $7^d\ 0'$, la latitude apparente de Mercure dans le temps de sa Conjonction, de 4 minutes, & le lieu de son Nœud en ♉ $14^d\ 12'$.

Ayant aussi décrit une figure sur les observations de M. Gallet, nous trouvons les mêmes déterminations que mon Pere; mais nous avons remarqué de plus, que tirant une ligne par le lieu de Mercure dans la seconde & la neuviéme observation, cette ligne qui s'écarte de part & d'autre de la premiére & de la derniére observation, représente plus exactement qu'aucune autre six de ces observations, & qu'elle se termine du côté de l'Orient à la distance de $6^d\ 40'$ de l'Ecliptique, mesurés sur la circonférence du Soleil, & du côté de l'Occident à $22^d\ 0'$. La différence est $15^d\ 20'$, dont la moitié $7^d\ 40'$ mesure l'inclinaison apparente de l'Orbite de Mercure à l'égard de l'Ecliptique.

L'entrée de Mercure dans le disque du Soleil étant arrivée à $6^d\ 40'$ de l'Ecliptique, & sa sortie à $22^d\ 0'$, on trouvera l'arc entre le point de l'entrée & celui de la sortie, de $151^d\ 20'$, dont la corde mesure la route de Mercure: & l'on fera, comme le sinus total est au sinus de $75^d\ 40'$, moitié de la corde d'un arc de $151^d\ 20'$; ainsi le demi-diametre du Soleil, qui étoit alors de $16'\ 14''$, est à $15'\ 44''$, moitié de la route que Mercure a décrite depuis sa Conjonction apparente jusqu'à sa sortie, & comme le sinus total est au sinus de $14^d\ 20'$; ainsi $16'\ 14''$, sont à $4'\ 1''$, qui mesurent la distance de Mercure au centre du Soleil au temps de sa Conjonction apparente.

La distance de Mercure au centre du Soleil au temps de sa Conjonction apparente, étant connuë de $4'\ 1''$, & l'inclinaison apparente de son Orbite, de $7^d\ 40'\ 0''$, on trouvera sa latitude vûe de la Terre, de $4'\ 3''$, la distance de la Conjonction apparente à la Conjonction en longitude de 32 secondes, & la distance apparente de Mercure lorsqu'il étoit dans son Nœud au vrai lieu du Soleil, réduite à l'Ecliptique, de 29′ 55″, & mesurée sur son Orbite, de 30′ 11″; & l'on fera, comme 15′ 44″, sont à 32″; ainsi 2^h 43′ 44″, demi-durée du passage de Mercure dans le Soleil, sont à 5′ 35″, qui, étant adjoûtées à 0^h 43′ 12″, temps de la Conjonction apparente, donnent le temps de la Conjonction véritable en longitude de Mercure avec le Soleil le 7 Novembre 1677, à 0^h 49′ au Méridien d'Avignon, & à 0^h 39′ au Méridien de Paris.

Calculant pour ce temps le vrai lieu du Soleil, on le trouve en ♏ 15^d 44′ 20″, dont l'opposite ♉ 15^d 44′ 20″, marque le vrai lieu de Mercure au temps de sa Conjonction avec le Soleil.

On fera ensuite, comme 15′ 44″, sont à 30′ 11″; ainsi 2^h 43′ 44″, demi-durée du passage de Mercure dans le Soleil, sont à 5^h 14′ 14″, temps qui s'est écoulé entre le passage de Mercure par son Nœud & sa Conjonction véritable avec le Soleil. Le retranchant du temps de cette Conjonction, qui est arrivée le 7 Novembre à 0^h 39′ après midi, on aura le temps du passage de Mercure par son Nœud le 7 Novembre à 7^h 25′ du matin.

Le rapport de la distance de Mercure au Soleil & à la Terre étoit alors comme 31326 à 67554: c'est pourquoi l'on fera, comme 31326 est à 67554; ainsi 4′ 3″, latitude apparente de Mercure, est à 8′ 45″, qui mesurent sa latitude vraye vûe du Soleil: & comme 31326 est à 67554; ainsi 30′ 11″, distance apparente de Mercure au Soleil lorsqu'il étoit dans son Nœud, est à 1^d 4′ 31″, qui mesurent sa distance véritable. Y adjoûtant le mouvement du Soleil dans l'intervalle de 5^h 14′ 14″, qui est de 13′ 11″, on aura la distance vraye de Mercure à son Nœud dans le temps de sa Conjonction en longitude de 1^d 17′ 42″. La retranchant du vrai lieu de Mercure, qui étoit alors en ♉ 15^d 44′ 20″, on aura le vrai lieu de son Nœud ascendant le 7 Novembre 1677, à 7^h 18′ du matin, en ♉ 14^d 26′ 38″.

Enfin l'on fera, comme le sinus de 1^d 17′ 42″, est à la tangente de 8′ 45″; ainsi le sinus total est à la tangente de l'inclinaison de l'Orbite de Mercure à l'égard de l'Ecliptique, qu'on trouvera de . . . . 6^d 25′ 30″.

On peut, pour déterminer le Nœud de Mercure & l'inclinaison de ſon Orbite, calculer le lieu du Soleil pour le 7 Novembre 1677, à 7^h 22′ du matin, temps du paſſage de Mercure par ſon Nœud, qu'on trouvera en ♏ 15^d 31′ 9″, & ſon oppoſite en ♉ 15^d 31′ 9″, & en retrancher la diſtance du Soleil à Mercure lorſqu'il étoit dans ſon Nœud, qui a été trouvée de 1^d 4′ 31″, pour avoir le vrai lieu de ſon Nœud en ♉ 14^d 26′ 38″. Le retranchant du vrai lieu de Mercure au temps de ſa Conjonction qui étoit en ♉ 15^d 44′ 20″, on aura la diſtance vraye de Mercure à ſon Nœud, au temps de ſa Conjonction, de 1^d 17′ 42″, avec laquelle on trouvera l'inclinaiſon de ſon Orbite, de . . . . 6^d 25′ 30″.

Nous avons cru devoir examiner avec ſoin toutes les circonſtances de cette obſervation, parce que l'on peut par ſon moyen, ſuppléer d'une maniére très-facile à ce qui manque à l'obſervation de Gaſſendi, du 7 Novembre 1631, qui n'avoit déterminé exactement que la ſortie de Mercure du diſque de Jupiter à 10 heures du matin.

On remarquera pour cela que Gaſſendi a déterminé dans le temps de la ſortie de Mercure, l'arc du diſque du Soleil entre cette Planete & l'Ecliptique, de 24^d 17′, éloigné ſeulement de 17 minutes de celui que nous avons trouvé dans l'obſervation du 7 Novembre 1677; que par conſéquent la diſtance de cette Planete à ſon Nœud dans ces obſervations, étoit ſenſiblement la même; car on peut négliger ces 17 minutes à cauſe du peu d'exactitude avec laquelle il avouë que cette diſtance avoit été déterminée. Cette Planete étoit donc alors à peu-près à la même diſtance de ſes Nœuds qu'en 1677, & par conſéquent au même lieu de ſon Orbite, avec la différence ſeulement qui pouvoit être cauſée par le mouvement de ſes Nœuds dans cet intervalle. Son mouvement a donc dû être égal dans ces deux obſervations, de même que celui du Soleil, qui étoit auſſi à peu-près dans le même lieu de l'Ecliptique. Si donc l'on retranche du temps de la ſortie de Mercure obſervé le 7 Novembre 1631 à 10^h 28′ du matin, celui de la demi-durée obſervée en 1677, de 2^h 43′ 44″, on aura le temps du paſſage de Mercure par le milieu de ſa route le 7 Novembre 1631 à 7^h 44′ 16″, auquel adjoûtant 5′ 35″ pour le temps entre ce paſſage, & celui de la Conjonction en longitude en 1677, on aura la Conjonction véritable de Mercure avec le Soleil le 7 Novembre

1631

1631 à 7^h 50', pour laquelle on calculera le vrai lieu du Soleil en ♏ 14^d 41' 35", & le lieu de Mercure qui est à son opposite, en . . . . ♉ 14^d 41' 35".

Retranchant de ce lieu la distance de Mercure à son Nœud au temps de la Conjonction de 1677, qui étoit de 1^d 16' 52", on aura le vrai lieu du Nœud de Mercure dans l'observation de 1631, en . . . . ♉ 13^d 24' 43", moins avancé de 1^d 3' qu'en 1677.

Le cinquiéme passage de Mercure devant le Soleil, est arrivé le 10 Novembre de l'année 1690. Il fut observé à Canton & à Tchaotcheou dans la Chine par les PP. Jésuites, à Nuremberg par M. Wurtzelbaurg, & à Erford par M. Kirchius.

On ne put appercevoir dans aucun de ces lieux l'entrée de Mercure dans le Soleil, mais seulement sa sortie qui fut déterminée à Canton le 10 Novembre 1690 à 3^h 18' 3", à Tchaotcheou à 3^h 48' 52", à Nuremberg à 8^h 27' 33" du matin, & à Erford à 8^h 28'.

Dans les réflexions que mon Pere a faites sur l'observation faite à Canton, où Mercure a été visible pendant la plus grande partie de son cours dans le Soleil, il compare deux observations faites avant & après le passage de Mercure par sa Conjonction, dans la premiére desquelles qui est arrivée à 1^h 35' 43" $\frac{1}{2}$, la différence du temps entre le passage du bord occidental du Soleil & le centre de Mercure par le fil horaire, a été observée de 1' 25" $\frac{1}{2}$, dont le demi-diametre du Soleil est de 1' 8", & la différence de déclinaison entre Mercure & le bord septentrional du Soleil a été déterminée de 19 secondes & demie. Dans la seconde observation, qui est arrivée à 2^h 57' 34", la différence du temps entre le passage du même bord du Soleil & de Mercure, a été observée de 53" $\frac{1}{2}$, & la différence en déclinaison entre Mercure & le bord septentrional du Soleil, a été déterminée de 5 secondes; d'où il résulte que dans l'intervalle entre ces observations, qui est de 1^h 21' 50" $\frac{1}{2}$, le mouvement apparent de Mercure a été de 32 secondes en ascension droite, & de 14 secondes $\frac{1}{2}$ en déclinaison.

Le mouvement de Mercure en ascension droite & en déclinaison, étant ainsi connu, il trouve que la Conjonction de Mercure en ascension droite est arrivée à 2^h 20' 58", il détermine aussi la diſtance CP (*Fig. 79.*) du centre du Soleil à Mercure dans le temps de ſa Conjonction en aſcenſion droite, de 56 ſecondes, dont le demi-diametre du Soleil eſt de $1' 8''$, & l'angle PBC que la route apparente de Mercure BD fait avec le parallele BC à l'Equateur, de $23^d 37' 46''$.

L'angle de l'Ecliptique avec le Méridien du côté de l'Orient étant alors de $106^d 6' 35''$, ſoit fait l'angle PCN de cette quantité, & ſoit prolongée PB en N, la ligne CN repréſentera l'Ecliptique, l'angle BCN ſera de $16^d 6' 35''$, & l'angle BNC, différence entre les angles PBC & BCN, ſera de $7^d 31' 11''$, qui meſurent l'inclinaiſon apparente de l'Orbite de Mercure à l'égard de l'Ecliptique.

Maintenant dans le Triangle APC, rectangle en A, dont CP eſt connu de 56, & l'angle ACP ou PBC, de $23^d 37' 46''$, on trouvera AC, diſtance de Mercure au centre du Soleil dans le temps de ſa Conjonction apparente, de $51 \frac{07}{100}$ & AP, de $22 \frac{34}{100}$; & dans le Triangle rectangle AIC, rectangle en I, le côté AC étant connu de $51 \frac{7}{100}$, on trouvera CI, de $20 \frac{47}{100}$, qui meſure le mouvement de Mercure en aſcenſion droite dans l'intervalle entre la Conjonction de cette Planete en aſcenſion droite, & ſa Conjonction apparente; c'eſt pourquoi l'on fera, comme 32 ſecondes, mouvement de Mercure dans l'intervalle entre les deux obſervations rapportées ci-deſſus, ſont à CI $20 \frac{47}{100}$; ainſi $1^h 21' 50''$, intervalle de temps entre ces obſervations, ſont à l'intervalle de temps entre le paſſage de Mercure par le milieu de ſa trace dans le diſque du Soleil & ſa Conjonction en aſcenſion droite, qu'on trouvera de $0^h 52' 20''$, qui, étant retranchées de $2^h 20' 58''$, donnent le temps de la Conjonction apparente à $1^h 28' 38''$.

Il trouve par deux autres obſervations, que cette Conjonction a dû arriver à . . . . $1^h 29' 47''$, & prenant un milieu, il détermine le temps de la Conjonction apparente de Mercure avec le Soleil, à Canton le 10 Novembre 1690, à . . . . $1^h 29' 0''$, dont retranchant la différence des Méridiens entre Paris & Canton, qui a été déterminée de . . . . $7^h 23' 0''$, on aura le temps de cette Conjonction à Paris le 10 Novembre 1690 au matin, à . . . . $6^h 6' 0''$.

Retranchant le temps de la Conjonction apparente observée à Canton à $1^h\ 29'\ 0''$, de $3^h\ 17'\ 5''$, temps que Mercure parut à moitié sorti du Soleil, on aura la moitié de la durée, de $1^h\ 48'\ 5''$.

Maintenant dans le Triangle *PCN*, (*Fig.* 79.) dont le côté *PG* est connu de 56, l'angle *PNC*, de $7^d\ 31'\ 11''$, & l'angle *PCN*, de $106^d\ 6'\ 35''$, on trouvera le côté *PN*, de $409\ \frac{24}{100}$; & dans le Triangle *PON*, rectangle en *O*, dont l'hypothénuse *PN* est connuë, & l'angle *PNO*, de $23^d\ 37'\ 46''$, on trouvera le côté *ON*, de $376\ \frac{64}{100}$, qui mesurent la différence en ascension droite entre les points *N* & *O*: & l'on fera, comme 32 secondes sont à $376\ \frac{64}{100}$; ainsi $1^h\ 21'\ 50''$, intervalle de temps entre les deux observations, sont à $15^h\ 58'\ 40''$, qui, étant retranchées de $2^h\ 20'\ 58''$, temps de la Conjonction en ascension droite, donnent le temps du passage de Mercure par son Nœud le 9 Novembre à $10^h\ 22'\ 18''$ du soir, à Canton, & à $2^h\ 59'\ 18''$ au Méridien de Paris. Calculant pour ce temps le vrai lieu du Soleil, on le trouvera en ♏ $17^d\ 42'\ 27''$, & son opposite en ♉ $17^d\ 42'\ 27''$.

Pour trouver le lieu du Nœud, on fera, comme le demi-diametre du Soleil, qui est de 68, est à *CP* 56; ainsi le demi-diametre du Soleil, qui étoit alors de $16'\ 17''$, est à *CP*, que l'on trouvera de $13'\ 21''$: & l'on fera, comme le sinus de *PCN*, de $7^d\ 31'\ 11''$, est au sinus de *CPN*, $66^d\ 22'\ 14''$; ainsi *PC* $13'\ 21''$, est à *CN* $1^d\ 33'\ 27''$, distance de Mercure au Soleil dans le temps du passage de cette Planete par son Nœud. On fera ensuite, comme la distance de Mercure au Soleil, qui étoit alors de 31326, est à sa distance à la Terre de 67554, ainsi $1^d\ 33'\ 27''$ est à la distance véritable de Mercure lorsqu'il étoit dans son Nœud, au vrai lieu du Soleil, que l'on trouvera de $3^d\ 21'\ 37''$, & qui, étant retranchée de $1^f\ 17^d\ 42'\ 27''$, donne le lieu du Nœud ascendant en ♉ $14^d\ 20'\ 50''$.

Pour déterminer le vrai lieu & le temps de la Conjonction de Mercure en longitude, on élevera sur *NC*, la perpendiculaire *CD*: & l'on fera, comme le sinus de l'angle *ADC*, de $82^d\ 28'\ 49''$, est au sinus de l'angle *ACD*, de $7^d\ 31'\ 11''$; ainsi *AC* $51\ \frac{07}{100}$, est à *AD*, que l'on trouvera de $6\ \frac{74}{100}$: & comme *AP* $22\ \frac{34}{100}$, est à *AD* $6\ \frac{74}{100}$; ainsi $52'\ 20''$, intervalle de temps entre la Conjonction en ascension droite & la Conjonction apparente, est à *AD*, que l'on trouvera de $15'\ 47''$, lesquelles étant adjoûtées à $6^h\ 6'\ 0''$, temps de la Conjonction apparente au Méridien de Paris, donnent le temps de la Conjonction véritable en longitude le 10 Novembre 1690, à . . . . $6^h\ 21'\ 47''$, pour lequel on trouvera le vrai lieu du Soleil, en ♏ $18^d\ 20'\ 46''$, dont l'opposite sera le vrai lieu de Mercure, en ♉ $18^d\ 20'\ 46''$.

Enfin l'on trouvera la latitude véritable de Mercure, vûe du Soleil au temps de sa Conjonction, & l'inclinaison véritable de son Orbite, en faisant, comme le sinus de l'angle *CDP*, de $97^d\ 31'\ 11''$, qui est égal à l'angle *CND* plus l'angle droit *DCN*, est au sinus de l'angle *CPD*, de $66^d\ 22'\ 14''$; ainsi *PC* $13'\ 21''$, est à *CD* $12'\ 20''$, qui mesurent la latitude de Mercure vûe de la Terre. On fera ensuite, comme 31326 est à 67554; ainsi *CD* $12'\ 20''$, est à la latitude de Mercure vûe du Soleil, qu'on trouvera de $26'\ 36''$: & comme le sinus de $4^d\ 0'\ 36''$, différence entre le vrai lieu de Mercure au temps de sa Conjonction, & le vrai lieu de son Nœud, est au sinus total; ainsi la tangente de $26'\ 36''$, qui mesurent sa latitude, est à la tangente de l'inclinaison véritable de son Orbite à l'égard de l'Ecliptique, que l'on trouvera de . . . . $6^d\ 18'\ 50''$.

Le sixiéme passage de Mercure devant le Soleil, est arrivé le 3 Novembre de l'année 1697. Il fut observé à l'Observatoire Royal de Paris par mon Pere & par M.[rs] de la Hire & Maraldi, à Nuremberg par M. Wurtzelbaurg, & à Tchaotcheou, dans la Chine, par le P. de Fontanay.

On ne put observer en Europe, l'entrée de Mercure dans le disque du Soleil, ni le temps de sa Conjonction, parce que le Soleil étoit alors sous l'horison; & on ne commença à l'appercevoir qu'à $7^h\ 23'$, un peu après le lever du Soleil, lorsqu'il se dégagea d'un nuage épais qui s'élevoit à la hauteur de 2 à 3 degrés.

M. Maraldi qui étoit dans un étage élevé, l'apperçut 2 minutes avant qu'il parut de l'étage inférieur, & dirigea un Quart-de-cercle au Soleil pour observer le passage du Soleil & de Mercure par le fil horisontal & le vertical, placés au foyer de la Lunette.

C'est une méthode prompte, comme mon Pere l'a remarqué, pour déterminer la situation de Mercure dans une occasion pressante où il n'y avoit point de temps à perdre. Elle est exempte des variations qui peuvent être causées par les réfractions ordinaires, parce que le bord du Soleil & le centre de Mercure sont observés à la même hauteur à leur passage par le fil horisontal où la réfraction est la même, & qu'il n'y a point de réfraction ordinaire qui détourne l'objet du fil vertical.

Par la premiére observation faite à $7^h\ 24'\ 58''$, lorsque la hauteur du Soleil étoit de $2^d\ 3'\ 30''$, il trouva la différence d'ascension droite entre Mercure & le Soleil, de . . . . $11'\ 52''$,
& en déclinaison, de . . . . $6'\ 20''$;
& ayant déterminé par les observations du Soleil, faites le jour précédent, & le jour même de la Conjonction, son ascension droite, de $39^d\ 10'\ 52''$, & sa déclinaison de $15^d\ 20'\ 56''$ pour le temps de l'observation, il trouva pour ce temps la longitude de Mercure, en . . . . ♏ $11^d\ 28'\ 35''$,
& sa latitude méridionale apparente, de . . . $0^d\ 9'\ 35''$.

