très-grand ſoin. Ayant choiſi celles qui paroiſſoient s'accorder le mieux enſemble, & repréſenter le vrai mouvement du Soleil le plus conforme à celui que nous obſervons préſentement, nous avons calculé le vrai lieu du Soleil qui en réſulte, & nous avons employé la quatriéme méthode de déterminer l'Apogée & le Périgée du Soleil par des obſervations correſpondantes, faites avant & après dans le même intervalle de temps, en cette maniére.

Le 18 Mars de l'année 1503, à midi, le vrai lieu du Soleil étoit de $0^s\ 6^d\ 32'\ 6''$; il étoit le 9 Mai ſuivant, de $1^s\ 27^d\ 7'\ 5''$, ce qui donne le vrai mouvement du Soleil dans l'eſpace de 52 jours, de $50^d\ 34'\ 59''$.

Le 26 Juillet de la même année, à midi, le vrai lieu du Soleil étoit de $4^s\ 11^d\ 25'\ 16''$; il étoit le 16 Septembre ſuivant, de $6^s\ 2^d\ 0'\ 41''$, ce qui donne le vrai mouvement du Soleil dans le même intervalle de 52 jours, de $50^d\ 35'\ 25''$.

La différence eſt de 25 ſecondes de degré, dont le vrai mouvement du Soleil, depuis le 18 Mars juſqu'au 9 Mai 1503, eſt plus petit que depuis le 26 Juillet juſqu'au 16 Septembre.

Quoique cette différence ſoit aſſés petite pour qu'on puiſſe l'attribuer à quelque erreur dans les obſervations, cependant ſi l'on veut en tenir compte, il faut conſidérer que la quantité du mouvement du Soleil ayant été trouvée plus petite dans le premier intervalle que dans le ſecond, c'eſt une preuve que le Soleil, qui diminuë de vîteſſe plus il s'approche de l'Apogée, en étoit plus près dans les deux premiéres obſervations que dans les deux derniéres, d'une quantité que l'on trouvera de 14 minutes de degré. Les retranchant du vrai lieu du Soleil obſervé le 9 Mai à midi, de $1^s\ 27^d\ 7'\ 5''$, on aura $1^s\ 26^d\ 53'\ 5''$ pour le vrai lieu du Soleil dans le temps qu'il étoit à la même diſtance de l'Apogée que le 26 Juillet à midi, où on l'a trouvé de $4^s\ 11^d\ 25'\ 16''$. La différence eſt de $2^s\ 14^d\ 32'\ 11''$, dont la moitié $1^s\ 7^d\ 16'\ 6''$, étant adjoûtée à $1^s\ 26^d\ 53'\ 5''$, donne le vrai lieu de l'Apogée du Soleil, en 1503, de $3^s\ 4^d\ 9'\ 10''$.

Nous avons trouvé l'Apogée du Soleil, en 1738, de $3^s\ 8^d\ 19'\ 8''$ *(Voy. page 172).* La différence eſt de $4^d\ 9'\ 58''$, qui meſurent le mouvement de l'Apogée du Soleil dans l'intervalle de 235 années, ce qui eſt à raiſon de $1'\ 4''$ par année.

Si l'on compare présentement la situation de l'Apogée du Soleil, déterminée par Hipparque 140 ans avant l'époque de Jesus-Christ, à $5^d\ 30'$ des Gemeaux, avec celle qui a été observée en 1738, à $8^d\ 19'$ de l'Ecrevisse, on trouvera que dans l'espace de 1878 années, l'Apogée a eu un mouvement de $32^d\ 49'$, ce qui est à raison de $1'\ 2''\ 54'''$ par année.

Ce même mouvement de $32^d\ 49'$ étant divisé par 1598 années depuis Ptolemée jusqu'à nous, donne le mouvement annuel de l'Apogée du Soleil, de $1'\ 14''$.

La quantité du mouvement de l'Apogée du Soleil, qui résulte des observations de Waltherus, s'accorde donc plus exactement aux observations de Hipparque, qu'à celles de Ptolemée, qui, dans la détermination de l'Apogée du Soleil, aussi-bien que dans celle de l'obliquité de l'Ecliptique, semble n'avoir pas osé s'écarter de ce qui avoit été déterminé par Hipparque.