Les autres observations furent faites par le passage des bords du Soleil & du centre de Mercure par le fil perpendiculaire & par les obliques, placés au foyer d'une Lunette montée sur une Machine Parallactique, & on détermina à $8^h\ 2'\ 44''$, la longitude de Mercure, en . . . . ♏ $11^d\ 26'\ 15''$,
& sa latitude, de . . . . $0^d\ 9'\ 3''$.

Enfin l'on observa la sortie du centre de Mercure à $8^h\ 9'\ 31''$, & l'on détermina pour ce temps le vrai lieu de cette Planete, en . . . . ♏ $11^d\ 25'\ 53''$,
& sa latitude, de . . . . $0^d\ 8'\ 58''$.

Le Soleil étoit alors en . . . . ♏ $11^d\ 39'\ 19''$;
ainsi la différence de longitude entre Mercure & le Soleil, fut trouvée de . . . . $0^d\ 13'\ 26''$.

En comparant ensemble ces observations, on trouve que dans l'espace de $44'\ 33''$, depuis la premiére observation jusqu'à la sortie du centre de Mercure du disque du Soleil, le mouvement rétrograde de cette Planete a été de $2'\ 42''$, auquel si l'on adjoûte le mouvement du Soleil dans le même intervalle de temps, qui étoit de $1'\ 51''$, on aura le mouvement apparent de Mercure à

l'égard du Soleil, de . . . . 4′ 33″,
en 0^h 44′ 33″ de temps, pendant lequel sa latitude méridionale a diminué de . . . . 0′ 35″.

Par le moyen de ces observations, mon Pere détermina le milieu du passage de Mercure par le Soleil, à . . . . . 6^h 11′ 18″,
le temps de la Conjonction en longitude, à . . . 5^h 58′ 5″,
le vrai lieu de Mercure dans cette Conjonction, en ♏ 11^d 33′ 50″,
la latitude apparente de Mercure, de . . . . . 0^d 10′ 42″,
la distance entre les centres de Mercure & du Soleil, de 0^d 10′ 37″,
& l'inclinaison véritable de son Orbite à l'égard de l'Ecliptique, de . . . . 6^d 23′ 0″.

A l'égard du Nœud de Mercure, comme la route de cette Planete dans le Soleil, n'a été observée que l'espace de 0^h 44′ 33″, pendant lequel son mouvement apparent en longitude n'a été que de 4′ 33″, la septiéme partie ou environ, du diametre du Soleil, & que la moindre erreur dans la latitude qui, pendant cette observation, n'a diminué que de 37 secondes; en peut causer une fort grande dans la détermination du lieu du Nœud de cette Planete; mon Pere jugea à propos de la déterminer par la comparaison de cette observation avec celle de l'année 1690, où la latitude de Mercure fut trouvée en sens contraire, en cette maniére.

Soit *D* (*Fig. 80.*) le centre du Soleil au temps de la Conjonction de 1690, en ♉ 18^d 20′ 46″, & *C* le centre de cet Astre au temps de la Conjonction de 1697, en ♉ 11^d 33′ 50″, on aura *DC*, distance entre les centres du Soleil au temps de ces deux Conjonctions, de 6^d 46′ 56″. Soit pris sur le diametre *IM*, perpendiculaire à *DC*, *DB* égal à la latitude de Mercure, qui a été trouvée en l'année 1690, de 12′ 49″ vers le Nord, & sur le diametre *PS*, *CE* égal à 10′ 42″, latitude méridionale de Mercure en 1697, & soient joints *E* & *B*. On fera, comme le sinus de 23′ 31″, somme des latitudes *DB* & *CE*, est au sinus de *DB* 12′ 49″; ainsi le sinus de *DC* 6^d 46′ 56″, différence entre la longitude de Mercure au temps des deux Conjonctions, est à *DN*, distance du Nœud de Mercure au lieu de cette Planete dans le temps de la Conjonction de l'année 1690, qu'on trouvera de $3^d\,41'\,25''$, & qui, étant retranchée du lieu de Mercure, qui étoit en 1690, en ♉ $18^d\,20'\,46''$, donne le lieu de ſon Nœud aſcendant, ſuppoſé fixe, en . . . . ♉ $14^d\,39'\,21''$.

Pour déterminer le temps auquel le Nœud de Mercure, ſuppoſé mobile, eſt arrivé au point *N*, on fera, comme le ſinus de *CD* ou *BA* $6^d\,46'\,56''$, eſt au ſinus de *DN* $3^d\,41'\,25''$; ainſi 7 années moins 3 jours, intervalle entre les deux Conjonctions, ſont à 3 années & 295 jours, qui, étant adjoûtés au 10 Novembre 1690, donnent le 31 Août de l'année 1694, pour le temps que le Nœud de Mercure eſt arrivé au point *N*, ſa longitude étant en . . . . ♉ $14^d\,39'\,21''$.

Cette méthode eſt la plus indépendante des hypotheſes, & doit être préférée aux autres, lorſque l'on n'a obſervé qu'une petite portion de la route que Mercure a décrite dans le Soleil.

Le ſeptiéme paſſage de Mercure devant le Soleil, eſt arrivé le 9 Novembre de l'année 1723. Il fut obſervé à Paris par les Aſtronomes de l'Académie Royale des Sciences, à Genes par M. le Sénateur Salvago, à Bologne par M. Manfredi, & à Padoue par M. Poleni.

On ne put voir dans ces différents lieux, que l'entrée de Mercure dans le Soleil, & une portion de ſa route dans ſon diſque, parce qu'il ſe coucha avant que Mercure fût arrivé à ſa Conjonction.

A $2^h\,50'\,52''$, j'apperçûs avec une Lunette de 16 pieds ſur le bord oriental du Soleil, Mercure qui y formoit une petite échancrûre, & à $2^h\,51'\,48''$, Mercure étoit entiérement entré dans le diſque du Soleil.

Je déterminai enſuite ſa ſituation par le moyen de ſon paſſage à l'égard des bords du Soleil, par les fils horaires & obliques d'une Lunette de 8 pieds, & je continuai de l'obſerver juſqu'à $4^h\,26'\,51''$, que le coucher du Soleil interrompit mes obſervations.

A $2^h\,57'\,28''$, la différence entre le paſſage de Mercure & du bord oriental du Soleil, fut obſervée de 3 ſecondes d'heure ou de 45 ſecondes de degré, qui, étant retranchées du demi-diametre du Soleil obſervé de $0^h\,1'\,8''$, ou de 17 minutes de degré, donnent la différence d'aſcenſion droite entre le centre du Soleil & Mercure, de $16'\,15''$ vers l'Occident, qui, étant adjoûtées à l'aſcenſion droite du Soleil au temps du passage de Mercure par le centre de la Lunette, qui étoit de $224^d\ 12'\ 16''$, donnent l'ascension droite de cette Planete à $2^h\ 57'\ 28''$, de $224^d\ 38'\ 31''$.

La différence de déclinaison entre le centre du Soleil & Mercure, fut observée en même temps de 43 secondes de degré, dont cette Planete étoit plus méridionale que le centre du Soleil, lesquelles étant adjoûtées à la déclinaison méridionale du Soleil, qui étoit alors de $16^d\ 51'\ 10''$, donnent la déclinaison de Mercure de $16^d\ 51'\ 53''$ vers le Midi.

L'ascension droite & la déclinaison de Mercure étant ainsi connuës, on aura sa longitude de $7^f\ 16^d\ 55'\ 55''$, & sa latitude de $3'\ 44''$ vers le Nord. Retranchant de cette longitude celle du Soleil, qui étoit alors de $7^f\ 16^d\ 40'\ 48''$, on aura la distance de Mercure au Soleil, de $15'\ 7''$ vers l'Orient.

Ayant placé Mercure dans le disque du Soleil suivant les différentes observations qu'on en a faites, ayant égard à l'effet de la réfraction, on a tiré par le plus grand nombre des lieux ainsi déterminés, une ligne droite qui représente la route apparente de Mercure. Cette ligne occupe dans le Soleil $30'\ 10''$, dont son diametre est de $32'\ 32''$. La portion de cette route que Mercure a décrite depuis l'entrée de son centre, qu'on a jugée à $2^h\ 51'\ 10''$ jusqu'à $4^h\ 26'\ 52''$, temps de la pénultiéme observation, est de $0^d\ 9'\ 40''$, ce qui donne le mouvement horaire de Mercure à l'égard du Soleil vû de la Terre, de $6'\ 4''$. Ce mouvement étant de $6'\ 4''$, & la route que Mercure a décrite dans le Soleil, de $0^d\ 30'\ 10''$, on trouvera le temps que cette Planete a employé à passer par le Soleil de $4^h\ 58'\ 38''$, dont la moitié $2^h\ 29'\ 19''$, étant adjoûtée à $2^h\ 51'\ 10''$, temps de l'entrée de son centre dans le Soleil, donne son passage par le milieu à $5^h\ 20'\ 29''$.

Ayant tracé dans la figure du Soleil, l'Ecliptique par rapport au parallele, dont elle déclinoit alors de $16^d\ 34'$, on trouve que la route de Mercure déclinoit de l'Ecliptique, de 8 degrés & un quart vers le Nord, & qu'au temps de la Conjonction de cette Planete, sa latitude a dû être de $0^d\ 6'\ 0''$ septentrionale.

Connoissant l'obliquité apparente de la route de Mercure & sa latitude, on aura la distance du milieu de sa route dans le Soleil au lieu de sa Conjonction, de 51 second. $\frac{1}{2}$ de degrés, qui, converties en temps, en temps, font 8′ 31″, qui, étant adjoûtées à 5^h 20′ 29″, passage de Mercure par le milieu de sa route, donnent le temps de sa Conjonction le 9 Novembre 1723 à 5^h 29′ 0″. Calculant pour ce temps le vrai lieu du Soleil, on le trouve en ♏ 16^d 47′ 20″, dont l'opposite est le vrai lieu de Mercure, qui est en ♉ 16^d 47′ 20″.

Le lieu de Mercure & sa latitude étant connus au temps de sa Conjonction, on trouvera par la comparaison de cette observation avec celle de l'année 1697, le lieu de son Nœud en ♉ 15^d 3′ 12″, de la maniére qu'on l'a pratiqué dans la Conjonction précédente.

On peut aussi par cette observation, déterminer immédiatement le lieu du Nœud de Mercure; car l'obliquité apparente de sa route étant connuë de 8^d 15′, & sa latitude de 0^d 6′, on aura la distance apparente de Mercure à son Nœud au temps de sa Conjonction, de 41′ 23″; & connoissant par les Tables, le mouvement horaire véritable de Mercure vû du Soleil, qui est de 15′ 17″, l'on fera, comme 6′ 4″, mouvement horaire de Mercure vû de la Terre, sont à 15′ 17″; ainsi 41′ 23″, distance apparente de Mercure à son Nœud au temps de sa Conjonction avec le Soleil, sont à 1^d 44′ 16″, distance véritable de Mercure à son Nœud au temps de sa Conjonction. Les retranchant du vrai lieu de Mercure vû du Soleil dans sa Conjonction, qui étoit en ♉ 16^d 47′ 20″, on aura le vrai lieu du Nœud de Mercure en ♉ 15^d 3′ 4″, moins avancé seulement de 0′ 8″, que par la détermination précédente.

On déterminera aussi l'inclinaison de l'Orbite de Mercure à l'égard de l'Ecliptique, en retranchant de 15′ 17″, mouvement horaire de cette Planete vû du Soleil, le mouvement apparent de la Terre, qui est de 2′ 31″, pour avoir le mouvement apparent de Mercure à l'égard de la Terre vû du Soleil, de 12′ 46″. On fera ensuite, comme 6′ 4″, mouvement horaire de Mercure vû de la Terre, sont à 12′ 46″; ainsi sa latitude vûe de la Terre, de 6′ 0″, est à sa latitude vûe du Soleil, qu'on trouvera de 12′ 38″: & comme le sinus de 1^d 44′ 16″, distance de Mercure à son Nœud, est au sinus total; ainsi la tangente de 12′ 38″, est à la tangente de l'inclinaison de son Orbite à l'égard de l'Ecliptique, qu'on trouvera de . . . . 6^d 54′ 35″.

Suivant les observations de M. Maraldi, faites par la même

méthode, il trouve l'entrée de Mercure dans le Soleil, à $2^h\ 50'\ 35''$,
la demi-durée de 2 25 54,
son passage par le milieu à 5 16 29,
sa Conjonction en longitude, à 5 24 0,
sa latitude septentrionale, de . . . . $0^d\ 6'\ 6''$,
le vrai lieu de son Nœud, en . . . . ♉ $15^d\ 4'\ 0''$,
& l'inclinaison véritable de son Orbite à l'égard de l'Ecliptique, de . . . . $7^d\ 0'\ 0''$.

La huitiéme & derniére observation du passage de Mercure devant le Soleil, est arrivée le 11 Novembre de l'année 1736, & est la plus complete de celles qui ayent été observées en Europe, où l'on a vû en divers lieux l'entrée de Mercure dans le Soleil & sa sortie, après l'avoir suivi dans toute sa route, ce qui n'avoit été observé qu'en 1677, dans l'Isle S.te Helene par M. Halley.

Je l'observai à Thury, près de Clermont en Beauvoisis, où le 11 Novembre 1736 à $9^h\ 32'\ 50''$ du matin, je l'apperçus avec une Lunette de 14 pieds, qui formoit une petite échancrûre sur le bord oriental du Soleil.

A $9^h\ 35'\ 15''$, Mercure étoit entiérement entré, & son bord oriental rasoit celui du Soleil.

A $0^h\ 14'\ 59''$ après midi, Mercure parut raser le bord occidental du Soleil, & à $0^h\ 18'\ 42''$ il étoit entiérement sorti.

Suivant cette observation, l'intervalle entre l'Immersion totale de Mercure dans le Soleil, & le commencement de son Emersion, qui sont les deux Phases que l'on distingue avec le plus d'évidence, a été de $2^h\ 39'\ 44''$, auxquelles adjoûtant $2'\ 43''$ pour le temps que le diametre de Mercure a employé à sortir du disque du Soleil, on aura $2^h\ 42'\ 27''$, qui mesurent la durée du passage du centre de Mercure sur le disque du Soleil.

Pour déterminer la route de Mercure dans le Soleil, j'y employai successivement diverses méthodes. La premiére en observant le passage de Mercure par le fil horisontal & le vertical d'un Quart-de-cercle de 3 pieds; cette méthode n'est point sujette aux erreurs causées par la réfraction & la parallaxe, parce qu'on observe le passage des bords du Soleil & de Mercure par le fil horisontal, à la même hauteur. Mais comme le parallele que le Soleil décrivoit par ſon mouvement journalier, devenoit en s'approchant du Méridien de moins en moins incliné à l'égard du fil horiſontal du Quart-de-cercle ; de ſorte que l'on ne pouvoit plus obſerver le paſſage entier des bords du Soleil par le fil horiſontal dans une même ouverture de la Lunette, & que par la même raiſon on ne diſtinguoit plus avec la même évidence, le moment auquel ces bords paſſoient par ce fil ; je pratiquai enſuite la méthode qui conſiſte à obſerver le paſſage de Mercure & des bords du Soleil par le fil horaire & les obliques d'une Lunette de 8 pieds, placée ſur une Machine Parallactique. Je meſurai enfin la diſtance entre Mercure & le bord ſupérieur du Soleil, avec un Micrometre adapté à un Quart-de-cercle, obſervant en même temps la différence entre leur paſſage par le fil vertical, ce qu'on pouvoit faire commodément vers la fin de cette obſervation où le Soleil étoit près du Méridien.

Par le moyen de ces obſervations, j'ai trouvé qu'au temps du paſſage de Mercure par le milieu de ſa route dans le diſque du Soleil, qui eſt arrivé à $10^h\,55'\,7''$, ſa diſtance SA (*Fig. 81.*) au centre du Soleil, étoit de $13'\,58''$, dont le demi-diametre du Soleil étoit de $16'\,17''$, & que l'angle BSA que la perpendiculaire SA à cette route, faiſoit avec le cercle horaire, étoit de $24^d\,11'\,50''$, dont on a déduit les principaux éléments de la théorie de Mercure. Car SA étant connu de $13'\,58''$, & le demi-diametre du Soleil SP ou SQ, étant alors de $16'\,17''$, on a la corde PQ, de $16'\,44''$, qui meſure la route que le centre de Mercure a parcouruë depuis ſon entrée juſqu'à ſa ſortie, dans l'intervalle de $2^h\,42'\,27''$, ce qui donne ſon mouvement horaire apparent de $0^d\,6'\,11''$. Adjoûtant à l'angle BSA, déterminé de $24^d\,11'\,50''$, l'angle BST que l'Ecliptique TS fait avec le Méridien vers l'Occident, qui étoit alors de $74^d\,13'$, on a l'angle TSA, que la perpendiculaire SA fait avec l'Écliptique TS, de $98^d\,24'\,50''$, & par conſéquent l'angle ASE que cette même perpendiculaire SA fait avec le cercle de latitude SE, de $8^d\,24'\,50''$; & dans le Triangle SAE, rectangle en A, l'angle ASE étant connu de $8^d\,24'\,50''$, & le côté SA, de $13'\,58''$, on aura la diſtance ES de Mercure au centre du Soleil au temps de ſa Conjonction en longitude, de $14'\,7''\frac{1}{3}$, qui meſurent ſa latitude. On trouvera aussi la distance AE entre le milieu de la route de Mercure dans le Soleil & le lieu de sa Conjonction en longitude, de $0^d\ 2'\ 3''$, qui, étant converties en temps, à raison de $6'\ 11''$ par heure, font $0^h\ 19'\ 50''$, qui, étant adjoûtées à $10^h\ 55'\ 7''$, temps du passage de Mercure par le milieu de sa route, donnent le temps de sa Conjonction avec le Soleil le 11 Novembre 1736 à $11^h\ 15'$ du matin. Calculant pour ce temps le vrai lieu du Soleil, on le trouve en ♏ $19^d\ 23'\ 34''$, dont l'opposite en ♉ $19^d\ 23'\ 34''$, est le vrai lieu de Mercure vû du Soleil, qui est le même que celui de la Terre.

Pour déterminer ensuite le vrai lieu du Nœud de Mercure, & l'inclinaison de son Orbite, on a employé le rapport de la distance de Mercure au Soleil & à la Terre, que l'on a trouvé par les observations faites dans ses digressions, de 31174 à 67730, & l'on a fait, comme 31174 est à 67730; ainsi la latitude de Mercure vûe de la Terre au temps de sa Conjonction, de $14'\ 7''\frac{1}{3}$, est à sa latitude vûe du Soleil, qu'on a trouvée de $30'\ 43''$, qui est mesurée par SM. On a trouvé aussi, suivant le même rapport, le mouvement horaire de Mercure vû du Soleil, de $13'\ 26''\ 40'''$.

Menés du point M, la ligne MO, parallelle à QP, qui rencontre en O l'Ecliptique TO, que l'on prolongera en R, de maniére que OR soit à MO, comme $2'\ 31''\ 12'''$, mouvement horaire de la Terre, sont à $13'\ 26''\ 40'''$, mouvement horaire de Mercure vû du Soleil. Joignés OM & RM, l'arc RM représentera la portion de l'Orbite de Mercure, depuis son Nœud jusqu'au lieu de sa Conjonction avec le Soleil, & l'arc OM, la route apparente de cette Planete vûe du Soleil à l'égard de la Terre.

Maintenant dans le Triangle sphérique MSO, rectangle en S, dont le côté SM est connu de $30'\ 43''$, de même que l'angle SMO, qui est égal à l'angle SEN, de $81^d\ 35'\ 10''$, complément de l'angle ASE, de $8^d\ 24'\ 50''$, on trouvera l'angle MOS, de $8^d\ 25'\ 0''$; & dans le Triangle ROM, dont l'angle ROM, supplément de l'angle MOS, est connu, & les côtés OR, OM, sont dans le rapport de $2'\ 31''\ 12'''$ à $13'\ 26''\ 40'''$, on trouvera l'angle SRM, qui mesure l'inclinaison véritable de l'Orbite de Mercure à l'égard de l'Ecliptique, de $7^d\ 4'\ 58''$. On trouvera enfin dans le Triangle RSM, rectangle en S, la distance SR de Mercure à ſon Nœud, meſurée ſur l'Ecliptique, de $4^d\ 7'\ 27''$, qui, étant retranchés du vrai lieu de Mercure vû du Soleil, qui étoit en ♉ $19^d\ 23'\ 34''$, au temps de ſa Conjonction en longitude avec Mercure, donnent le vrai lieu du Nœud de cette Planete le 11 Novembre de l'année 1736, en . . . . . . ♉ $15^d\ 16'\ 7''$.