Ce mouvement de l'Apogée, qui résulte des observations de Hipparque, est aussi plus conforme à la situation de l'Apogée déterminée en divers temps par plusieurs Astronomes, que nous avons jugé à propos de rapporter ici.

Déterminations de l'Apogée du Soleil.

Hipparque, 140 ans avant Jesus-Christ.	♊	5^d	$30'$	$0''$
Ptolemée, 140 ans après Jesus-Christ...	♊	5	30	0
Albategnius, en 883	♊	22	17	0
Arzachel, en 1076	♊	17	50	0
Alphonse, en 1252	♊	28	40	0
Waltherus, en 1503	♋	4	9	0
Copernic, en 1515	♋	6	40	0
Tycho, en 1588	♋	5	30	0
Képler, en 1588	♋	5	32	0
Riccioli, en 1646	♋	7	26	15
Riccioli, en 1655	♋	8	36	0
A l'Observatoire, en 1738	♋	8	19	8

En comparant ces obſervations avec les nôtres, faites en 1738, on trouvera le mouvement annuel de l'Apogée,

Suivant Hipparque, de	1′	3″
Ptolemée, de	1	14
Albategnius, de	1	7 ½
Arzachel, de	1	51 ½
Alphonſe, de	1	10
Waltherus, de	1	4
Copernic, de	0	25
Tycho, de	1	7
Képler, de	1	6 ½
Riccioli, en 1646, de	0	34

Toutes ces variétés dans la quantité du mouvement de l'Apogée & du Périgée du Soleil, ou de l'Aphélie & du Périhélie de la Terre, qui réſultent de ces obſervations, ſuivant leſquelles ce mouvement eſt tantôt plus grand, & tantôt plus petit de 50 ſecondes, ont fait juger à quelques Aſtronomes, que l'Orbe de la Terre étoit toûjours dirigé au même point du Ciel, & que le mouvement apparent de la ligne qui paſſe par ſon Aphélie & ſon Périhélie, étoit cauſé, de même que celui des Etoiles fixes, par la préceſſion des Equinoxes, ou le mouvement du Pole de la Terre autour de celui de l'Ecliptique.

CHAPITRE X.

De la grandeur de l'Année Solaire.

L'ANNÉE Solaire eſt la meſure du temps que le Soleil, dans le Syſteme de Ptolemée & de Tycho, ou la Terre, dans le Syſteme de Copernic, employe par ſon mouvement propre de l'Occident vers l'Orient, à parcourir l'Ecliptique, & à retourner au même point d'où il étoit parti.

Elle ſe diſtingue en apparente & moyenne.

L'année Solaire moyenne, eſt le temps du retour du Soleil au même point de l'Ecliptique, considéré du centre du moyen mouvement; elle est toûjours la même, sans être sujette à aucune variation.

L'année Solaire apparente, est le temps du retour du Soleil au même point de l'Ecliptique, considéré du centre de la Terre; elle n'est pas toûjours de la même durée, étant sujette aux variations causées par le mouvement de l'Apogée & du Périgée du Soleil.

Pour expliquer la maniére dont l'on conçoit ces deux différentes années; soit *AP (Fig. 34.)* l'axe de l'Ellipse ou de l'Orbe annuel *ASPI*, que le Soleil décrit par sa révolution autour de la Terre, dont l'Apogée *A* répond dans le Firmament, supposé à une distance immense, au point *L*, qui est à $5^d\ 30'$ des Gemeaux, de même qu'il a été observé du temps de Hipparque; *T*, la Terre éloignée du centre *C* de l'Orbe annuel *ASPI* de la distance *CT*, dont la proportion au grand axe *AP*, est connuë.

Soit pris sur le grand axe *AP*, *CH* égal à *CT*. Le point *H*, représentera dans l'hypothese elliptique simple, un des foyers de l'Ellipse autour duquel le Soleil décrit son moyen mouvement.