Comme l'inclinaiſon de l'Orbite de Mercure & le lieu de ſon Nœud, que l'on vient de déterminer, dépendent principalement de la direction de la route de Mercure *QP* à l'égard du cercle horaire *BS*, & que les moindres erreurs dans les obſervations, y peuvent cauſer des différences conſidérables; j'y ai auſſi employé la méthode qui eſt expoſée dans l'obſervation de l'année 1697, où la latitude de Mercure fut obſervée de $10'\ 42''$ vers le Midi, au lieu que dans celle-ci, elle étoit de $14'\ 7''\frac{1}{3}$ vers le Nord, & j'ai trouvé qu'en ſuppoſant le mouvement apparent du Nœud de Mercure, tel que je l'ai établi dans mes Tables, égal à celui des Etoiles fixes, le vrai lieu du Nœud de cette Planete étoit dans cette derniére obſervation, en ♏ $15^d\ 14'\ 5''$, peu différent de celui qui a été déterminé ci-deſſus, & l'inclinaiſon de ſon Orbite, de $7^d\ 1'\ 34''$, moindre de $3'\ 24''$ que par la méthode précédente.

Cette obſervation a été faite à Paris par M. Maraldi & mon Fils, comme on le peut voir dans les Mémoires de l'Académie, de 1736, où l'on a rapporté celles qui ont été faites en divers lieux de la France & de l'Europe.

CHAPITRE II.

Des moyens Mouvements de Mercure.

POUR déterminer les moyens mouvements de Mercure, nous avons d'abord employé les Conjonctions de cette Planete avec le Soleil, des 6 Novembre 1631, & 9 Novembre 1723.

Avant de comparer enſemble ces obſervations, nous remarquerons premiérement qu'elles ſont arrivées à deux ou trois jours près l'une de l'autre, où il n'y a aucune différence ſenſible dans l'Equation du temps, de ſorte que l'intervalle entre le temps vrai, eſt égal à l'intervalle entre le temps moyen. En ſecond lieu, qu'elles ont été faites à peu-près à la même distance du Nœud boréal, avec une différence seulement de 2 minutes dans la latitude de Mercure; & qu'ainsi le mouvement de Mercure, déterminé par rapport à l'Ecliptique, est sensiblement égal à son mouvement sur son Orbite, qui est celui qu'il faut d'abord déterminer. En troisiéme lieu, que dans la derniére observation, le lieu de Mercure étoit plus avancé de $2^d\ 5'\ 35''$, que dans la premiére, & que par conséquent si l'on suppose le mouvement de l'Aphélie, de cette quantité dans l'intervalle de 92 années, ce qui est à raison de $1'\ 20''$ par année, le moyen mouvement de Mercure dans cet intervalle, seroit précisément égal à son mouvement vrai, qui est celui qui a été observé.

On remarquera enfin qu'entre la Conjonction de 1631, & celle de 1677, qui est arrivée le 7 Novembre à $0^h\ 39'$, Mercure étant en ♉ $15^d\ 44'\ 20''$, il y a eu un intervalle de 46 années, dont 11 bissextiles, plus $4^h\ 49'$, pendant lequel cette Planete a décrit un certain nombre de révolutions entiéres, plus $1^d\ 2'\ 45''$; & que depuis la Conjonction de 1677, jusqu'à celle de 1723, il y a eu un pareil intervalle de 46 années communes 11 jours, plus $4^h\ 50'$, pendant lequel Mercure a décrit le même nombre de révolutions plus $1^d\ 3'\ 0''$, de sorte qu'entre ces Conjonctions, il n'y a eu qu'une différence d'une minute dans l'intervalle entre le temps de l'observation, & de 15 secondes dans le lieu de cette Planete.

Si l'on compare donc ensemble les Conjonctions de 1631 & de 1723, on trouvera qu'entre la premiére qui a été déterminée le 6 Novembre de l'année 1631 à $19^h\ 50'$, le vrai lieu de Mercure étant en ♉ $14^d\ 41'\ 35''$, & celle qui est arrivée le 9 Novembre 1723 à $5^h\ 29'$, Mercure étant en ♉ $16^d\ 47'\ 20''$, il y a eu un intervalle de 92 années, dont 22 bissextiles, plus $2^j\ 9^h\ 39'$, pendant lequel Mercure a achevé un certain nombre de révolutions entiéres, que l'on trouve être de 382 plus $2^d\ 5'\ 45''$.

C'est pourquoi l'on fera, comme 92 années communes, $24^j\ 9^h\ 49'$, sont à 382 révolutions de 360 degrés chacune, plus $2^d\ 5'\ 45''$; ainsi une année commune de 365 jours, est à la quantité du mouvement annuel de Mercure, qu'on trouvera de $1493^d\ 13'\ 11''\ 39'''$, qui sont quatre révolutions entiéres de 360 degrés chacune, plus $1^s\ 23^d\ 43'\ 11''\ 39'''$.

Les partageant par 365, on aura le moyen mouvement journalier de Mercure, de . . . . $4^d\ 5'\ 32''\ 34'''\ 47''''$;
d'où l'on trouve la révolution moyenne de cette Planete autour du Soleil, de . . . . $87^j\ 23^h\ 59'\ 14''$.

On trouvera les moyens mouvements de Mercure, précisément de la même quantité que celle que nous venons de déterminer, en comparant l'observation du 6 Novembre de l'année 1631, avec la derniére, qui est arrivée le 11 Novembre 1736 à $11^h\ 15'$ du matin, temps vrai, & à $11^h\ 0'$, temps moyen, après un intervalle de 105 années & 4 jours.

CHAPITRE III.

De l'Aphélie de Mercure, de l'Excentricité de son Orbe, & de sa plus grande Equation.

POUR déterminer le vrai lieu de l'Aphélie de Mercure, nous avons employé les observations de cette Planete, faites dans le temps de ses Conjonctions avec le Soleil, où son vrai lieu vû de cet Astre, est à l'opposite de son vrai lieu vû de la Terre.

Mais il faut remarquer qu'au lieu que dans la recherche de l'Aphélie des autres Planetes, on a choisi des observations faites en divers endroits de leur Orbe, éloignés l'un de l'autre, parce qu'alors les différences entre les Equations étant plus grandes, la détermination de leur Aphélie en est plus exacte; on n'a pû employer dans Mercure, que les observations de son passage devant le disque du Soleil, où cette Planete est nécessairement près de l'un de ses Nœuds, c'est-à-dire, à peu-près dans le même endroit de son Orbe, ou à son opposite.

Entre les observations que nous avons rapportées, nous en trouvons une seule faite par Hevelius en 1661, près de son Nœud descendant, & les six autres à l'opposite, près de son Nœud ascendant, entre lesquelles nous avons choisi celles des années 1661, 1690 & 1697.

La premiére de ces observations est arrivée le 3 Mai de l'année

1661 à 4^h 52′, temps vrai, & à 4^h 48′ 28″, temps moyen, le vrai lieu de Mercure étant en ♏ 13^d 33′ 27″, par rapport à l'Ecliptique, & à 13^d 33′ 10″ du même signe sur son Orbite.

La seconde le 9 Novembre 1690 à 18^h 21′ 47″, temps vrai, & à 18^h 6′ 0″, temps moyen, Mercure étant en ♉ 18^d 20′ 46″ à l'égard de l'Ecliptique, & en ♉ 18^d 22′ 28″ sur son Orbite.

La troisiéme le 2 Novembre 1697 à 17^h 58′ 5″, temps vrai, & à 17^h 42′, temps moyen, Mercure étant en ♉ 11^d 33′ 50″ à l'égard de l'Ecliptique, & en ♉ 11^d 32′ 30″ sur son Orbite.

On ne peut point dans les observations de Mercure, négliger la différence entre le temps vrai & le temps moyen, parce que dans l'intervalle de 16 minutes, à quoi peut monter l'Equation du temps, son mouvement sur son Orbe est de près de 3 minutes. On doit aussi avoir égard à la réduction de son vrai lieu à l'Ecliptique, à cause que l'inclinaison de son Orbe étant plus grande que celle des autres Planetes, cette réduction peut être de 2 minutes dans le temps de son passage par le disque du Soleil, quoique cette Planete soit alors assés près de ses Nœuds.

Pour faire usage de ces observations, il faut considérer que l'intervalle entre celles que nous avons dessein de comparer ensemble, étant de 36 années 6 mois, pendant lesquelles le mouvement de son Aphélie que nous avons supposé d'abord de 1^d 20′ par année, doit être de 48′ 40″; il est nécessaire d'y avoir égard dans la recherche du lieu de cet Aphélie.

Soit *AEPD (Fig. 82.)* l'Orbe de Mercure sur lequel cette Planete est placée en *D, B, G,* dans les trois lieux des observations des années 1661, 1690 & 1697; le lieu de l'Aphélie de cette Planete étant supposé immobile, la différence entre son vrai lieu & son lieu moyen est mesurée par les angles *FDS, FGS* & *FBS,* & c'est sur ce fondement qu'est établie la méthode avec laquelle nous avons déterminé jusqu'à présent le lieu de l'Aphélie ou de l'Apogée des autres Planetes; mais s'il se trouve que l'Aphélie ait changé sensiblement de place, & que pendant l'intervalle entre la premiére & la seconde observation, il soit parvenu de *A* en *R,* *(Fig. 82.)* l'angle *fSB* représentera alors l'Equation de l'Orbe de Mercure dans la seconde observation, & la différence entre son vrai & son moyen mouvement dans l'intervalle entre ces deux observations,

obſervations, qui eſt meſurée par la ſomme des angles *FDS* & *fBS,* ou leur différence, ne ſera plus la même que dans la premiére ſuppoſition; d'où il ſuit que le lieu de l'Aphélie qui en réſultera, pourra être fort éloigné du véritable.

Pour faire en ſorte que l'effet de ce mouvement, ne cauſe aucune erreur dans la détermination de l'Aphélie, nous avons ſuppoſé le vrai lieu de la Planete dans la premiére obſervation, de la quantité qu'il a été déterminé; mais comme dans les obſervations ſuivantes, l'Aphélie s'eſt avancé ſuivant la ſuite des ſignes, ce qui a diminué ſa diſtance au vrai lieu de cette Planete, nous avons retranché de ce vrai lieu, la quantité du mouvement de l'Aphélie qui répond à l'intervalle entre chaque obſervation, & nous avons eu par ce moyen la ſomme ou la différence entre l'anomalie vraye de la Planete dans l'intervalle entre les obſervations que l'on veut comparer enſemble, ce qui cauſe le même effet que ſi l'on avoit fait mouvoir autour du point *S,* la demi-Ellipſe *RBT,* en ſorte que *RS* concourût avec le grand axe *AS,* auquel cas le point *f* répondroit au point *F,* le point *B* au point *b,* qui eſt le vrai lieu de la Planete par rapport à l'Aphélie ſuppoſé en *A,* & l'anomalie vraye entre ces deux obſervations ſeroit meſurée par l'angle *DSb,* qui eſt égal à la ſomme des angles *ASD* & *RSB,* ou *ASb.*

On a pareillement retranché de la différence entre le lieu moyen de la Planete dans ces diverſes obſervations, le moyen mouvement de l'Aphélie qui y répond, pour avoir l'angle *DFb,* qui meſure la ſomme ou la différence de l'anomalie moyenne qui répond à l'anomalie vraye, par le moyen deſquelles on a cherché le lieu de l'Aphélie.

Dans l'exemple propoſé, le vrai lieu de Mercure ſur ſon Orbite étoit dans la premiére obſervation, en ♏ $13^d\ 33'\ 10''$, & dans la ſeconde faite 29 années après, en ♉ $18^d\ 22'\ 28''$. Retranchant de la derniére $39'\ 20''$ pour le mouvement de l'Aphélie de Mercure dans l'eſpace de 29 années & 6 mois, à raiſon de $1'\ 20''$ par année, ainſi que nous l'avons ſuppoſé dans la recherche des moyens mouvements de cette Planete, on aura le lieu de cette Planete en ♉ $17^d\ 43'\ 8''$, dont la différence à ſon lieu, qui étoit dans la premiére obſervation, en ♏ $13^d\ 33'\ 10''$, eſt de $6^f\ 4^d\ 9'\ 58''$, qui meſurent la ſomme de l'anomalie vraye de cette Planete dans l'intervalle entre ces obſervations.

Dans la troisiéme observation faite en 1697, le vrai lieu de Mercure étoit de $1^{f}\ 11^{d}\ 32'\ 30''$, dont retranchant $48'\ 40''$ pour le mouvement de l'Aphélie dans l'intervalle de 36 années & 6 mois, on aura $1^{f}\ 10^{d}\ 43'\ 50''$, qui, étant retranchés du lieu de cette Planete, en 1690, que l'on vient de trouver de $1^{f}\ 17^{d}\ 43'\ 8''$, donnent $6^{d}\ 59'\ 18''$ pour la différence entre l'anomalie vraye de cette Planete dans l'intervalle entre les deux derniéres observations.

Retranchant pareillement $39'\ 20''$ du moyen mouvement entre les deux premiéres observations, qui est de $6^{f}\ 26^{d}\ 20'\ 35''$, & $48'\ 40''$ de celui qui est entre la premiére & la troisiéme, de $6^{f}\ 21^{d}\ 51'\ 7''$, on aura $6^{f}\ 25^{d}\ 41'\ 15''$ pour la somme de l'anomalie moyenne qui répond à l'intervalle entre la premiére & la seconde observation, & $6^{f}\ 21^{d}\ 2'\ 27''$ pour la somme des anomalies entre la premiére & la troisiéme observation. La différence entre l'anomalie moyenne qui convient aux deux derniéres, est donc de $4^{d}\ 38'\ 48''$, qui répondent à $6^{d}\ 59'\ 18''$ d'anomalie vraye.

Sur ce fondement, nous avons calculé dans l'hypothese elliptique simple, le vrai lieu de l'Aphélie de Mercure pour le temps de la seconde observation, que nous avons trouvé en ♐ $10^{d}\ 51'\ 50''$.

Nous avons en même temps déterminé l'excentricité de son Orbe, de 21574 parties, dont la moyenne distance est de 100000, sa plus grande Équation de $24^{d}\ 55'\ 4''$, & son lieu moyen pour le 9 Novembre de l'année 1690 à $18^{h}\ 6'$, temps moyen, en . . . . ♉ $26^{d}\ 14'\ 50''$.

Le lieu moyen de Mercure étant ainsi connu pour le temps de la seconde observation, on trouvera son lieu moyen au temps de la premiére, de $6^{f}\ 29^{d}\ 54'\ 15''$, & de la troisiéme de $1^{f}\ 21^{d}\ 45'\ 20''$; & supposant dans la premiére le lieu de l'Aphélie de Mercure moins avancé de $39'\ 20''$, & dans la troisiéme plus avancé de $9'\ 20''$, qu'en 1690, on trouvera le vrai lieu de cette Planete conforme à celui que nous avions supposé dans la recherche du lieu de l'Aphélie, ce qui semble prouver l'exactitude de la théorie que nous y avons employée.

Nous n'avons pas examiné l'observation faite à Surate en 1651, à cause qu'on n'en a pas rapporté assés de circonstances pour déduire avec exactitude le moment & le lieu de la Conjonction de Mercure avec le Soleil, mais nous avons calculé pour le 9 Novembre de l'année 1723 à 5^h $13'$, temps moyen de la Conjonction de Mercure avec le Soleil, le vrai lieu de cette Planete que nous avons trouvé en ♉ 16^d $47'$ $54''$, à 34 secondes près de celui qui a été observé, qui est une précision beaucoup au de-là de celles que nous avons sujet d'attendre de pareilles comparaisons.

Nous avons trouvé aussi que les observations de 1631, 1677 & 1736, s'accordoient à peu de secondes près à celles qui avoient été calculées, ayant égard au mouvement de l'Aphélie qui convient à l'intervalle entre ces différentes observations; d'où il résulte que l'on peut, par le moyen de l'hypothese elliptique simple, représenter exactement le lieu vrai de cette Planete vers le temps de son passage par ses Nœuds.

Mais comme nous avons remarqué dans les autres Planetes, & principalement dans celle de Mars, dont l'excentricité est fort grande, que l'hypothese de Képler s'accordoit mieux aux observations dans tous les lieux de son Orbe, que l'hypothese elliptique simple; nous avons cru devoir examiner le lieu de l'Aphélie qui résulte de celle de Képler, suivant la méthode que nous avons expliquée *(p. 182.)* ayant égard comme ci-devant, au mouvement de l'Aphélie dans l'intervalle entre ces observations.

Par le moyen de cette hypothese, après avoir recommencé plusieurs fois le calcul pour approcher de la précision géométrique, nous avons trouvé le 9 Novembre 1690 à 18^h $6'$ $0''$, le vrai lieu de l'Aphélie de Mercure, en . . . . . . ♐ 12^d $22'$ $25''$, plus avancé de 1^d $30'$ que suivant l'hypothese elliptique, & le lieu moyen de cette Planete pour le même temps, en ♉ 26^d $51'$ $12''$, plus avancé de 0^d $36'$ $22''$.

A l'égard de l'excentricité de Mercure, nous l'avons trouvée de 20878, plus petite d'environ un trentiéme, & la plus grande Equation de son Orbe, de 24^d $3'$, plus petite de 52 minutes que suivant l'hypothese elliptique simple.

Sur ces éléments, nous avons calculé par l'hypothese de Képler, le vrai lieu de Mercure dans les observations de 1661 & 1697, que nous avons trouvé conforme à celui qui a été observé, ce qui est une preuve de l'exactitude de la théorie & des calculs qui y ont été employés; mais ce qui nous a le plus surpris, est que nous avons par cette derniére hypothese, représenté les observations des années 1631, 1672, 1723 & 1736, à quelques ſecondes près de celles qui avoient été déterminées, ce qui eſt une préciſion à peu-près égale à celle que l'on a trouvée par l'hypotheſe elliptique ſimple; car on ne peut point donner la préférence à l'une de ces hypotheſes ſur l'autre, lorſqu'il n'y a entr'elles que quelques ſecondes de différence, puiſque c'eſt une exactitude plus grande que celle qui réſulte de différentes obſervations comparées enſemble.

Voilà donc deux hypotheſes dont les principes ſont différents, de même que les éléments qui en réſultent, puiſque les époques des moyens mouvements différent l'une de l'autre, de 36 minutes de degré, le lieu de l'Aphélie, de $1^d\ 30'$, la plus grande Equation de 52 minutes, & qui ne laiſſent pas de repréſenter toutes les deux avec une égale préciſion, ſept obſervations de Mercure, dont deux ſont à la diſtance l'une de l'autre de 7 à 8 degrés, & une autre en eſt éloignée d'environ 6 ſignes; ce qui doit apprendre aux Aſtronomes qui n'ont qu'un petit nombre d'obſervations ſur leſquelles ils ont fondé leur théorie, peut-être moins exactes & dans un intervalle beaucoup plus petit par rapport à tout le cours de la Planete, qu'ils ne peuvent pas s'aſſûrer que leur théorie eſt la véritable, parce qu'elle repréſente ces obſervations avec aſſés d'exactitude.

CHAPITRE IV.

De la ſeconde Inégalité de Mercure.

POUR déterminer la ſeconde Inégalité de Mercure, & les dimenſions de ſon Orbe par rapport à l'Orbe annuel, nous avons, de même que dans la théorie de Venus, choiſi les obſervations qui ont été faites vers les plus grandes digreſſions de Mercure avec le Soleil, parce qu'alors on détermine avec plus d'évidence le rapport de la diſtance du Soleil à Mercure, à la diſtance de la Terre au Soleil, qui eſt le fondement de cette Inégalité.

Entre ces obſervations, nous avons préféré celle que nous avons faite en plein jour le 13 Juillet de l'année 1731 à $10^h\ 32'\ 47''$ du matin, temps du paſſage de cette Planete par le Méridien, ſa hauteur étant de $62^d\ 35'\ 0''$.

Calculant pour ce temps le vrai lieu de Mercure vû de la Terre, on le trouve en ♋ $3^d\ 2'\ 35''$, avec une latitude auſtrale de $2^d\ 1'\ 46''$.