Soit fait l'angle *ATI* ou *LTN*, de $65^d\ 30'\ 0''$ égal à la distance de l'Apogée du Soleil au point du Bélier, dans le temps de Hipparque, le point *N* répondra dans le Firmament au commencement du Bélier. Soit pris sur la ligne *TN*, *TV* égal à *AP*, & soit joint *VH*. Soit fait l'angle *VHI*, égal à l'angle *HVI*, & soit prolongé *HI* en *D*. Le Soleil étant sur son Orbe au point *I*, qui, vû de la Terre en *T*, répond au commencement du Bélier; l'angle *LHD*, mesurera la quantité du moyen mouvement qui convient à l'angle *LTN* du vrai mouvement, & l'angle *HIT*, différence entre les angles *LHD* & *LTN*, représentera l'Equation de l'Orbe du Soleil. Car, à cause des angles égaux *HVI*, *VHI*, les côtés *HI*, *VI*, sont égaux; on aura donc *HI* plus *IT*, égal à *VI* plus *IT*; c'est-à-dire, à *TV*, qui a été pris égal à l'axe *AP*. Le point *I* sera donc sur une Ellipse dont les foyers sont en *T* & en *H*, & représentera le vrai lieu du Soleil. L'angle *HIT*, ou son opposite *NID*, qui, à cause de la distance supposée immense du cercle *LEKN*, mesure l'arc *ND*, représentera donc l'Equation de l'Orbe du Soleil, ou la différence entre les angles *LTN* & *LHI* de ſon vrai & moyen mouvement, dont l'on trouvera la valeur. Car dans le Triangle *HTV*, dont les côtés *VT*, ou *AP*, & *TH*, ſont connus, & l'angle *HTV* de la diſtance du Soleil à ſon Apogée, eſt de $65^d\ 30'\ 0''$, on aura l'angle *HVT*, de $0^d\ 53'\ 5''$, qui, à cauſe des angles égaux *HVT*, *VHI*, eſt la moitié de l'angle externe *HIT*, qui ſera par conſéquent de $1^d\ 46'\ 10''$.

Si l'on ſuppoſe préſentement que l'Apogée du Soleil ſe ſoit avancé de *A* vers *B*, & qu'il réponde au point *M*, à $8^d\ 20'\ 0''$ de l'Ecreviſſe, comme il eſt préſentement, tirant du point *M*, par le centre *T* de la Terre, la ligne *MTK*, l'Orbe du Soleil ſera repréſenté par l'Ellipſe *BZG*; & prenant ſur ſon grand axe de *T* vers *B*, *TF* égal à *TH*, le point *F*, répondra au centre du moyen mouvement, & le Soleil étant retourné au point du Bélier, ſe trouvera ſur ſon Orbe en *G*, dans la direction de la ligne *TN*, qui paſſe par le point *I*, où il étoit du temps de Hipparque.

Tirant du point *F*, par le lieu du Soleil en *G*, la ligne *FGR*, & menant du point *I*, la ligne *IO*, parallele à *FGR*, l'angle *FGT*, ou ſon oppoſite *NGR*, lequel, à cauſe des paralleles *GR*, *IO*, eſt égal à l'angle *NIO*, meſurera l'Equation du Soleil, lorſqu'il étoit au point du Bélier dans les obſervations modernes, qui différera de l'angle *NID* ou *HIT*, qui meſuroit cette Equation au temps de Hipparque, de la quantité de l'angle *DIO*.

Le Soleil étant donc, par ſon mouvement vrai ou apparent, retourné en *N* au point du Bélier, par rapport au centre *T* de la Terre, après le nombre de révolutions qu'il y a eu depuis Hipparque juſqu'à nous; ſi on le conſidére du centre de ſon moyen mouvement, d'où il répondoit du temps de Hipparque au point *D* de l'Ecliptique, il ſera retourné dans le même intervalle de temps au point *R*, après avoir achevé la même quantité de révolutions moins un arc qui eſt meſuré par l'angle *DIO*, différence entre les angles *HIT* & *FGT* de l'Equation qui répond au vrai lieu du Soleil dans ces deux obſervations ; d'où il ſuit que dans ce cas la révolution vraye ou apparente du Soleil, s'acheve en moins de temps que ſa révolution moyenne, d'une quantité qu'il faut adjoûter à la révolution apparente pour avoir la moyenne.