Le vrai lieu du Soleil étoit alors en ♋ $23^d\ 13'\ 12''$, ainſi la diſtance obſervée entre Mercure & le Soleil, qui eſt meſurée par l'angle *STM (Fig. 84.)* étoit de $20^d\ 10'\ 37''$.

Les moyens mouvements de Mercure, le lieu de ſon Aphélie, & l'excentricité de ſon Orbe ayant été déterminés ci-deſſus, on calculera ſuivant ces éléments, le vrai lieu de cette Planete ſur ſon Orbite, vû du Soleil, qu'on trouvera en ♓ $25^d\ 41'\ 49''$.

Mais comme la diſtance obſervée entre Mercure & le Soleil, eſt priſe à l'égard de l'Ecliptique, il ſeroit néceſſaire pour réduire le vrai lieu de Mercure, calculé ſur ſon Orbite, à ſon vrai lieu ſur l'Ecliptique, d'avoir la connoiſſance exacte du vrai lieu de ſon Nœud pour le temps de l'obſervation & de l'inclinaiſon de ſon Orbite.

Comme ces éléments ne ſont pas encore déterminés, nous ſuppoſerons le lieu de ſon Nœud, en ♉ $15^d\ 10'$, tel qu'il réſulte des Conjonctions des années 1723 & 1736, & l'inclinaiſon de ſon Orbite, de $6^d\ 54'\ 0''$. On aura donc la diſtance de Mercure à ſon Nœud pour le temps de l'obſervation, de $10^s\ 10^d\ 32'$, avec laquelle on trouvera la latitude de cette Planete vûe du Soleil, de $5^d\ 13'\ 0''$, & la réduction à l'Ecliptique, de $12'\ 19''$, qu'il faut adjoûter à $25^d\ 41'\ 49''$ des Poiſſons, pour avoir le vrai lieu de Mercure, réduit à l'Ecliptique, en ♓ $25^d\ 54'\ 8''$. Retranchant de ce lieu, celui de la Terre, qui étoit à l'oppoſite du Soleil, en ♑ $23^d\ 13'\ 12''$, on aura l'angle *TSM*, de $62^d\ 41'$.

La diſtance *ST* de la Terre au Soleil étoit alors de 101641 parties, dont la moyenne eſt 100000 : c'eſt pourquoi dans le Triangle *STM*, dont le côté *ST* eſt connu, de même que les angles *STM* & *TSM*, on aura le côté *SM*, qui meſure la diſtance de Mercure au Soleil, réduite à l'Ecliptique, de 35332.

Enfin l'on fera, comme le ſinus du complément de la latitude de Mercure vûe du Soleil, qui a été trouvée de $5^d\ 13'\ 0''$, eſt au ſinus total; ainſi le ſinus de *SM* 35332, eſt au ſinus de la diſtance *SD* de Mercure au Soleil ſur ſon Orbite, que l'on trouvera de 35479 parties, dont la diſtance moyenne de la Terre au Soleil, eſt de 100000.

Pour trouver préſentement la plus grande & la plus petite diſtance de Mercure au Soleil dans l'hypotheſe de Képler, on calculera pour le temps propoſé, l'anomalie moyenne de Mercure, qu'on trouvera de $124^d\ 52'\ 0''$, qui eſt meſurée par l'angle *ACD* (*Fig. 85.*) & l'on trouvera l'angle *CDS*, de $11^d\ 0'\ 30''$, l'angle *DCI*, de $10^d\ 56'\ 26''$, l'angle *PCI*, de $66^d\ 4'\ 26''$, l'angle *PSI*, de $77^d\ 51'\ 5''$, & l'angle *PSL*, de $77^d\ 35'\ 10''$, dont le ſupplément *ASL*, qui eſt de $102^d\ 24'\ 50''$, meſure l'anomalie vraye de Mercure, & l'on fera, comme le ſinus de l'angle *TIS*, de $12^d\ 8'\ 55''$, complément de l'angle *PSI*, eſt au ſinus de l'angle *TLS*, de $12^d\ 24'\ 50''$, complément de l'angle *PSL*; ainſi *SL*, diſtance de Mercure au Soleil ſur ſon Orbite, qu'on a trouvée de 35479, eſt à *SI*, qu'on trouvera de 36242 : & comme le ſinus de l'angle *PCI*, de $66^d\ 4'\ 26''$, eſt au ſinus de l'angle *PSI*, de $77^d\ 35'\ 10''$; ainſi *SI* 36242, eſt à *CI* ou *AC*, diſtance moyenne de Mercure au Soleil, qu'on trouvera de 38761.

On fera enſuite, comme *AC* 100000, eſt à l'excentricité *CS*, qui a été trouvée de 20878; ainſi *AC*, que l'on vient de trouver de 38761, eſt à *CS*, de 8093. L'adjoûtant à *AC*, on aura la plus grande diſtance *AS* de Mercure au Soleil, de 46854; & la retranchant de *AC*, on aura la plus petite diſtance *PS*, de cette Planete au Soleil, de 30668 parties, dont la diſtance moyenne de la Terre au Soleil, eſt de 100000.

CHAPITRE V.

De l'Inclinaiſon de l'Orbite de Mercure par rapport à l'Ecliptique.

DANS la comparaiſon que nous avons faite des Conjonctions de Mercure avec le Soleil, nous avons déterminé dans chaque obſervation, l'inclinaiſon de l'Orbite de cette Planete à l'égard de l'Ecliptique, en réduiſant l'obliquité apparente de ſa route dans le Soleil, à ſon inclinaiſon véritable.

Mais comme dans la plûpart de ces obſervations, on n'a pû voir Mercure que pendant une portion de ſa route dans le Soleil, dont on a déterminé la direction par rapport à l'azimuth ou au parallele de cet Astre, & que les moindres erreurs dans ces positions, en peuvent causer de fort grandes dans l'inclinaison de l'Orbite de Mercure ; nous avons employé les observations de cette Planete faites hors de ses Conjonctions, auxquelles on doit préférer celles qui sont arrivées près des termes des plus grandes latitudes, parce qu'alors les erreurs dans la détermination du lieu du Nœud, en causent de moins considérables dans la quantité de l'inclinaison.

EXEMPLE I.

Entre ces observations nous avons choisi celle du 21 Mai de l'année 1715, faite par feu M. Maraldi, qui détermina à $10^h\ 39'$ du matin, le lieu de Mercure en ♉ $8^d\ 36'\ 0''$, & sa latitude méridionale de $2^d\ 23'\ 55''$.

Calculant pour ce temps le vrai lieu de Mercure vû du Soleil, réduit à l'Ecliptique, on le trouve en ♒ $29^d\ 14'\ 55''$. Le lieu du Nœud de cette Planete qui résulte des Conjonctions de 1699 & 1723, étoit en ♉ $14^d\ 57$. Le retranchant du vrai lieu du Nœud de Mercure vû du Soleil, on aura la distance de cette Planete à son Nœud, réduite à l'Ecliptique, de $9^s\ 14^d\ 18'$, éloignée de $75^d\ 42'$ de son Nœud ascendant.

Le vrai lieu du Soleil étoit alors en ♉ $29^d\ 38'\ 14''$, dont retranchant le vrai lieu de Mercure vû de la Terre en ♉ $8^d\ 36'\ 0''$, on aura l'angle *STM (Fig. 84.)* qui mesure la distance apparente de Mercure au Soleil, de $21^d\ 2'\ 14''$.

Retranchant aussi le vrai lieu de la Terre qui est à l'opposite du Soleil, en ♏ $29^d\ 38'\ 14''$, du vrai lieu de Mercure vû du Soleil, en ♒ $29^d\ 14'\ 55''$, on aura l'angle *TSM*, qui mesure la distance de Mercure à la Terre vûe du Soleil, de $89^d\ 36'\ 41''$: & l'on fera, comme le sinus de l'angle *STM*, de $21^d\ 2'\ 14''$, est au sinus de l'angle *TSM*, de $89^d\ 36'\ 41''$; ainsi *SM* est à *TS;* ainsi le sinus de l'angle *DTM*, qui mesure la latitude de Mercure observée de $2^d\ 23'\ 55''$, est au sinus de l'angle *DSM*, qui mesure la latitude de cette Planete vûe du Soleil, qu'on trouvera de $6^d\ 41'\ 40''$. Enfin l'on fera, comme le sinus de l'arc *NM*, distance de Mercure à son Nœud ascendant, qui a été trouvée de $75^d\ 49'$, est au sinus total; ainsi la tangente de l'arc *DM*, de $6^d\ 41'\ 40''$, qui mesure la latitude de Mercure vûe du Soleil, est à la tangente de l'angle *DNM*, qui mesure l'inclinaison de l'Orbite de Mercure à l'égard de l'Ecliptique, qu'on trouvera de . . . . $6^d\ 54'\ 12''$.

Il est aisé de voir que cette détermination approche beaucoup de la véritable; car si l'on suppose un dégré d'erreur tant dans le lieu de Mercure vû du Soleil, que dans la situation de son Nœud, cela n'en peut causer qu'une de deux minutes dans la détermination de l'inclinaison de son Orbite.

EXEMPLE II.

Le 16 Juillet de l'année 1731 à $10^h\ 32'\ 47''$ du matin, j'ai déterminé le lieu de Mercure en ♋ $3^d\ 2'\ 35''$, avec une latitude méridionale de $2^d\ 2'\ 20''$.

Calculant pour ce temps le vrai lieu de Mercure vû du Soleil, on le trouve en ♓ $25^d\ 54'\ 9''$, dont retranchant le vrai lieu de son Nœud, qui étoit en ♉ $15^d\ 10'$, on aura la distance de cette Planete à son Nœud, réduite à l'Ecliptique, de $10^f\ 10^d\ 44'$.

Le vrai lieu du Soleil étoit alors en ♋ $23^d\ 13'\ 12''$, dont retranchant le vrai lieu de Mercure vû de la Terre en ♋ $3^d\ 2'\ 35''$, on aura l'angle *STM*, distance apparente de Mercure au Soleil, de $20^d\ 10'\ 37''$.

Retranchant le vrai lieu de la Terre, qui étoit à l'opposite du Soleil, en ♑ $23^d\ 13'\ 12''$, du vrai lieu de Mercure vû du Soleil en ♓ $25^d\ 54'\ 9''$, on aura l'angle *TSM*, qui mesure la distance de Mercure à la Terre vû du Soleil, de $62^d\ 40'\ 57''$: & l'on fera, comme le sinus de l'angle *STM*, de $20^d\ 10'\ 37''$, est au sinus de l'angle *TSM*, de $62^d\ 40'\ 57''$; ainsi le sinus de $2^d\ 2'\ 20''$, latitude de Mercure vûe de la Terre, est au sinus de $5^d\ 15'\ 30''$, latitude de Mercure vûe du Soleil.

Enfin l'on fera, comme le sinus de $59^d\ 16'$, distance de Mercure à son Nœud ascendant, est au sinus total; ainsi la tangente de $5^d\ 15'\ 30''$, latitude de Mercure vûe du Soleil, est à la tangente de l'inclinaison de son Orbite à l'égard de l'Ecliptique, qu'on trouvera de $6^d\ 55'\ 30''$, qui ne différe que de $1'\ 18''$ de la détermination précédente.

CHAPITRE VI.

CHAPITRE VI.

Du lieu du Nœud de Mercure.

NOus avons déja déterminé dans les Conjonctions de Mercure avec le Soleil, le lieu du Nœud de cette Planete pour le temps de chacune de ces obſervations; mais comme cette détermination eſt fondée ſur l'obliquité de l'Orbite de cette Planete, que nous avons trouvée dans quelques obſervations, différer de la véritable de plus de 40 minutes, nous employerons pour la recherche du lieu du Nœud de Mercure, l'inclinaiſon de ſon Orbite à l'égard de l'Ecliptique, que nous venons de trouver de $6^d\ 54'\ 0''$, au moyen de laquelle nous déterminerons le vrai lieu du Nœud de cette Planete pour le temps de chaque Conjonction.

Dans l'obſervation de 1631, Gaſſendi détermina le lieu du Nœud de Mercure vû de la Terre en ♏ $14^d\ 52'$, le Soleil étant à $14^d\ 21'\frac{1}{2}$ du même ſigne; d'où l'on tire le lieu de ſon Nœud vû du Soleil en ♉ $13^d\ 21'$.

Ayant corrigé cette obſervation par celle de 1677, faite à peu-près à la même diſtance des Nœuds, on a trouvé que la latitude de Mercure au temps de la Conjonction de 1631, devoit être de même qu'en 1677, de $8'\ 45''$, l'inclinaiſon de ſon Orbite, de $6^d\ 25'\ 20''$, & le vrai lieu de ſon Nœud en ♉ $13^d\ 24'\ 43''$, un peu plus avancé que ſuivant la détermination de Gaſſendi.

Si l'on ſuppoſe préſentement l'inclinaiſon de l'Orbite de Mercure à l'égard de l'Ecliptique, de $6^d\ 54'\ 0''$, & la latitude vraye de Mercure de $8'\ 45''$, on trouvera la diſtance de Mercure à ſon Nœud au temps de la Conjonction de 1631, de $1^d\ 10'\ 48''$, qui, étant retranchée du vrai lieu de Mercure, qui étoit alors en ♉ $14^d\ 41'\ 35''$, donne le vrai lieu du Nœud de cette Planete le 7 Novembre 1631 à $7^h\ 58'$ du matin, en . . . ♉ $13^d\ 30'\ 47''$.

Par l'obſervation du 3 Mai 1661, la latitude de Mercure vûe du Soleil au temps de ſa Conjonction a été déterminée de $5'\ 30''$, ce qui, ſuppoſant l'inclinaiſon de l'Orbite, de $6^d\ 54'\ 0''$, donne la diſtance de cette Planete à ſon Nœud deſcendant, de $45'\ 33''$, qui, étant adjoûtée au vrai lieu de Mercure dans le temps de ſa

Conjonction, qui étoit en ♏ 13^d 33′ 27″, donne le lieu du Nœud descendant de cette Planete, en . . . . ♏ 14^d 19′ 0″.

Par l'observation du 7 Novembre 1677, la latitude de Mercure vûe du Soleil au temps de sa Conjonction a été, comme on l'a dit ci-dessus, déterminée de 8′ 45″, & la distance à son Nœud, de 1^d 10′ 48″, qui, étant retranchée du lieu de Mercure au temps de sa Conjonction, qui étoit en ♉ 15^d 44′ 20″, donne le lieu du Nœud ascendant de cette Planete, en . . ♉ 14^d 33′ 32″.

Par l'observation du 10 Novembre de l'année 1690, la latitude de Mercure vûe du Soleil au temps de sa Conjonction, a été déterminée de 26′ 36″, ce qui donne la distance à son Nœud, de 3^d 39′ 31″, qui, étant retranchée de 1^s 18^d 20′ 46″, lieu de Mercure au temps de sa Conjonction, donne le lieu du Nœud ascendant de cette Planete, en . . . . ♉ 14^d 41′ 15″.

Par l'observation du 3 Novembre 1697, le lieu du Nœud de Mercure déterminé par une méthode indépendante de l'inclinaison de l'Orbite de Mercure, a été trouvé pour le premier Octobre 1694, en . . . . ♉ 14^d 39′ 19″.

Par l'observation de 1723, le vrai lieu du Nœud a été déterminé par la même méthode, en . . . . . . ♉ 15^d 3′ 12″.

Enfin, par l'observation de l'année 1736, le vrai lieu du Nœud de Mercure a été déterminé, suivant la premiére méthode, en . . . . ♉ 15^d 16′ 7″, & suivant la seconde, qui est indépendante de l'inclinaison de son Orbite, en . . . . ♉ 15^d 14′ 5″, que nous avons, par cette raison, préferée à la premiére.

On auroit pû dans la détermination des Nœuds de Mercure, avoir égard à l'effet de la parallaxe qui a dû faire paroître Mercure plus près du centre du Soleil, qu'il n'étoit effectivement, lorsque sa latitude étoit septentrionale, & plus éloigné lorsque cette latitude est méridionale.

Mais comme la différence entre la parallaxe horisontale du Soleil & celle de Mercure qui augmente ou diminuë sa latitude apparente, ne peut monter qu'à 9 secondes lorsque Mercure est dans son Nœud ascendant, & à 5 secondes lorsqu'il est dans son Nœud descendant, on a cru qu'il étoit inutile d'avoir égard dans cette recherche à une précision plus grande que celle que l'on peut espérer de ces sortes d'observations.

CHAPITRE VII.

Du Mouvement des Nœuds de Mercure.

POUR déterminer le mouvement des Nœuds de Mercure, nous avons employé au défaut des observations anciennes, le lieu de son Nœud, que l'on a déduit des observations de cette Planete, faites au temps de sa Conjonction avec le Soleil, dans un intervalle de plus de cent années.

Par l'observation de Gassendi, du 7 Novembre 1631, le lieu du Nœud ascendant de Mercure a été déterminé en ♉ $13^d\ 30'\ 47''$.
Il étoit le 11 Novembre 1736, en . . . . . ♉ $15^d\ 14'\ 5''$.
La différence est de $1^d\ 43'\ 18''$, qui, étant partagée par l'intervalle entre ces observations, qui est de 105 années, donne le mouvement annuel du Nœud de Mercure, de . . . . . $0'\ 59''\ 2'''$.

Suivant l'observation d'Hevelius, du 3 Mai 1661, le vrai lieu de son Nœud descendant, étoit en . . . . . . ♏ $14^d\ 19'\ 0''$.

Entre cette observation & celle de 1736, il y a un intervalle de 75 années & un peu plus de 6 mois, pendant lequel le mouvement du Nœud a été de $55'\ 5''$, ce qui donne son mouvement annuel, de . . . . $0'\ 43''\ 42'''$.

Prenant un milieu entre ces déterminations, on aura le mouvement annuel du Nœud de Mercure, de . . . . $0'\ 51''\ 0'''$, ce qui représente à une ou deux minutes près, le lieu du Nœud de Mercure, que l'on a trouvé par les trois derniéres observations, depuis 1697 jusqu'en 1736.

LIVRE NEUVIÉME.

DES SATELLITES DE JUPITER ET DE SATURNE.

Après avoir donné les Eléments de la théorie des Planetes principales, j'ai cru devoir terminer cet Ouvrage par un abregé de celle des Satellites de Jupiter & de Saturne, qui ſont des Planetes du ſecond ordre, leſquelles font leurs révolutions autour de Jupiter & de Saturne, de même que la Lune autour de la Terre.

Les Satellites de Jupiter, ſont au nombre de quatre, & ils ont été découverts peu après l'invention des Lunettes, en 1710, par Galilée. On appelle *premier Satellite de Jupiter,* celui qui eſt le plus proche de cette Planete, & ainſi des autres.

A l'égard de Saturne, il a cinq Satellites, dont le quatriéme, ſuivant l'ordre de ſa diſtance à Saturne, a été découvert par M. Huyghens en 1655, & les quatre autres par mon Pere, ſçavoir, le troiſiéme & le cinquiéme en 1671 & 1672, & les deux premiers qui ſont les plus près de cette Planete, en 1684.

Le mouvement propre des Satellites de Jupiter & de Saturne ſur leurs Orbes, ſe fait de même que celui de toutes les Planetes, ſuivant la ſuite des Signes, en ſorte qu'ils paroiſſent dans la partie ſupérieure de leurs Orbes, qui eſt la plus éloignée de nous, aller de l'Occident vers l'Orient, & dans la partie inférieure, qui eſt la plus proche, de l'Orient vers l'Occident.

Les Satellites de Jupiter & de Saturne, ne peuvent pas s'appercevoir à la vûe ſimple, ceux de Jupiter qui ſont plus gros, ſe diſtinguent par des Lunettes de trois pieds, par le moyen deſquelles ils paroiſſent comme les Etoiles de la ſixiéme ou ſeptiéme grandeur, à la vûe ſimple.

Pour ce qui eſt des Satellites de Saturne, on ne peut appercevoir le quatriéme, qu'avec une Lunette de 8 à 9 pieds. Le troiſiéme & le cinquiéme, demandent des Lunettes d'un plus grand foyer, & on ne peut diſtinguer les deux premiers, qu'avec des Lunettes qui excédent au moins 30 ou 40 pieds.

CHAPITRE I.