Pour trouver la différence entre ces deux ſortes de révolutions, on calculera l'Equation du Soleil qui convient à $98^d\ 20'\ 0''$, diſtance véritable du Soleil à ſon Apogée dans les obſervations modernes, qu'on trouvera de $1^d\ 54'\ 20''$, qui meſurent l'angle *FGT* ou *NGR* ou *NIO*, dont retranchant l'angle *HIT* ou *NID*, qui a été trouvé de $1^d\ 46'\ 10''$, reſte l'angle *DIO*, de $0^d\ 8'\ 10''$, que le Soleil parcourt par ſon mouvement propre, lorſqu'il eſt dans l'Equinoxe du Printemps, en 3 heur. 18 minutes, à raiſon de $59'\ 22''$ en 24 heures. Partageant $3^h\ 18'$ par 1880 années qui ſe ſont écoulées entre les obſervations de Hipparque & les nôtres, on aura $6''\frac{1}{3}$ dont l'année Solaire apparente, priſe depuis le commencement du Bélier, eſt plus petite que l'année moyenne.

On déterminera de la même maniére, la différence entre l'année apparente & la moyenne, conſidérée de divers points de l'Ecliptique, comme, par exemple, du point *E* de la Balance; car dans ce cas, on aura l'angle *LTE* du vrai mouvement du Soleil depuis le lieu de l'Apogée, au temps de Hipparque, de $114^d\ 30'\ 0''$, par le moyen duquel on trouvera l'angle *HST* ou *ESX* de l'Equation du Soleil, lorſqu'il étoit dans l'Equinoxe d'Automne, de $1^d\ 44'\ 40''$. On aura auſſi l'angle *MTE*, diſtance du Soleil au lieu de ſon Apogée, déterminé par les obſervations modernes, de $81^d\ 40'\ 0''$, au moyen duquel on trouvera l'angle *TZF* ou *EZY*, de $1^d\ 54'\ 54''$, lequel, à cauſe de *SQ*, parallele à *SY*, eſt égal à l'angle *ESQ*. Retranchant de cet angle, l'angle *HST* ou *ESX*, qui a été trouvé de $1^d\ 44'\ 40''$, reſte l'angle *QSX* ou *XbY*, qui meſure l'arc *XY*, de $0^d\ 10'\ 14''$, que le Soleil parcourt, lorſqu'il eſt dans l'Equinoxe d'Automne, en 4 heures 10 minutes, à raiſon de $58'\ 50''$ en 24 heures. Les partageant par 1880 années, on aura $8''$ dont l'année Solaire apparente, priſe depuis le commencement de la Balance, excede l'année Solaire moyenne, à cauſe que le Soleil étant, par ſon mouvement vrai ou apparent, retourné en *E* au point de la Balance, par rapport au centre *T* de la Terre, après un certain nombre de révolutions; ſi on le conſidére du centre du moyen mouvement, d'où il répondoit du temps de Hipparque, au point *X*, il eſt parvenu après le même intervalle de temps au point *Y*, après avoir achevé la même quantité de révolutions plus l'arc *XY*, meſuré par l'angle

XbY

XbY ou *XSQ*, différence entre les angles *ESX*, *EZY*, ou leurs oppoſites *HST*, *FZT*, qui repréſentent l'Equation du Soleil lorſque ſon Apogée étoit en *L* & en *M*.

Connoiſſant de la maniére que l'on vient d'expliquer, la différence entre l'année Solaire apparente, & la moyenne, dans tous les temps, pour tous les points du Zodiaque, il reſte préſentement à déterminer la grandeur de l'année Solaire apparente, pour en déduire la moyenne, ce que l'on peut faire en pluſieurs maniéres.

Premiére Méthode de déterminer la grandeur de l'Année Solaire, par le lever & le coucher du Soleil.

La méthode qui paroît la plus ſenſible pour déterminer la grandeur de l'année Solaire, eſt de remarquer un terme fixe à l'horiſon où l'on apperçoit le Soleil à ſon lever ou à ſon coucher en quelques jours de l'année, & d'obſerver le temps auquel il retourne vers le même point, après avoir paſſé par les deux points Solſticiaux. On fera cette obſervation deux ou pluſieurs jours de ſuite, l'un avant que le Soleil ſoit arrivé au lieu où il étoit l'année précédente, & l'autre après; & l'on meſurera l'arc de l'horiſon intercepté entre ces différents points. On fera enſuite, comme l'arc de l'horiſon compris entre le point du lever ou du coucher du Soleil d'un jour à l'autre, eſt à l'arc de l'horiſon compris entre le lever ou le coucher du Soleil d'une année à l'autre; ainſi 24 heures ſont à un quatriéme nombre, qui, étant adjoûté au nombre de jours écoulés entre les deux premiéres obſervations, donnera la grandeur de l'année Solaire.