Des Satellites de Jupiter.

LES Satellites de Jupiter reçoivent leur lumiére du Soleil, de même que toutes les autres Planetes. Ils ſont éclipſés par l'ombre de Jupiter, de même que la Lune l'eſt par l'ombre de la Terre; ils forment auſſi des Eclipſes de Soleil ſur le diſque de Jupiter, lorſque dans le cours de leurs révolutions ils paſſent entre le Soleil & cette Planete, comme on le reconnoît par les ombres ou Taches noires qu'ils jettent alors ſur ſon diſque. Ces Taches ſont différentes de celles dont nous avons parlé au cinquiéme Livre, & qui ſont adhérentes à ſa ſurface, & on les diſtingue les unes des autres, en ce que les Taches cauſées par les ombres des Satellites paroiſſent avoir un mouvement preſque égal & uniforme ſur le diſque de Jupiter pendant qu'elles le parcourent, au lieu que celles qui lui ſont adhérentes ont un mouvement beaucoup plus lent vers les bords, que vers le centre.

Mon Pere commença à voir ces Taches en 1664, & on les a toûjours obſervées depuis.

Lorſque Jupiter eſt à l'occident du Soleil, ce qui arrive depuis ſa Conjonction juſqu'à ſon Oppoſition, l'ombre eſt occidentale à l'égard du Satellite qui, dans la partie inférieure de ſon cercle, qui eſt la plus près de la Terre, paroît aller de l'Orient vers l'Occident; c'eſt pourquoi l'ombre entre dans Jupiter, & en ſort avant le Satellite. Le contraire arrive lorſque Jupiter eſt à l'Orient depuis ſon Oppoſition juſqu'à ſa Conjonction.

Comme la lumiére des Satellites qui nous eſt réfléchie, eſt à peu-près de la même clarté que celle du diſque de Jupiter, on les perd le plus ſouvent de vûe lorſqu'ils paſſent devant cette Planete, on diſtingue cependant quelquefois à la place où on devroit les voir, une petite Tache obſcure, plus petite que leurs ombres; ce qui nous fait connoître que les Satellites de Jupiter ont des Taches obſcures qui ne s'apperçoivent que lorſqu'ils ſont devant cette Planete, & ne ſe voyent point lorſqu'ils ſont dehors, parce qu'alors ces Taches ne font que diminuer la grandeur apparente du Satellite.

En effet, les ombres que ces Satellites font ſur le diſque de Jupiter, par l'interception des rayons du Soleil, paroiſſent ſouvent plus grandes que les Satellites mêmes, parce que nous ne voyons que la partie claire du Satellite, dont le globe entier fait une ombre preſque auſſi grande que ſon diſque.

Diverſes obſervations nous donnent lieu de juger que les Satellites de Jupiter tournent autour de leurs axes.

Premiérement, parce que dans leurs Conjonctions avec Jupiter nous voyons quelquefois leurs Taches dans l'endroit où répond la ligne tirée de la Terre à ces Satellites, & le plus ſouvent nous ne les voyons pas, ce qui peut venir de ce que leurs Taches principales ſont tantôt dans l'hémiſphere expoſé à la Terre, & tantôt dans l'hémiſphere oppoſé qui regarde Jupiter.

En ſecond lieu, parce que nous voyons le même Satellite lorſqu'il eſt éloigné de Jupiter & à la même diſtance apparente de ſon diſque, plus grand dans de certains temps, que dans d'autres. Le quatriéme Satellite paroît ſouvent plus petit que les trois autres; mais quelquefois il paroît plus grand que les deux premiers, & ſon ombre dans Jupiter paroît toûjours plus grande que celle de ces deux Satellites.

Le troiſiéme Satellite paroît le plus ſouvent plus grand que tous les autres, mais quelquefois on le voit égal aux deux premiers, ce qui peut s'attribuer aux Taches obſcures qui ſe rencontrent dans l'hémiſphere du Satellite qui nous eſt expoſé, & qui en diminuë l'apparence.

En troiſiéme lieu, le même Satellite ne paroît pas toûjours employer le même temps à entrer dans Jupiter ou à en ſortir; car quelquefois on le verra entrer ou ſortir dans l'eſpace de 10 minutes, & d'autres fois en 6, & moins, quoiqu'il ſemble qu'il doive être à peu-près le même temps à l'entrée & à la ſortie; mais nous n'en jugeons que par la partie claire qui eſt altérée en divers endroits par les Taches.

On pourroit dire à la vérité, que ces Taches des Satellites se forment de nouveau & se dissipent ensuite, comme il arrive à plusieurs Taches de Jupiter, ce qui pourroit suffire pour expliquer ces variétés, sans être obligé de supposer leurs révolutions autour de leurs axes; mais comme ces apparences peuvent être produites par deux causes différentes, on auroit tort de préférer la derniére à l'exclusion de l'autre, puisque dans l'Astronomie, il faut toûjours préférer les hypotheses du mouvement local, à celles des nouvelles productions & dissipations.

Quelque temps après la découverte des Satellites de Jupiter, faite par Galilée, M. Peiresc entreprit de travailler aux hypotheses & aux Tables de ces Satellites, & employa à ce dessein, plusieurs personnes sçavantes. Après avoir déterminé à peu-près les temps pendant lesquels les Satellites font leurs révolutions, & avoir vû les observations de Galilée & de Képler, il inventa une théorie méchanique pour trouver en tout temps les lieux de ces Satellites, qu'il ne jugea pas devoir donner au public, s'étant contenté d'en faire quelque essai.

Il croyoit que si l'on observoit en divers lieux les configurations de ces Satellites, on pourroit déterminer exactement leurs distances, & par ce moyen corriger les Cartes géographiques, & perfectionner la Navigation. Mais après plusieurs observations faites en divers lieux par quelques Astronomes, l'un desquels alla pour cet effet jusqu'à Alep, il ne jugea pas que ces observations fussent suffisantes, & cette invention ne lui parut pas si générale qu'il se l'étoit d'abord imaginé; c'est pourquoi il abandonna entiérement cette entreprise, espérant que Galilée & Képler y pourroient mieux réussir, & particuliérement lorsqu'il apprit que Galilée avoit formé le dessein de s'y appliquer, & qu'il étoit en traité avec les Hollandois, qui cherchoient depuis long-temps le secret des Longitudes. Mais après que Galilée eut travaillé 27 ans à observer ces Satellites, la perte qu'il fit de la vûe, l'empêcha de continuer ces observations, & rendit inutile le secours de diverses Puissances de l'Europe, principalement des Hollandois, qui avoient député Hortensius, Blaeu, & d'autres Mathématiciens pour lui aider à observer, & à faire le calcul nécessaire pour la construction des Tables.

Reineri, Auteur des Tables Médicées, qui comprennent les

Tables Astronomiques les plus célébres qui avoient été faites depuis 400 ans, réduites à une même forme, ayant succédé au travail de Galilée, sous la protection du Grand-Duc de Toscane, continua pendant plusieurs années, les observations des Satellites de Jupiter, que Galilée avoit appellés *Astres Médicées.* Il s'étoit dès-lors proposé de faire des Tables propres pour servir à trouver les Longitudes, & il les promit au public, l'an 1639, dans la premiére édition de ces Tables; mais il n'en dit pas un seul mot dans la seconde édition des mêmes Tables augmentées & réformées, ce qui donne lieu de juger qu'il y avoit trouvé plus de difficulté qu'il n'avoit supposé d'abord; & on ne sçait pas ce qui avoit résulté de ce long travail, tout ce qu'il en avoit écrit ayant été perdu à sa mort, nonobstant les soins que le Grand-Duc prit de le faire chercher.

Les Tables que Hodierna fit quelques temps après, étant fondées sur les observations de peu d'années, s'étoient en peu de temps si écartées du Ciel, qu'elles n'étoient pas même capables de représenter à peu-près les configurations des Satellites, & Marius s'étant trop pressé de publier ses Tables, pour prévenir Galilée, avoit encore plus mal réussi.

On ne voit pas que d'autres qui avoient proposé de trouver les Longitudes, par le moyen des Satellites de Jupiter, sçussent de quelle maniére il falloit s'y prendre, ni quelles phases il falloit choisir pour réussir.

Herigone, l'an 1644, en avoit proposé un moyen en ces termes: *Observetur ope optimi Telescopii, quotâ horâ observationis, aliquod Jovialium siderum appellat ad lineam ab oculo intuentis per centrum Jovis transeuntem;* mais cette méthode n'est nullement praticable, parce que les Satellites ne sont point ordinairement visibles, lorsqu'ils sont dans cette ligne visuelle qui va au centre de Jupiter, & il n'y en a aucun qui se rencontre dans cette ligne, plus de deux, quatre ou six fois durant une révolution de Jupiter de 12 années, à cause de leur latitude apparente dont les regles n'étoient pas encore connuës.

Ce n'a été qu'après un grand nombre d'expériences faites en observant ces Satellites, de concert avec d'autres Astronomes, premiérement dans un même lieu, & ensuite dans des lieux éloignés

l'un

l'un de l'autre, que mon Pere a trouvé quelles ſont les phaſes les plus propres pour déterminer les longitudes. Ces expériences lui ont fait connoître qu'il faut préférer à toutes les autres phaſes, les Eclipſes que ces Satellites ſouffrent en paſſant par l'ombre de Jupiter, dont on peut obſerver l'entrée ou la ſortie, & quelquefois l'une & l'autre, ſans que deux Obſervateurs différent entr'eux du quart d'une minute d'heure (qui eſt une exactitude beaucoup plus grande que celle que l'on pouvoit avoir auparavant par les Eclipſes de Lune): Que les Eclipſes du premier Satellite dont le mouvement eſt plus prompt que celui des trois autres, & qui entre plus directement dans l'ombre, ſe peuvent déterminer avec une plus grande préciſion: Qu'après les Eclipſes des Satellites on peut ſe ſervir de leurs Conjonctions apparentes avec Jupiter, & entr'eux mêmes, principalement quand ils ſe rencontrent en venant des parties oppoſées, & que les obſervations des ombres qu'ils forment ſur le diſque de Jupiter, lorſqu'ils paſſent entre le Soleil & cette Planete au milieu de ſon diſque apparent, ſont utiles à ce deſſein, de même que les Taches permanentes qui paroiſſent ſouvent ſur la ſurface de Jupiter, & qui font autour de lui la révolution la plus prompte de toutes celles que l'on a découvertes juſqu'à préſent dans le Ciel; quoique cependant l'inſtant du paſſage de ces Taches par le milieu de Jupiter, ne ſe puiſſe pas déterminer avec la même préciſion que leurs Eclipſes.

CHAPITRE II.

Des moyens Mouvements des Satellites de Jupiter.

ON a remarqué par les obſervations des Satellites de Jupiter, faites depuis leur découverte, que les Orbes qu'ils parcourent par leurs révolutions autour de Jupiter, ſont peu inclinés à l'Ecliptique, & qu'ils décrivent en apparence des Ellipſes fort étroites, qui, dans de certains temps, ne différent pas ſenſiblement d'une ligne droite.

Ces apparences ont beaucoup contribué à déterminer leurs mouvements, car à la réſerve du quatriéme Satellite qui paſſe quelquefois, quoique le moins ſouvent, au-deſſus ou au-deſſous du disque de Jupiter, on les voit dans le cours de chacune de leurs révolutions, s'éclipser en passant devant ou derriére le disque de cette Planete, ce qui donne le moyen de déterminer le temps qu'ils employent à faire leurs révolutions autour de Jupiter, en cette maniére.

Soit *AIPR (Fig. 86.)* l'Orbe de Jupiter, supposé elliptique, dont l'un des foyers soit en *S*, où est placé le Soleil, & l'autre foyer en *F*, autour duquel Jupiter paroît décrire des arcs égaux en temps égaux. Si l'on suppose que cette Planete soit d'abord placée en *A* dans son Aphélie au centre de l'Orbe d'un de ses Satellites, qui est représenté par le cercle *BKL*, & que la Terre se trouve en même temps en *T* dans la direction de la ligne *SA*, comme elle est dans l'Opposition de Jupiter avec le Soleil; lorsque le Satellite passera par le point *B* ou *L* de son Orbe, ce que l'on déterminera en prenant le milieu entre le temps de son entrée dans le disque du Soleil & de sa sortie, on verra le Satellite répondre au même point où il seroit vû du Soleil.

Supposons présentement que Jupiter, après l'intervalle de 13 mois ou environ, soit retourné à son Opposition avec le Soleil au point *I*, auquel cas la Terre sera en *D* dans la direction de la ligne *SGI*, tirée du Soleil au centre de Jupiter; lorsque ce Satellite, qui étoit en *L* dans la premiére observation, passera en *G*, il paroîtra répondre au centre *I* de Jupiter, après avoir achevé un certain nombre de révolutions à l'égard du centre *F* du moyen mouvement, moins l'arc *GO*, qui mesure la différence entre le point *G* & le point *O*, où on l'auroit vû répondre s'il avoit été consideré du centre *F*, autour duquel l'on a supposé que se faisoit le moyen mouvement.

L'arc *GO* ou l'angle *FIS*, qui représente l'Equation de l'Orbe de Jupiter, mesure donc la différence entre les révolutions vrayes du Satellite à l'égard du Soleil & ses révolutions moyennes; c'est pourquoi si l'on partage le temps moyen écoulé entre ces Oppositions par le nombre des révolutions observées chacune de 360 deg. moins l'angle *FIS*, on aura la révolution moyenne du Satellite par rapport au Soleil, dont on se servira pour déterminer son moyen mouvement pour les années, jours, heures, minutes & secondes.

Cette méthode de déterminer les moyens mouvements des

Satellites de Jupiter eſt, comme l'on voit, très-ſimple, & ne demande que l'obſervation du vrai lieu de Jupiter dans le temps de deux de ſes Oppoſitions, de même que celles de l'entrée du Satellite dans Jupiter & de ſa ſortie, pour avoir celui auquel il a paſſé par le centre. Mais comme il arrive ſouvent que le jour de l'Oppoſition de Jupiter avec le Soleil, il n'y a point d'Eclipſes de Satellites, ou que le temps n'eſt pas favorable pour les obſerver, on peut déterminer par deux obſervations quelconques, les mouvements moyens des Satellites, en cette maniére.

On ſuppoſera par exemple, que Jupiter étant en *R* par rapport au Soleil placé en *S*, la Terre ſe trouve en quelqu'endroit de ſon Orbe annuel *TVH*, comme en *H*, dans le temps que le Satellite eſt ſur ſon Orbe en *Z*, dans la direction de la ligne *HR*, où il paroît répondre au centre de Jupiter.

La Terre étant enſuite parvenuë à un endroit quelconque de l'Orbe annuel, comme en *V*, pendant que Jupiter a décrit ſur ſon Orbe l'arc *RI*, on verra le Satellite répondre au centre de Jupiter lorſqu'il paſſera par le point *C*, qui eſt dans la direction de la ligne *VI*. Prolongeant les lignes *RH*, *IV*, juſqu'à ce qu'elles ſe rencontrent en *M*, Jupiter dans ſes deux ſituations ſur ſon Orbe en *R* & en *I*, étant vû de la Terre auſſi placée en deux points de l'Orbe annuel en *H* & en *V*, paroîtra répondre aux mêmes points du Ciel, que ſi la Terre s'étoit trouvée au point *M*, ſans avoir eu aucun mouvement dans l'intervalle entre ces deux obſervations. Le mouvement apparent de Jupiter vû de la Terre dans cet intervalle, pendant lequel le Satellite qui étoit en *Z*, après avoir achevé pluſieurs révolutions, eſt arrivé au point *C*, eſt donc meſuré par l'angle *RMI*.

Si l'on conſidére préſentement la révolution de ce Satellite par rapport au foyer *F* de l'Orbe de Jupiter, à l'égard duquel ſe fait le moyen mouvement, on trouvera que dans l'intervalle entre ces obſervations, pendant lequel le moyen mouvement de Jupiter a été meſuré par l'angle *RFI*, le Satellite depuis ſon paſſage par le point *Y*, juſqu'à ſon arrivée en *O*, a décrit un certain nombre de révolutions complettes, qui différent du même nombre de ſes révolutions apparentes, de la quantité entre le vrai mouvement de Jupiter vû de la Terre, & ſon moyen mouvement qui, dans ce cas, eſt meſuré par la ſomme des angles *FRM, FIM.* On retranchera donc alors, de la ſomme des révolutions moyennes, chacune de 360 degrés, la différence entre le mouvement moyen de Jupiter, & ſon mouvement vrai vû de la Terre dans l'intervalle entre ces obſervations: & l'on fera, comme cette ſomme ainſi réduite eſt à 360 degrés; ainſi le temps moyen écoulé entre ces obſervations, eſt au temps que le Satellite employe à faire ſa révolution moyenne autour de Jupiter.

Si l'on ſuppoſe dans un autre cas, que la Terre qui étoit dans la premiére obſervation en *H,* au lieu d'être parvenuë en *V,* ſe ſoit trouvée au point *E,* dans le temps que le Satellite a paſſé par le point *X* dans la direction de la ligne *EI;* prolongeant *IE,* juſqu'à ce qu'il rencontre *RM* en *N,* le Satellite vû en Z & en *X* du point *N,* paroîtra répondre aux mêmes points du Ciel où on l'a vû effectivement lorſque la Terre étoit en *H* & en *E.* La différence entre l'angle *RFI* du moyen mouvement de Jupiter, & l'angle *RNI* de ſon mouvement vrai & apparent, meſurera donc la quantité dont un certain nombre de révolutions apparentes eſt plus grande ou plus petite que le même nombre de ces révolutions moyennes, qu'il faut retrancher de la ſomme de ces révolutions, chacune de 360 degrés, lorſque la quantité du moyen mouvement de Jupiter, excede celle de ſon mouvement apparent, & qu'il faut y adjoûter au contraire lorſqu'elle eſt plus petite: & l'on fera, comme la ſomme de ces révolutions, plus ou moins cette différence, eſt à 360 degrés; ainſi le temps moyen écoulé entre les obſervations, eſt au temps que le Satellite employe à faire ſa révolution moyenne.

Comme on ne peut pas obſerver immédiatement le temps de la Conjonction d'un Satellite avec le centre de Jupiter, parce que lorſqu'il paſſe derriére cette Planete, il eſt caché par ſon diſque, & que lorſqu'il paſſe devant, ſa lumiére ſe confond le plus ſouvent avec celle de Jupiter, on a été obligé, comme on l'a remarqué ci-deſſus, d'obſerver le temps de ſon entrée & de ſa ſortie; ce qui ne ſe peut pas faire cependant avec la derniére préciſion, à cauſe qu'il eſt difficile de diſtinguer le moment auquel il touche Jupiter, & celui où il eſt caché entiérement par ſon diſque: c'eſt pourquoi on peut employer pour la recherche de ſes moyens mouvements, le temps qu'il entre dans l'ombre de Jupiter, & qu'il en ſort, qu'on appelle communément *Immerſion* & *Emerſion*, que l'on obſerve avec plus d'évidence que leur entrée & ſortie par rapport au diſque de Jupiter.

Pour donner une idée de la maniére que ſe font ces Eclipſes, que l'on a employées avec ſuccès pour la connoiſſance des Longitudes, ſoit *OGP (Fig. 87.)* le diſque du Soleil, *TEV* l'Orbe annuel, *LHK* Jupiter placé ſur ſon Orbe *MIN*, *ABCD* l'Orbe d'un de ſes Satellites. Les rayons *OL*, *PK*, *SI*, qui partent du Soleil & éclairent Jupiter, étant interceptés par le diſque apparent de cette Planete qui comprend un peu plus de la moitié de ſa ſurface, il ſe forme à l'oppoſite une ombre conique *LRQK*, qui s'étend beaucoup au de-là des Orbes des Satellites, de ſorte que lorſqu'un de ces Satellites, qui reçoit, de même que Jupiter, ſa lumiére du Soleil, vient par ſon mouvement autour de ſa Planete, qui ſe fait de l'Occident vers l'Orient, à rencontrer cette ombre en *D*, il perd ſa lumiére peu à peu, & s'éclipſe entiérement juſqu'à ce qu'il ſoit parvenu en *A*, où il commence à la recouvrer. Si donc l'on ſuppoſe la Terre en *V* ſur ſon Orbe annuel à l'Occident de Jupiter par rapport au Soleil, & qu'un Obſervateur ſuive le mouvement d'un Satellite de *C* en *D* de l'Occident vers l'Orient, il verra ce Satellite entrer en *D* dans cette ombre, lorſqu'il paroiſſoit encore éloigné du diſque de Jupiter de l'intervalle *KN*, & c'eſt ce qu'on appelle *Immerſion*.