Exemple.

Ayant remarqué le point de l'horiſon où le Soleil s'eſt levé le 20 Mars de l'année 1716, on a obſervé le 20 Mars 1717, que le Soleil s'eſt levé à un point de l'horiſon qui en étoit éloigné de 9 minut. vers le Septentrion; le lendemain 21 Mars, le Soleil s'eſt levé à un point de l'horiſon plus avancé de 37 minutes vers le Midi que le jour précédent. On fera donc, comme 37 minut. ſont à 9 minutes; ainſi 24 heures ſont à 5 heures 50 minutes, qui, étant adjoûtées à 365 jours, intervalle entre le 20 Mars 1716, & le 20 Mars 1717, donnent la grandeur de l'année

Solaire apparente, de $365^{j}\ 5^{h}\ 50'\ 0''$. On a choisi pour cette recherche, le temps où le Soleil est près des Equinoxes, à cause que l'intervalle entre le lever ou le coucher du Soleil d'un jour à l'autre, est alors le plus grand qu'il soit possible.

Cette méthode demande que la partie de l'horison où l'on a observé le Soleil à son lever ou à son coucher, soit unie sans aucune inégalité sensible; elle est aussi sujette aux erreurs causées par les réfractions horisontales, où l'on remarque souvent des variations extraordinaires.

Seconde Méthode de déterminer la grandeur de l'Année Solaire, par les observations des Etoiles fixes, comparées à celles du Soleil.

On observera à une Pendule bien reglée, l'heure vraye du passage d'une Etoile fixe par le Méridien.

L'année suivante, ou plusieurs années après, on observera deux jours de suite, le passage de la même Etoile fixe par le Méridien, de telle sorte que l'un soit avant, & l'autre après celui de l'année précédente; & l'on fera, comme la différence entre le passage de l'Etoile fixe par le Méridien, d'un jour à l'autre, est à la différence entre le passage de cette Etoile par le Méridien, de l'année précédente, & son passage par le Méridien dans la premiére observation de l'année suivante; ainsi l'intervalle de temps que l'Etoile a employé à retourner au Méridien d'un jour à l'autre, est au nombre d'heures, minutes & secondes, qui, étant adjoûtées à l'intervalle de jours écoulés entre les deux premiéres observations, donnent la quantité d'une révolution du Soleil par rapport aux Etoiles fixes.

Comme cette révolution est plus grande que celle du Soleil à l'égard du même point de l'Ecliptique, à cause que le mouvement propre des Etoiles fixes se fait du même sens que celui du Soleil; on fera, comme 360 degrés plus $0'\ 50''$, mouvement annuel des Etoiles fixes, sont à 360 degrés; ainsi la révolution du Soleil, que l'on vient de déterminer, est au retour du Soleil au même point de l'Ecliptique, qui mesure la grandeur de l'année Solaire.

On peut employer pour cette détermination, les Etoiles fixes que l'on juge à propos, quand même leur déclinaiſon ſeroit fort différente de celle du Soleil dans les jours obſervés, pourvû que l'on ait un Quart-de-cercle mural fixe, dirigé exactement au Méridien, ou dont l'on connoiſſe les variations à différentes hauteurs.

Lorſqu'on n'a point de Quart-de-cercle mural, on peut ſe ſervir d'une Lunette fixe qui ait à ſon foyer, deux fils perpendiculaires, dont l'un ſoit dirigé de ſorte que le Soleil le parcourt par ſon mouvement journalier. On choiſira une Etoile qui ait à peu-près la même déclinaiſon que celle du Soleil, de maniére qu'elle paſſe par la même ouverture de cette Lunette, & l'on obſervera à une Pendule, l'intervalle de temps entre le paſſage de cette Etoile & du Soleil par le fil horaire, que l'on réduira à l'heure vraye, en faiſant, comme le temps du retour de l'Etoile fixe, obſervé à la Pendule, eſt à $23^h\ 56'\ 4''$, temps que les Etoiles fixes employent à retourner au Méridien, lorſque la Pendule eſt exactement reglée ſur le moyen mouvement; ainſi l'intervalle obſervé entre le paſſage de l'Etoile & du Soleil par le fil horaire, eſt à l'intervalle vrai entre ces paſſages. On obſervera l'année ſuivante, ou quelques années après, à la même heure, l'intervalle vrai entre le paſſage de cette Etoile & du Soleil par le même fil horaire, pendant deux ou pluſieurs jours de ſuite, de telle ſorte que dans l'une de ces obſervations, cet intervalle ſoit plus grand que celui de l'année précédente, & dans l'autre il ſoit plus petit; & l'on fera, comme la différence entre le paſſage de l'Etoile par le fil horaire, d'un jour à l'autre, eſt à la différence entre l'intervalle obſervé l'année précédente, & celui que l'on a trouvé par la premiére obſervation de l'année ſuivante; ainſi l'intervalle de temps que l'Etoile a employé à retourner au Méridien, d'un jour à l'autre, eſt au nombre d'heures, minutes & ſecondes, qui, étant adjoûtées à l'intervalle d'années & de jours écoulés entre les deux premiéres obſervations, donnent la quantité d'une ou de pluſieurs années Solaires par rapport aux Etoiles fixes, que l'on réduira à ſa révolution par rapport au même point de l'Ecliptique, ainſi qu'on l'a enſeigné ci-deſſus.