Si au contraire, l'Obſervateur ſe trouve ſur l'Orbe annuel en *T*, plus vers l'Orient que Jupiter, il verra le Satellite en *A*, ſortir de l'ombre de Jupiter, éloigné de ſon diſque de l'intervalle *LM*, ce que l'on appelle *Emerſion*.

On n'apperçoit dans le cours d'une révolution du premier Satellite de Jupiter, que ſon Immerſion ou ſon Emerſion, à cauſe que ſon Orbe étant fort près de Jupiter lorſqu'il eſt entré dans l'ombre de cette Planete en *D*, on ne peut point le voir à ſa ſortie en *A*, où il eſt caché par le diſque de Jupiter. Dans les autres Satellites dont les Orbes ſont à une plus grande diſtance, on peut voir dans la même Eclipſe, leurs Immerſions & Emerſions, lorſque les rayons *VR*, *VQ*, dirigés au terme *RQ* de l'ombre de Jupiter dans l'Orbe d'un Satellite, ne rencontrent point le diſque *LHK* de Jupiter, ce qui arrive très-rarement dans le ſecond Satellite.

Ces sortes d'observations peuvent être employées très-utilement pour déterminer les moyens mouvements de Jupiter, en prenant le milieu entre l'heure de l'Immersion & de l'Emersion, qui marque le temps auquel le Satellite vû du Soleil, répond au centre de Jupiter, & comparant cette observation avec une autre semblable, faite après un certain nombre de révolutions plus ou moins le mouvement vrai de Jupiter vû du Soleil, comme on peut le voir *(Fig. 86.)* où la différence entre les révolutions du Satellite vûes du Soleil en *S*, & leurs révolutions moyennes considérées du centre *F* du moyen mouvement de Jupiter, est mesurée par la différence entre les angles *RSI* & *RFI* du vrai & du moyen mouvement de cette Planete.

On peut aussi, au défaut de l'observation de l'entrée d'un Satellite dans l'ombre de Jupiter & de sa sortie, dont l'une des deux, comme nous l'avons remarqué, n'est point visible dans le premier Satellite, y employer seulement son Immersion ou son Emersion observées après un certain nombre de révolutions, pourvû que dans l'une & l'autre de ces observations, les Nœuds de l'Orbe du Satellite soient sur l'Orbe de Jupiter, auquel cas le Satellite passe par le centre de l'ombre de cette Planete, ou qu'ils en soient éloignés à égale distance de part & d'autre; ce qui, comme l'on voit, demande la connoissance des Nœuds des Orbes des Satellites dont nous parlerons ci-après.

En employant ces différentes méthodes, on a trouvé que le premier Satellite employoit à faire sa révolution $1^{j}\ 18^{h}\ 28'\ 36''$,

le second	3	13	17	54,
le troisiéme	7	3	59	36,
& le quatriéme	16	18	5	7.

Comme dans le retour des Satellites à leurs Conjonctions avec Jupiter, ils achevent une révolution entiére sur leurs Orbes, plus un arc égal à celui du mouvement de Jupiter, il faut, pour avoir leurs révolutions à l'égard d'un point fixe dans le Ciel, retrancher de chacune de celles que l'on vient de déterminer, le temps que le Satellite a employé à décrire un arc égal au moyen mouvement de Jupiter pendant la durée de sa révolution.

CHAPITRE III.

Des Digreſſions des Satellites de Jupiter.

NOUS avons remarqué ci-deſſus, que quoique les Orbes des Satellites de Jupiter, fuſſent circulaires ou d'une figure qui approche fort du cercle ; cependant à cauſe du peu d'inclinaiſon de leur plan à l'égard de celui de l'Ecliptique, ils nous paroiſſoient décrire des Ellipſes fort étroites, & qu'on les voyoit quelquefois ſuivre par leurs mouvements, des lignes ſenſiblement droites.

Cette direction du plan de leurs Orbes, forme une inégalité apparente dans leur mouvement, qui paroît ſe faire avec plus de vîteſſe plus ils ſont près de Jupiter, & qui ſe rallentit à meſure qu'ils s'en éloignent juſques vers leurs plus grandes digreſſions, où ils paroiſſent pendant quelque temps ſtationnaires, parce que l'arc qu'ils décrivent alors ſur leur Orbe, eſt à peu-près dans la direction du rayon viſuel qui va de la Terre aux Satellites.

Ce ſont auſſi par cette raiſon, les temps les plus convenables pour déterminer le diametre que leurs Orbes occupent dans le Ciel, & leur rapport à celui de Jupiter, auquel il eſt néceſſaire de les comparer pour connoître le temps & la durée de leurs Eclipſes.

Pour déterminer leur plus grande digreſſion qui ne différe pas ſenſiblement de la grandeur du diametre de ces Orbes, on peut employer diverſes méthodes.

La premiére, qui eſt la plus ſimple, eſt d'obſerver avec un Micrometre l'eſpace que le diametre *AB (Fig. 88.)* de Jupiter occupe dans le Ciel, de même que la diſtance *DC* entre le centre *C* de Jupiter & le Satellite *D*, lorſqu'il eſt dans ſa plus grande digreſſion ; ce que l'on exécutera en dirigeant les fils de ce Micrometre, de maniére qu'ils ſoient perpendiculaires, non pas au parallele *EI* que Jupiter décrit par ſa révolution journaliére, mais à la ligne *DC*, qui paſſe par le centre de cette Planete & le Satellite. Comme l'on eſt obligé pendant la nuit d'éclairer la Lunette pour en diſtinguer les fils, ce qui fait perdre ordinairement les Satellites de vûe, il convient qu'un de ces fils ait quelque épaiſſeur, & qu'on le place de maniére que dans l'instant que le centre de Jupiter passe par l'autre fil, le Satellite se cache derriére le fil épais, ce que l'on peut répéter plusieurs fois jusqu'à ce que l'on ait cette mesure exacte que l'on comparera au diametre de Jupiter mesuré avec le même Micrometre.

La seconde méthode de déterminer la grandeur des Orbes des Satellites, est d'observer cette Planete par le moyen d'une Lunette où l'on a placé au foyer commun de ses deux verres, les fils *EI, GH, PQ, MN* qui se croisent à angles de 45 degrés; l'on dirigera cette Lunette de maniére que le centre *C* de Jupiter parcoure par son mouvement journalier, un de ces fils tel que *EI,* & on observera l'intervalle de temps entre le passage du centre de cette Planete & du Satellite par le fil horaire *GH,* qui, étant converti en minutes & secondes de degrés, à raison d'un degré pour 4 minutes d'heure, mesure l'arc *DF* ou *KC* du parallele de Jupiter entre le Satellite & cette Planete.

On observera aussi la différence entre le passage du Satellite en *L* par le fil oblique *MN,* & son passage en *F* par le fil horaire *GH,* que l'on convertira de même en minutes & degrés d'un parallele, pour avoir la mesure de *LF,* qui, à cause des angles *LCF, FLC,* supposés de 45 degrés, est égal à *FC.* Connoissant *DF* & *FC,* on aura *DC.* Le comparant au diametre de Jupiter *AB* ou *OS,* qui est mesuré par le temps que ce diametre a employé à passer par le fil horaire *GH* converti en degrés, on aura le rapport du diametre de l'Orbe du Satellite à celui de Jupiter, dont l'on déterminera la valeur en réduisant les degrés du parallele de Jupiter à ceux d'un grand cercle.

La troisiéme méthode de déterminer le rapport du diametre de l'Orbe des Satellites à celui de Jupiter, est d'observer l'intervalle de temps entre l'entrée du centre d'un Satellite dans le disque de Jupiter & sa sortie, lorsque ces Eclipses sont centrales, auquel cas leur passage est de la plus longue durée qui soit possible.

On fera ensuite, comme le temps que ce Satellite employe à faire sa révolution, est à celui de sa demeure dans le disque de Jupiter; ainsi 360 degrés sont au nombre de degrés qui mesurent l'arc que le disque de Jupiter occupe dans l'Orbe du Satellite. On fera aussi, comme le sinus de la moitié de cet arc, est au sinus total;

total; ainſi le demi-diametre de Jupiter eſt au demi-diametre de l'Orbe du Satellite.

On peut auſſi employer pour cette recherche, les Eclipſes des Satellites dans l'ombre de Jupiter, lorſqu'on peut voir dans un même jour leurs Immerſions & Emerſions, comme dans le troiſiéme & le quatriéme Satellite, en choiſiſſant les temps de leur plus grande demeure dans l'ombre.

Suivant ces différentes méthodes, on a trouvé que le premier Satellite de Jupiter, lorſqu'il eſt dans ſa plus grande digreſſion étoit éloigné du centre de cette Planete, de 5 de ſes demi-diametres & $\frac{2}{3}$,
le ſecond, de 9
le troiſiéme, de . . . . 14 $\frac{23}{60}$,
& le quatriéme, de . . . . . . 25 $\frac{18}{60}$.

Le diametre apparent de Jupiter occupe dans le Ciel 51 ſecondes lorſqu'il eſt le plus près de la Terre, & 32 ſecondes lorſqu'il en eſt le plus éloigné, ce qui donne ſa grandeur vûe du Soleil dans ſes moyennes diſtances, de 41 ſecondes $\frac{1}{2}$; d'où l'on trouve
le diametre de l'Orbe du premier Satellite, de . . . 0d 3′ 55″.
du ſecond, de 0 6 14,
du troiſiéme, de 0 9 58,
& du quatriéme, de . . . . 0 17 30.

CHAPITRE IV.

Des Inégalités des Satellites de Jupiter.

DANS la théorie des Planetes, nous avons remarqué que les Orbes que la Lune décrit autour de la Terre, & les Planetes autour du Soleil, étoient des Ellipſes qu'elles parcouroient en décrivant en temps égaux des arcs inégaux, ce qui produiſoit l'inégalité que l'on apperçoit dans leur mouvement à l'égard du foyer de ces Ellipſes où la Terre & le Soleil étoient placés.

Les mêmes apparences auroient dû, ce ſemble, ſe remarquer dans les révolutions des Satellites autour de Jupiter; cependant comme la plûpart des inégalités que l'on y observe, doivent être attribuées à une autre cause, on a supposé jusqu'à présent qu'ils décrivoient autour de Jupiter, des cercles ou des orbes qui approchoient fort de la figure circulaire.

Nous avons fait voir dans le second Chapitre, qu'à cause de l'excentricité de l'Orbe de Jupiter à l'égard du Soleil, les révolutions moyennes des Satellites, différoient de leurs révolutions apparentes à l'égard de Jupiter, d'une quantité égale à la différence entre le vrai & le moyen mouvement de cette Planete.

Comme le vrai lieu de Jupiter dans son Aphélie, est le même que son lieu moyen, on voit que cette inégalité doit commencer à l'Aphélie, & se distribuer ensuite dans tout le cours de la révolution de cette Planete autour du Soleil, de la même maniére que l'Equation de son Orbe, qu'il faut retrancher d'abord de la révolution moyenne, pour avoir la véritable; d'où il résulte que le temps que les Satellites employent à faire leurs révolutions autour de Jupiter à l'égard du Soleil, doit être plus prompt que leur révolution moyenne, lorsque cette Planete est entre son Aphélie & sa moyenne distance; & que ces révolutions sont ensuite plus lentes lorsque Jupiter est dans la partie de son Orbe depuis ses moyennes distances jusqu'à son Périhélie.

On a cependant remarqué que ces inégalités étoient un peu plus grandes que celles qui étoient mesurées par l'Equation de l'Orbe de Jupiter, ce que l'on peut expliquer en cette maniére.

Soit BKL *(Fig. 86.)* l'Orbe d'un Satellite que nous supposons d'abord circulaire. Si l'on suppose que Jupiter étant parvenu de son Aphélie où il étoit en A, à sa moyenne distance en α, le Satellite qui étoit sur son Orbe en B, soit arrivé après plusieurs révolutions, en β dans sa Conjonction avec Jupiter; tirant du point F par le point α, la ligne $F\gamma$, l'arc $\beta\gamma$ mesuré par l'angle $\beta\alpha\gamma$, représentera son Equation.

Si l'on suppose présentement, que l'Orbe de ce Satellite soit une Ellipse dont le grand axe BL soit dirigé au même point du Ciel que l'Aphélie de Jupiter, de maniére que BA soit plus grand que AL; lorsque Jupiter sera en α, le Satellite qui seroit parvenu en β, si son mouvement avoit été uniforme & régulier autour de cette Planete, ne sera arrivé qu'en δ: car comme son mouvement dans l'hypotheſe elliptique doit être plus lent dans la partie de ſon Orbe qui eſt vers l'Aphélie, que dans celle qui eſt vers le Périhélie, le point δ doit être moins avancé ſuivant la ſuite des ſignes, que le point β. L'arc $\gamma\beta$, qui meſuroit dans l'hypotheſe circulaire, l'inégalité de la révolution du Satellite, ſera donc plus petit que l'arc $\gamma\delta$, qui meſure cette inégalité dans l'hypotheſe elliptique, de la quantité de l'arc $\beta\delta$.

On a trouvé dans le premier Satellite de Jupiter, que cette Equation n'étoit que de 11 minutes & quelques ſecondes, environ la trentiéme partie de celle de l'Orbe de Jupiter; d'où il ſuit qu'au cas que cette inégalité ſoit produite par la cauſe que nous avons rapportée, l'excentricité de ſon Orbe n'eſt tout au plus que la trentiéme partie de celle de Jupiter; de ſorte que ſuppoſant le demi-axe de cet Orbe, de 10000, la diſtance entre les foyers eſt de 32, & le rapport du grand axe au petit axe, comme 10000 à $9999\frac{1}{2}$; ce qui fait voir que quelque hypotheſe que l'on ſuive, cet Orbe différe très-peu de la figure circulaire.

A l'égard des trois autres Satellites, on y a reconnu auſſi quelques inégalités, qui paroiſſent venir de la même cauſe, dont on n'a pas pû encore déterminer la quantité, & on les a ſuppoſé telles que feu M. Maraldi les a employées dans les calculs des Eclipſes de ces Satellites.

Outre cette inégalité, il y en a une autre dans le premier Satellite de Jupiter, qui ſe monte à 2 degrés que ce Satellite parcourt dans l'eſpace de 14′ 9″; cette Equation a pour regle le retour de Jupiter à ſon Oppoſition avec le Soleil. Auſſi-tôt que mon Pere l'eut reconnuë, il jugea qu'elle pouvoit être l'effet de la lumiére progreſſive de ces Satellites, qui, dans les Oppoſitions de Jupiter avec le Soleil, eſt plus près de la Terre que dans ſes Conjonctions, de toute l'étenduë du diametre de la Terre, comme il eſt rapporté page 148 de l'Hiſtoire de l'Académie Royale des Sciences, de M. Duhamel, qui y a inſéré un Ecrit que mon Pere publia en ce temps-là à ce ſujet.

Cependant comme il ne lui parut pas que cette Equation, qui auroit dû être de la même quantité dans les trois autres Satellites, fût néceſſaire pour déterminer leur mouvement vrai, il abandonna cette hypotheſe, que M. Roëmer adopta depuis, & à qui on en attribuë ordinairement la découverte.

CHAPITRE V.

De l'Inclinaiſon du plan des Orbes des Satellites à l'égard de celui de l'Orbite de Jupiter, & de la ſituation de leur Nœud.

POUR déterminer la ſituation des Nœuds des Planetes principales, il ſuffit d'obſerver les temps où ces Planetes n'ont aucune latitude apparente, auquel cas leur vrai lieu vû du Soleil, eſt celui de leur Nœud, ou de l'interſection de leur Orbite à l'égard de l'Ecliptique, dont on détermine l'inclinaiſon, en remarquant les temps auxquels leur latitude vûe de la Terre eſt la plus grande qui ſoit poſſible, qu'on réduit enſuite à leur vraye latitude vûe du Soleil, qui meſure leur plus grande inclinaiſon.

On ne peut pas trouver avec la même facilité, les Nœuds des Orbes des Satellites de Jupiter, ni leur inclinaiſon, parce que le plan de leur Orbe étant incliné à celui de l'Orbite de Jupiter, lequel eſt auſſi incliné au plan de l'Ecliptique, les apparences que ces Orbes font à l'égard de la Terre, réſultent de la compoſition de ces deux inclinaiſons, qui quelquefois ſont en même ſens, & quelquefois en ſens contraire.

Nous n'entrerons pas ici dans le détail des recherches qui ont été faites à ce ſujet, & qui ſont expoſées au long dans la théorie des Satellites de Jupiter, imprimée dans les anciens Mémoires de l'Académie; il nous ſuffira de dire qu'un des meilleurs moyens de déterminer les Nœuds des Satellites, eſt d'obſerver leurs Immerſions & Emerſions lorſque leur demeure dans l'ombre de Jupiter, eſt la plus longue; car alors indépendamment de la ſituation de la Terre à l'égard de Jupiter & du Soleil, le Satellite vû du Soleil paſſe par le centre de Jupiter qui ſe trouve alors dans les Nœuds des Satellites.

A l'égard de l'inclinaiſon de leurs Orbes, il faut attendre les temps où la demeure des Satellites dans l'ombre eſt de la moindre durée: & l'on fera, comme le temps que le Satellite employe à faire ſa révolution, eſt au temps de ſa moindre durée dans l'ombre; ainſi 180 degrés, ſont à l'arc *TV (Fig. 88.)* dont on connoîtra le sinus en parties, dont le rayon est 100000. On fera de même, comme le temps de la révolution du Satellite, est au temps de la plus grande durée; ainsi 180 degrés sont à un arc de l'Orbe du Satellite, dont le sinus mesure *CA*. Connoissant *CA* ou *CV* & *TV*, on aura *RV*, & l'on fera, comme le sinus du complément de l'arc *TV*, est au sinus total; ainsi *RV* est à *CT*, petit demi-diametre de l'Ellipse qui représente l'Orbe du Satellite. On fera enfin, comme *CD* est à *CT*; ainsi le sinus total est au sinus de la plus grande inclinaison de l'Orbe du Satellite, lorsqu'il est à la distance de 90 degrés de ses Nœuds.

Comme on ne peut pas observer l'Immersion & l'Emersion du premier & du second Satellite de Jupiter lorsqu'ils passent près de son centre, à cause qu'ils en sont trop peu éloignés pour que l'ombre vûe de la Terre soit dégagée entiérement du disque de Jupiter, il est nécessaire pour déterminer leurs Nœuds, d'y employer d'autres méthodes, telles que celles qui sont exposées dans les Mémoires de l'Académie de 1717.

Au défaut des Immersions & Emersions des Satellites de Jupiter, on peut observer la trace que leur ombre fait dans Jupiter, lorsqu'ils sont dans la partie de leur cercle inférieure, c'est-à-dire, la plus près de nous, dans les temps où ces Eclipses sont centrales, ce que l'on reconnoît en les comparant aux bandes obscures de Jupiter, qui se trouvent à peu-près dans la direction du plan de leurs Orbes, & remarquant lorsque ces ombres entrent & sortent aux deux extrémités d'un diametre de Jupiter.

Suivant ces différentes méthodes, on a trouvé que le lieu du Nœud des Satellites étoit présentement en . . . . . ♒ $14^d\ 30'$, éloigné de celui de l'Orbe de Jupiter, d'un signe & près de sept degrés; & que l'inclinaison de leurs Orbes à l'égard de celui de Jupiter, étoit de . . . . $2^d\ 55'$.

On a cependant jugé que l'inclinaison de l'Orbe du second & du troisiéme Satellite étoit un peu plus grande que celle que nous venons de déterminer.

A l'égard du mouvement des Nœuds des Satellites de Jupiter, on n'y en a reconnu aucun de sensible depuis le commencement de ce siécle.

CHAPITRE VI.

Des Satellites de Saturne.