Lorſqu'on n'a point de Lunette fixe dirigée à une Etoile, on peut employer telle autre Lunette mobile que l'on voudra, pourvû qu'elle ait à ſon foyer, deux fils perpendiculaires, dont l'un ſoit dirigé ſuivant le cours du Soleil, ce que l'on fera commodément en la plaçant ſur une Machine Parallactique, & prenant la différence entre le paſſage du Soleil & d'une Etoile fixe, dont la déclinaiſon ſoit à peu-près la même, de la maniére qu'on l'a enſeigné ci-deſſus.

EXEMPLE.

Le paſſage de *Sirius* par le Méridien a été obſervé le 21 Mai de l'année 1717, à $2^h\ 39'\ 58''$. Le 21 Mai de l'année 1718, à $2^h\ 40'\ 0''$, & le 22 Mai, à $2^h\ 36'\ 0''$.

La différence entre le paſſage de cette Etoile par le Méridien du 21 au 22 Mai de l'année 1718, eſt de $0^h\ 4'\ 0''$; & du 21 Mai de l'année 1717, à pareil jour de l'année 1718, de $0^h\ 1'\ 2''$: c'eſt pourquoi l'on fera, comme $4'$ ſont à $1'\ 2''$; ainſi $23^h\ 56'$, intervalle de temps que l'Etoile a employé à retourner au Méridien entre le 21 & le 22 Mai de l'année 1718, ſont à $6^h\ 10'\ 54''$, qui, étant adjoûtées à 365 jours, intervalle entre le 21 Mai de l'année 1717, & pareil jour de l'année 1718, donnent la révolution du Soleil à l'égard des Etoiles fixes, de $365^j\ 6^h\ 10'\ 54''$. On fera enſuite, comme $360^d\ 0'\ 50''$, ſont à 360 degrés; ainſi $365^j\ 6^h\ 10'\ 54''$, ſont à $365^j\ 5^h\ 50'\ 37''$, qui meſurent la grandeur de l'année Solaire, par rapport au même point de l'Ecliptique.

Troiſiéme Méthode de déterminer la grandeur de l'Année Solaire, par les hauteurs méridiennes du Soleil.

On obſervera par le moyen d'un Quart-de-cercle ou d'un Gnomon, la hauteur méridienne du Soleil en quelque jour de l'année, & principalement vers les Equinoxes, où le mouvement du Soleil en déclinaiſon d'un jour à l'autre, eſt le plus ſenſible.

L'année ſuivante, on obſervera deux hauteurs méridiennes du Soleil, dont l'une ſera moindre, & l'autre plus grande que celle de l'année précédente, & l'on fera, comme la différence entre la hauteur méridienne du Soleil d'un jour à l'autre, eſt à la différence entre la hauteur méridienne du Soleil de l'année précédente, & celle que l'on a trouvée l'année ſuivante dans la premiére obſervation;

ainsi 24 heures sont à un nombre d'heures, minutes & secondes, qui, étant adjoûtées à 365 jours, donnent la grandeur de l'année Solaire apparente, qu'on réduira à la moyenne, ainsi qu'on l'a enseigné ci-dessus.

On peut comparer de la même maniére, les hauteurs méridiennes du Soleil, observées en différentes années, éloignées les unes des autres, pourvû que ce soit dans un même lieu, & l'on se servira, s'il est possible, du même Instrument bien reglé, pour prendre les hauteurs.