LES Satellites de Saturne paroiſſent beaucoup plus petits que ceux de Jupiter, & comme ils ſont éclairés par le Soleil, de même que les Planetes, leur lumiére doit, à cauſe de leur diſtance tant à la Terre qu'au Soleil, qui eſt le double de celle de Jupiter, être beaucoup plus foible que celle des Satellites de Jupiter; c'eſt par cette raiſon que quoiqu'il y ait des temps où pendant le cours de leurs révolutions, ils paſſent à notre égard devant le diſque de Saturne, & qu'ils ſont cachés par ſon ombre, on n'a jamais apperçû leurs E'clipſes, ni leurs Immerſions & E'merſions.

On a même beaucoup de peine à diſtinguer le premier & le ſecond Satellite lorſqu'ils s'approchent de Saturne, & on ne les a pas encore pû appercevoir pendant tout le cours de leurs révolutions dans le temps que les Ellipſes, qu'ils décrivent par leur mouvement propre, ont le plus de largeur, & qu'ils paſſent au-deſſus ou au-deſſous de cette Planete.

A l'égard du troiſiéme, il eſt un peu plus gros que les deux premiers, & il y a des temps où on l'apperçoit pendant tout le cours de ſa révolution. Il en eſt de même du quatriéme & du cinquiéme Satellites qui, à cauſe qu'ils ſont plus éloignés de Saturne, ſont cachés rarement par le diſque de cette Planete.

On n'a point remarqué de variation ſenſible dans la grandeur des quatre premiers Satellites, dont le quatriéme a toûjours paru le plus gros. Il n'en eſt pas de même du cinquiéme Satellite, qui paroît ſouvent plus gros que le troiſiéme, mais qui dans certains temps diminuë de clarté & de grandeur, & ſe perd entiérement, ſuivant une période qui n'eſt pas encore connuë, ce qui arrive pour l'ordinaire lorſqu'il eſt dans la partie orientale de ſon Orbe par rapport à Saturne: cette apparence a donné lieu de juger qu'il y avoit dans ce Satellite, des Taches d'une grandeur conſidérable par rapport à ſa ſurface; que lorſque ces Taches ſe rencontrent dans l'hémiſphere du Satellite qui eſt expoſée à nos yeux, la partie de ſon diſque qui reſte éclairée, n'étant pas ſuffiſante pour ſe faire appercevoir de la Terre, il disparoît entiérement ; & qu'on le distingue ensuite, soit parce que ces Taches viennent à diminuer, soit que par la révolution du Satellite autour de son axe, elles passent dans l'hémisphere qui nous est opposé.

CHAPITRE VII.

Des moyens Mouvements des Satellites de Saturne.

NOUS avons remarqué au commencement du cinquiéme Livre, que l'anneau de Saturne formoit à l'égard de la Terre, l'apparence d'une Ellipse qui étoit tantôt plus ou moins ouverte, qui, dans des temps, étoit si fort rétrécie qu'on le perdoit de vûe, & qui dans d'autres, étoit telle que son petit diametre étoit environ la moitié de son grand axe.

Il en est de même du plan des Orbes des Satellites dont les quatre premiers décrivent des Ellipses à peu-près semblables à celles de l'anneau, & dont le mouvement se fait suivant une ligne droite lorsque cet anneau cesse de paroître.

A l'égard du cinquiéme Satellite, on s'est apperçû que dans de certains temps, il parcouroit une ligne droite pendant que les quatre autres décrivoient des Ellipses; d'où il suit que son Orbe n'est pas dans le plan de l'anneau ni des autres Satellites, comme on le dira dans la suite.

Les Satellites de Saturne sont de même que ceux de Jupiter, sujets aux inégalités qui dépendent du mouvement de Saturne autour du Soleil; c'est pourquoi on doit employer pour déterminer leurs moyens mouvements, les mêmes méthodes que nous avons indiquées dans la théorie des Satellites de Jupiter, Chap. II.

Il faut cependant remarquer, que comme l'inclinaison de leurs Orbes est beaucoup plus grande que celle des Orbes des Satellites de Jupiter, il faut choisir entre les observations que l'on veut comparer ensemble, celles où Saturne étoit à peu-près dans le même lieu de son Orbe, & le Satellite à la même distance de sa Conjonction avec cette Planete, en préférant les temps où les Ellipses qu'ils décrivent par leurs révolutions apparentes, sont les plus ouvertes, parce qu'alors leur vrai lieu sur leurs Orbes, n'a point besoin de réduction.

On aura aussi attention dans la recherche des moyens mouvements des Satellites de Saturne, de choisir les observations de leurs Conjonctions avec Saturne, ou du moins celles qui en sont les moins éloignées, parce qu'alors leur mouvement apparent est plus prompt que dans les autres endroits de leurs Orbes.

Suivant ces méthodes, l'on a trouvé que le premier Satellite de Saturne acheve sa révolution moyenne à l'égard du point

	j	h	′	″
du Bélier, en	1	21	18	27,
le second, en	2	17	44	22,
le troisiéme, en	4	12	25	12,
le quatriéme, en	15	22	34	38,
& le cinquiéme, en	79	7	47	0.

CHAPITRE VIII.

De la Digression des Satellites de Saturne.

COMME on ne peut appercevoir le premier & le second Satellite de Saturne, qu'avec des Lunettes d'au moins 30 ou 40 pieds, auxquelles il seroit difficile d'appliquer un Micrometre, on ne peut pas pratiquer la premiére méthode que nous avons exposée au Chapitre III, pour déterminer la grandeur du diametre de leurs Orbes lorsqu'ils sont dans leurs plus grandes digressions, & leur rapport à celui de Saturne & de son anneau.

Au défaut du Micrometre, on employe une autre méthode, qui est de compter le temps qui s'écoule entre le passage du centre de Saturne & celui du Satellite par le même cercle horaire; mais cette méthode n'est bonne que pour les Satellites qui sont les plus éloignés, car comme le demi-diametre de l'Orbe du premier Satellite n'est qu'environ 3 secondes à passer par ce fil, & celui du second au plus 4 secondes, une demi-seconde d'erreur qu'il est impossible d'éviter dans ces sortes d'observations, cause une différence trop considérable dans la détermination de sa distance à Saturne.

Il n'y a donc que l'œil qui puisse être le juge de la distance de ces Satellites, que l'on détermine en la comparant au diametre de

l'anneau,

l'anneau, ou bien aux autres Satellites lorſqu'ils ſont dans leurs plus grandes digreſſions.

Suivant ces obſervations, on a trouvé que ſuppoſant le demi-diametre de l'anneau de Saturne de 1, celui de l'Orbe du premier Satellite étoit de . . . . $1 \frac{14}{15}$,
du ſecond, de . . . . $2 \frac{1}{2}$,
du troiſiéme, de . . . . $3 \frac{1}{2}$,
du quatriéme, de 8,
& du cinquiéme, d'un peu plus de . . . . 23.

Comme le rapport du diametre des Orbes du premier & du ſecond Satellite à l'égard de celui de l'anneau de Saturne, n'a pû être déterminé que par l'eſtime, nous avons jugé devoir y employer une autre méthode fondée ſur l'hypotheſe de Képler.

On ſçait que les Planetes qui tournent autour du Soleil, gardent entr'elles une certaine proportion, qui eſt telle que les quarrés des révolutions ſont comme les cubes de leurs diſtances au Soleil. Cette regle s'eſt trouvée depuis obſervée dans les Satellites de Jupiter & dans ceux de Saturne, & mon Pere l'a employée d'abord pour trouver leurs mouvements, en attendant qu'on eût un aſſés grand nombre d'obſervations pour les déterminer immédiatement.

A préſent que leurs mouvements ſont connus aſſés exactement, nous les employerons pour déterminer leurs diſtances à Saturne, ce qui eſt une des parties des plus difficiſes de la théorie de ces Satellites, & en même temps des plus néceſſaires, n'étant pas poſſible de déterminer exactement leurs ſituations hors des Conjonctions ſans connoître le diametre de leurs Orbes.

Nous avons choiſi pour cet effet la diſtance du quatriéme Satellite au centre de Saturne, qui a été meſurée dans ſes plus grandes digreſſions, de huit demi-diametres de l'anneau; ayant enſuite pris le quarré du temps de chaque révolution, nous en avons extrait la racine cubique, qui nous a donné le rapport des diſtances des Satellites entr'eux, & nous avons trouvé que la diſtance du quatriéme Satellite au centre de Saturne étant de 8 demi-diametres de l'anneau, celle du premier étoit de . . . . . . $1 \frac{93}{100}$, celle du second, de . . . . $2 \frac{47}{100}$,

du troisiéme, de . . . . $3 \frac{45}{100}$,

& du cinquiéme, de . . . . $23 \frac{23}{100}$.

Cette proportion s'accorde si exactement à celle qui a été déterminée par les observations immédiates, faites par l'estime, que l'on peut s'en servir pour trouver la situation de chaque Satellite sur son Orbe, sans crainte de tomber dans quelque erreur sensible.

Le diametre de Saturne est d'environ 20 secondes de degré, & celui de l'anneau, d'environ 45 secondes; d'où il suit que le diametre de l'Orbe du premier Satellite occupe dans le Ciel . . . 1′ 27″,

le second 1 52,

le troisiéme 2 36,

le quatriéme 6 0,

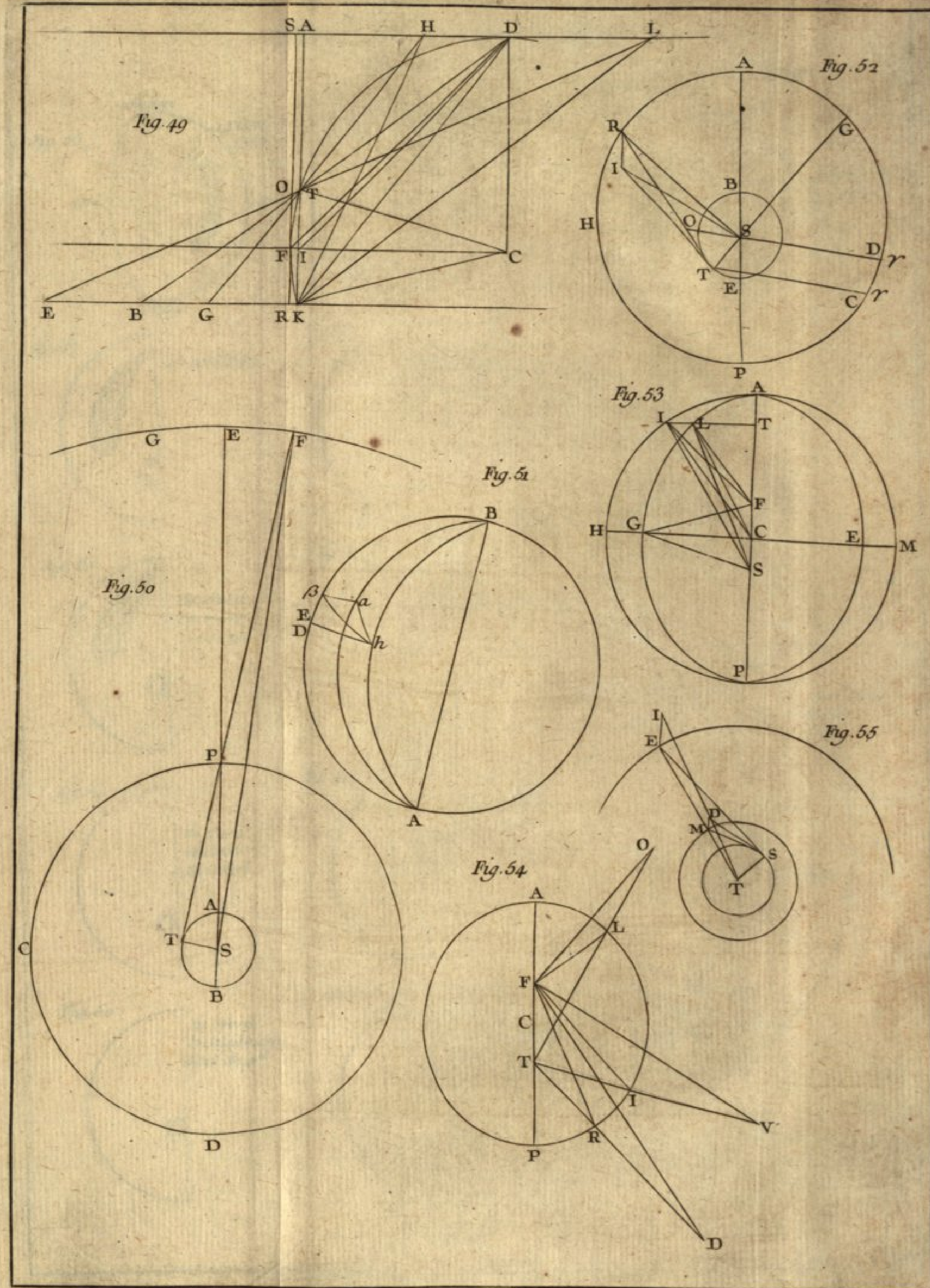
& le cinquiéme . . . . 17 25.

CHAPITRE IX.

De l'Inclinaison des Orbes des Satellites de Saturne, & de la situation de leur Nœud.

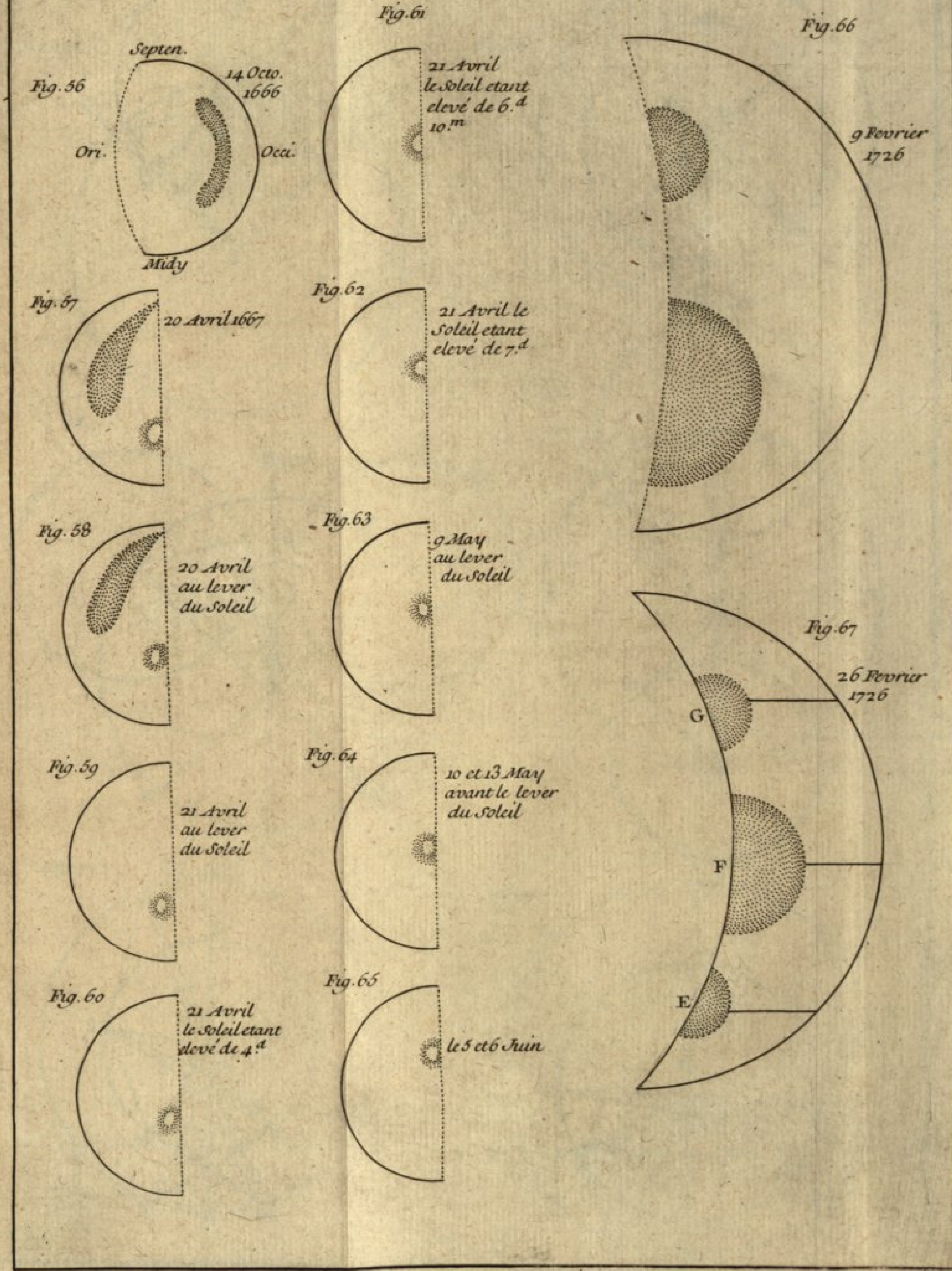
POUR déterminer l'inclinaison des Orbes des Satellites de Saturne par rapport à l'Ecliptique, on a comparé leurs situations à l'égard de l'anneau en différents endroits de leurs révolutions, & ayant remarqué que les quatre premiers décrivoient des Ellipses semblables à la circonférence de l'anneau, on a reconnu qu'ils étoient dans un même plan, & que par conséquent leur inclinaison à l'égard de celui de l'Ecliptique, étoit d'environ 30 à 31 degrés, la même que celle que l'on observe dans celle de l'anneau.

Cette inclinaison ne s'est pas trouvée de la même quantité dans l'Orbe du cinquiéme Satellite, comme on l'a remarqué par les observations qui sont rapportées dans les Mémoires de l'Académie de 1714, où ce Satellite parut décrire une ligne droite qui passoit à peu-près par le centre de Saturne, pendant que les autres décrivoient des Ellipses dont le grand diametre étoit incliné d'environ



Simonneau Sculp.

Figure des taches de Venus.



Simonneau Sculp.

Fig. 68

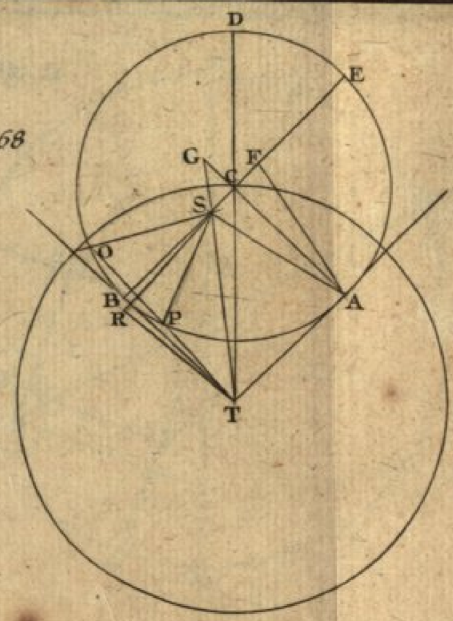


Fig. 69

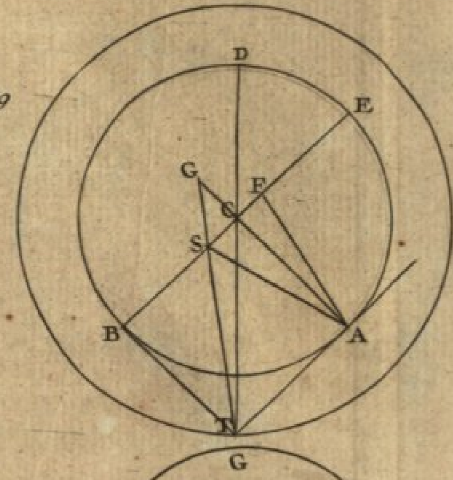


Fig. 71

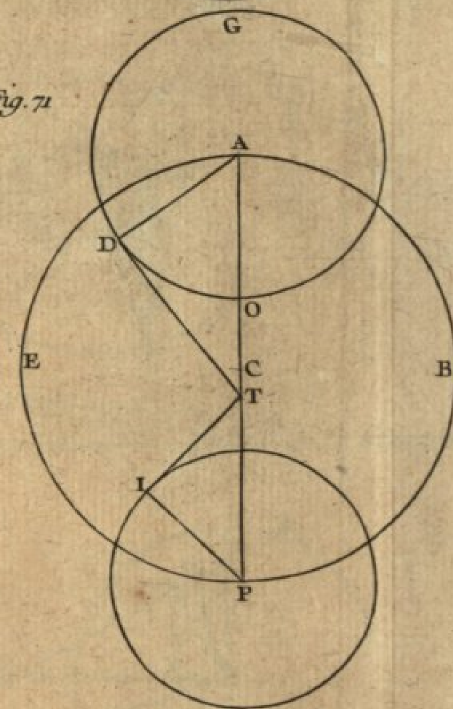


Fig. 70

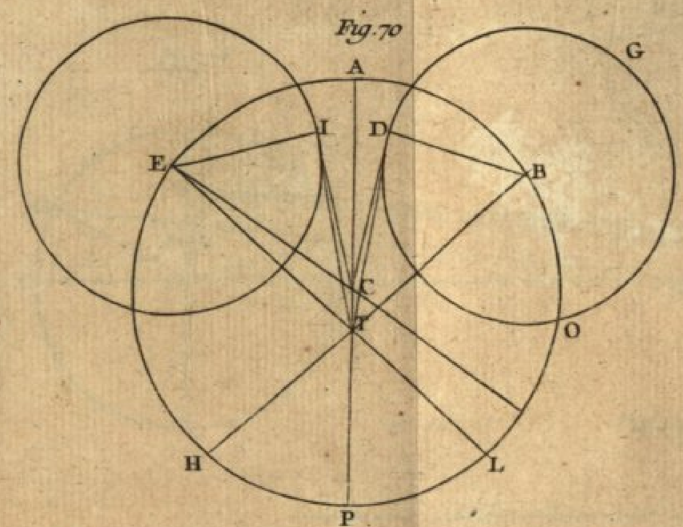


Fig. 72

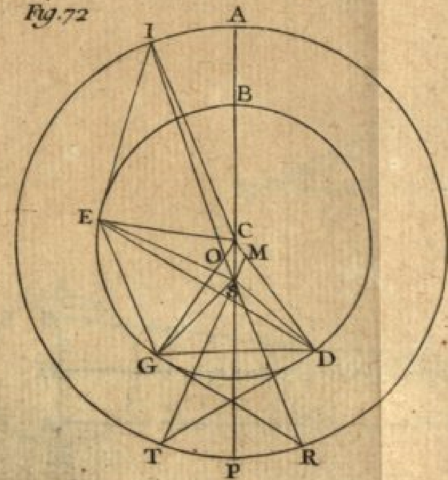


Fig. 73

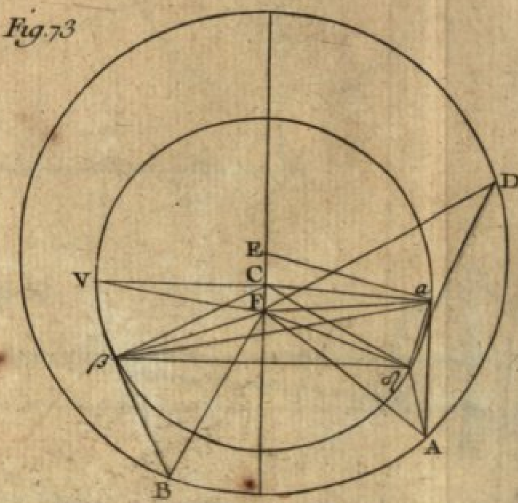


Fig. 74

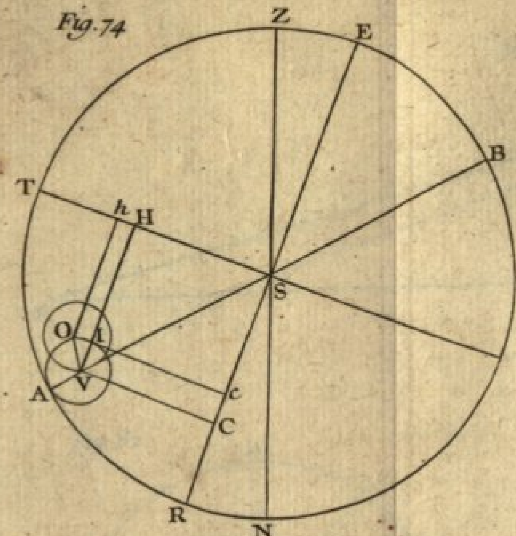


Fig. 75

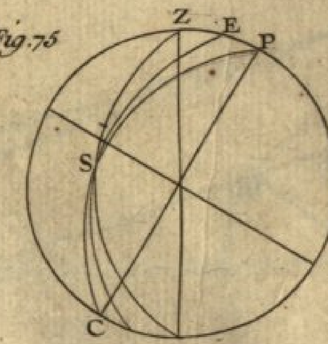


Fig. 76

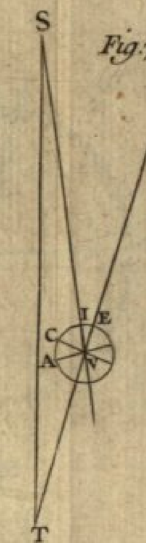


Fig. 77

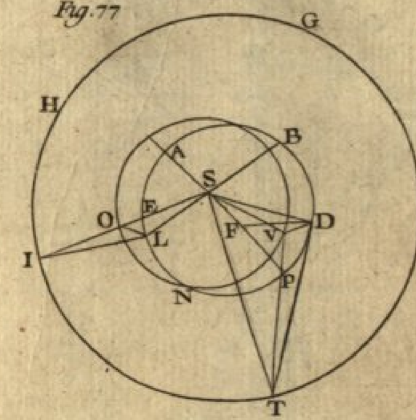


Fig. 78

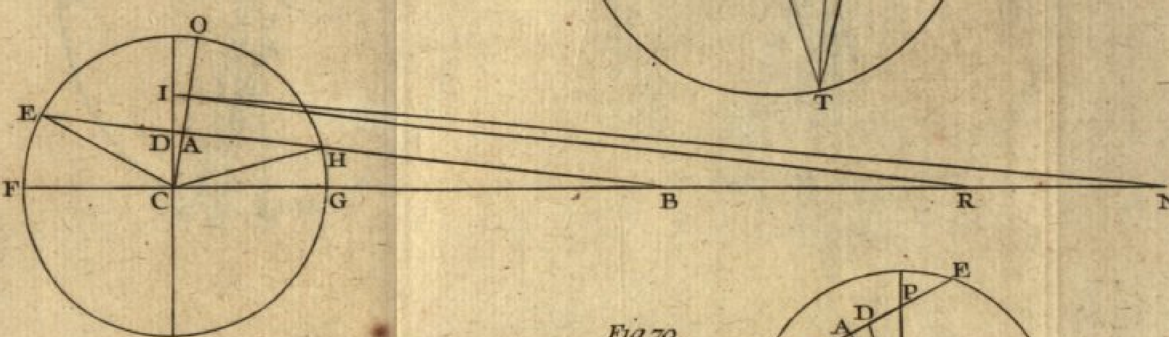


Fig. 79

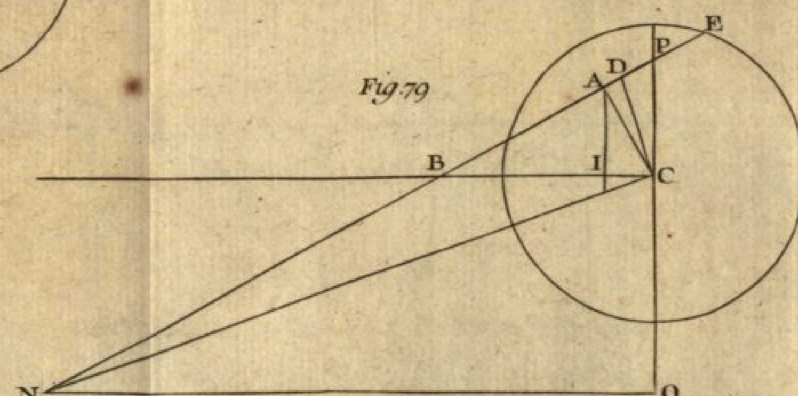
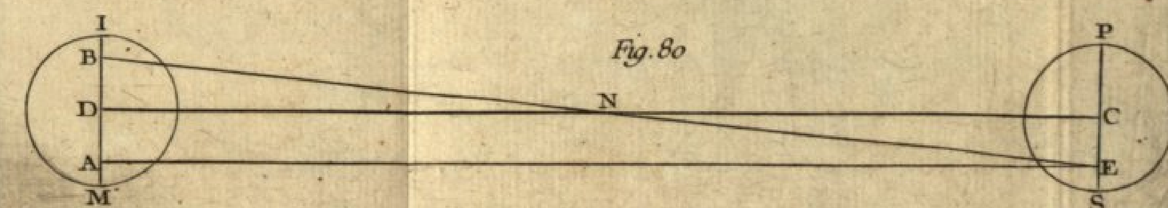


Fig. 80



Simonneau Sculp.

Fig. 81

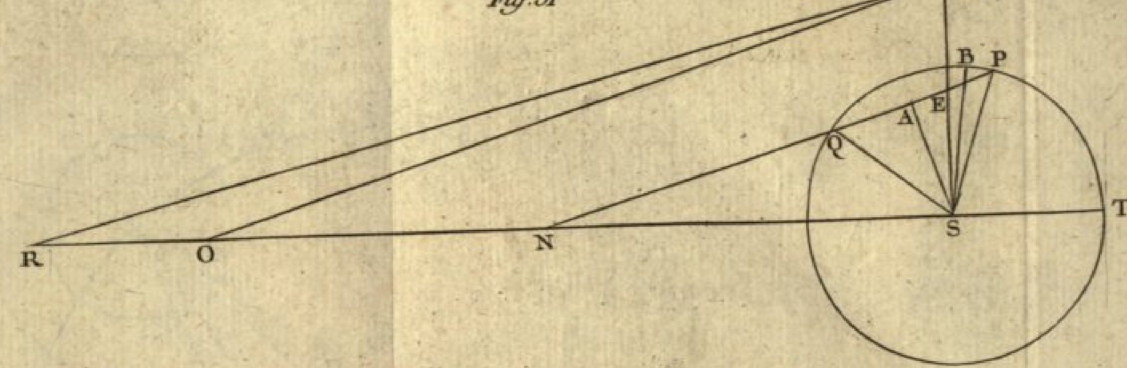


Fig. 82

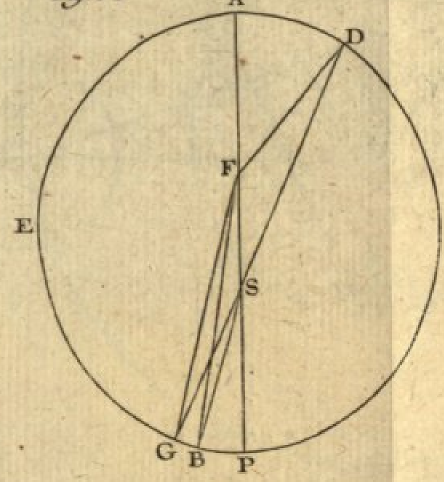


Fig. 83

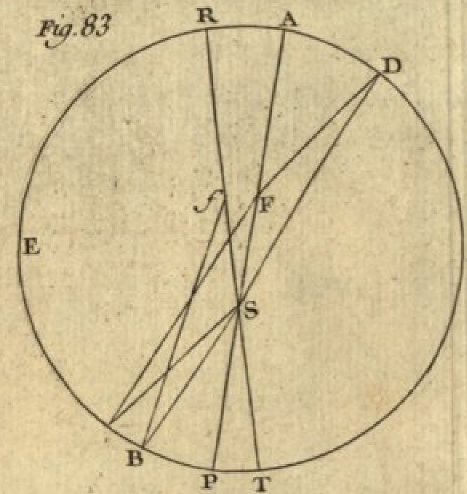


Fig. 84

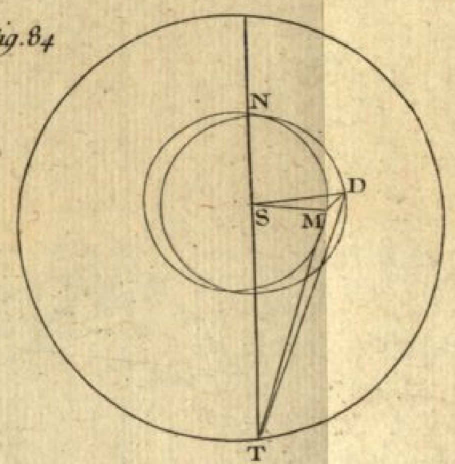
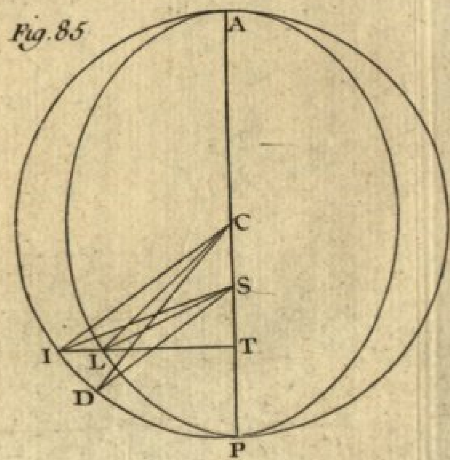


Fig. 85



Simonneau Sculp.

Fig. 86

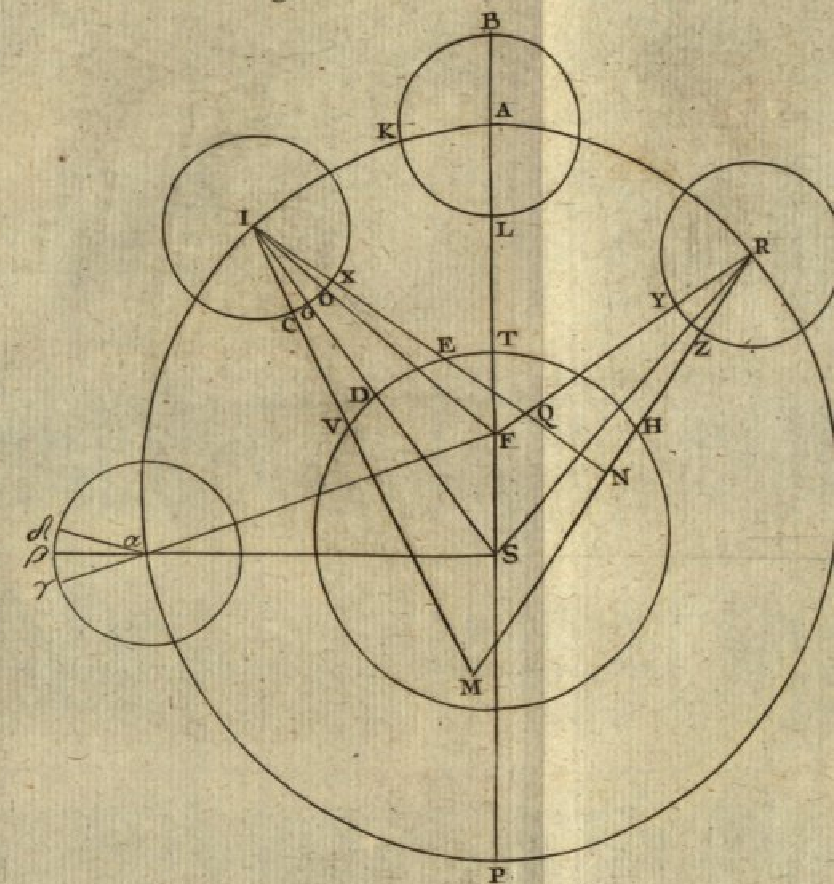


Fig. 87

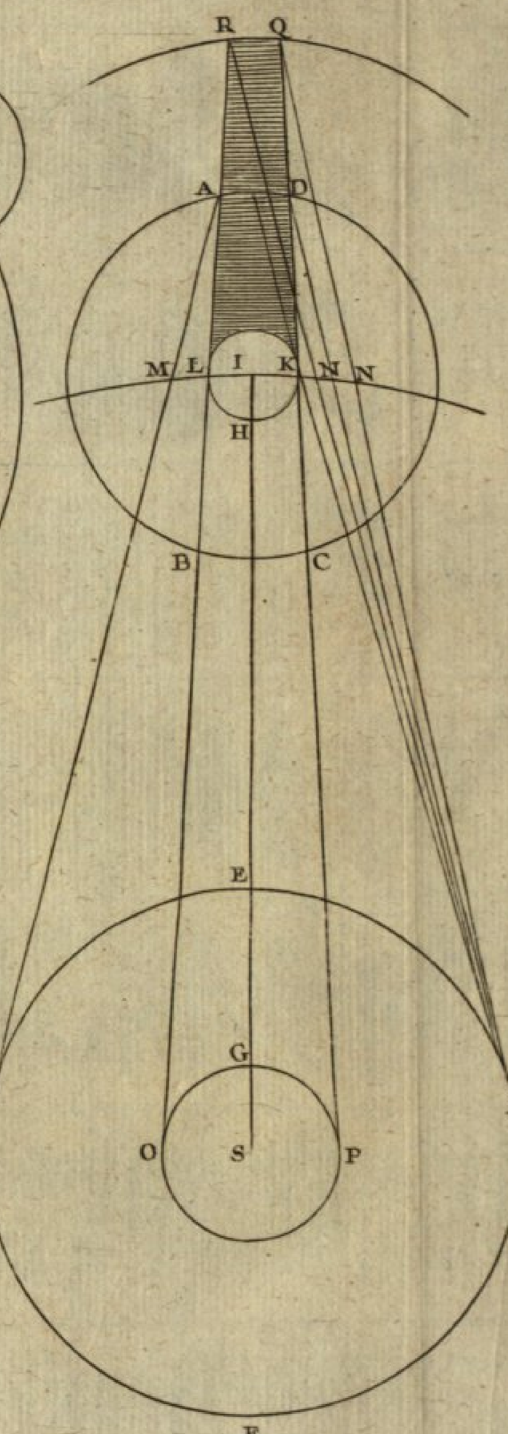
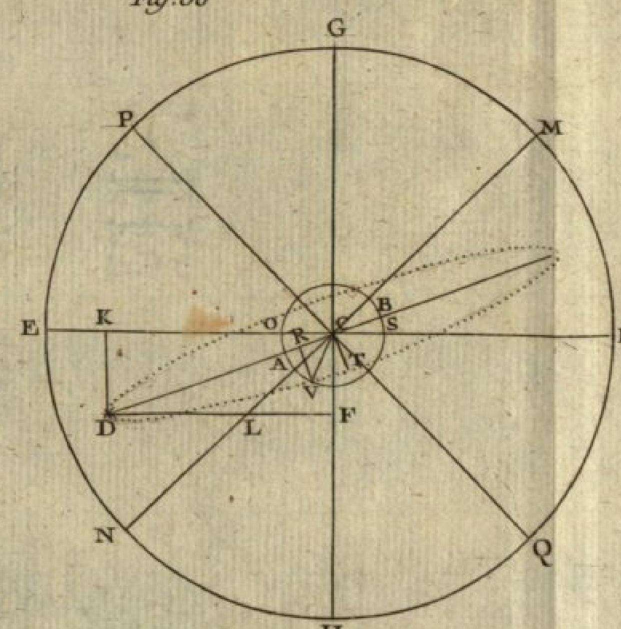


Fig. 88



Simonneau sculp.

15 degrés à la route de ce Satellite, qui étoit elle-même inclinée de 17 à 18 degrés à l'Orbite de Saturne; ce que l'on a reconnu en comparant la direction du mouvement de cette Planete par rapport à une Etoile fixe qui en étoit fort proche; d'où l'on a conclu que le plan de l'Orbe de ce Satellite se trouvoit placé entre le plan de l'Ecliptique & celui des Orbes des autres Satellites, auxquels il étoit incliné de part & d'autre, d'environ 15 degrés.

Pour trouver le lieu de leur Nœud, on a attendu les temps où l'anneau cesse de paroître, n'étant éclairé du Soleil que par son épaisseur, qui est trop étroite pour pouvoir être apperçûe de la Terre; car alors son plan se trouvant dans la direction du Soleil, le vrai lieu de Saturne est le même que le lieu du Nœud de l'anneau & des Satellites qui sont dans le même plan. Suivant ces observations on a trouvé que le plan de l'Orbe des quatre premiers Satellites répondoit au vingt-deuxiéme degré de la Vierge.

A l'égard du cinquiéme Satellite, on a reconnu par les observations faites lorsqu'il a paru se mouvoir en ligne droite, que son Nœud vû du Soleil répondoit au cinquiéme degré de la Vierge, éloigné de 17 degrés de celui des autres Satellites.

FIN.