EXEMPLE I.

Le 21 Mars de l'année 1715, on a observé à Paris avec un Quart-de-cercle, la hauteur méridienne apparente du bord supérieur du Soleil, de $41^d\ 33'\ 0''$.

L'année suivante, on a observé par le même Instrument, la hauteur méridienne du bord supérieur du Soleil, le 20 Mars, de $41^d\ 27'\ 10''$, & le 21 Mars, de $41^d\ 51'\ 0''$. La différence entre la hauteur observée d'un jour à l'autre, est de $23'\ 50''$, & d'une année à l'autre, est de $5'\ 50''$; c'est pourquoi l'on fera, comme $23'\ 50''$ sont à $5'\ 50''$; ainsi 24 heures sont à $5^h\ 52'\ 27''$, qui, étant adjoûtées à 365 jours, donnent la grandeur de l'année Solaire, de $365^j\ 5^h\ 52'\ 27''$.

EXEMPLE II.

Le 20 Mars de l'année 1672, la hauteur méridienne apparente du bord supérieur du Soleil, a été observée par mon Pere à l'Observatoire Royal, de . . . . $41^d\ 43'\ 0''$.

Le 20 Mars de l'année 1716, la hauteur méridienne apparente du bord supérieur du Soleil, a été observée au même endroit, de . . . . $41^d\ 27'\ 10''$,
& le 21 Mars de la même année, de . . . . . $41^d\ 51'\ 0''$.
La différence de hauteur entre les deux premiéres observations des 20 Mars 1672 & 1716, est de . . . . $15'\ 50''$,
& entre les deux dernieres des 20 & 21 Mars 1716, de $23'\ 50''$; c'est pourquoi l'on fera, comme $23'\ 50''$, sont à $15'\ 50''$; ainsi 24^h sont à $15^h\ 56'\ 39''$, qu'il faut adjoûter au 20 Mars 1716, & l'on trouvera que le Soleil est arrivé ce jour-là au même point

de l'Ecliptique où il étoit le 20 Mars de l'année 1672, à midi; l'intervalle entre ces deux temps, est de 44 années, dont 34 communes & 10 bissextiles, plus $15^h\ 56'\ 39''$. Les partageant par 44, on aura la grandeur de l'année Solaire apparente, de . . . . $365^j\ 5^h\ 49'\ 0''\ 53'''$.

Pour réduire cette révolution apparente à la moyenne, on cherchera le vrai lieu de l'Apogée du Soleil pour le 20 Mars de l'année 1672, qu'on trouvera de . . . . . $3^f\ 7^d\ 7'\ 6''$.

Le Soleil étoit dans cette observation fort près du commencement du Bélier, c'est pourquoi la distance de ce point à l'Apogée du Soleil, étoit de $8^f\ 22^d\ 52'\ 54''$, avec laquelle on trouvera son Equation, de $1^d\ 54'\ 42''$, qu'il faut retrancher de ♈ $0^d\ 0'\ 0''$, pour avoir le lieu moyen du Soleil au temps de l'Equinoxe de l'année 1672, de . . . . $11^f\ 28^d\ 5'\ 18''$.

Le lieu de l'Apogée du Soleil étoit le 20 Mars 1716, de $3^f\ 7^d\ 52'\ 23''$, qui, étant retranché de son vrai lieu au temps de l'Equinoxe, qui étoit en ♈ $0^d\ 0'\ 0''$, donne la distance du Soleil à son Apogée, de . . . . $8^f\ 22^d\ 7'\ 37''$, avec laquelle on trouvera son Equation, de $1^d\ 54'\ 29''$, qu'il faut retrancher de $0^f\ 0^d\ 0'\ 0''$, pour avoir le lieu moyen du Soleil au temps de l'Equinoxe de 1716, de . . . $11^f\ 28^d\ 5'\ 31''$.

Le lieu moyen du Soleil au temps de l'Equinoxe du Printemps étoit donc plus avancé en 1716 qu'en 1672, de $0'\ 13''$ de degré, auxquelles il répond $5'\ 16''$ de temps; d'où il suit que les révolutions moyennes, comprises dans cet intervalle, qui est de 44 années, se sont achevées plûtôt que les révolutions apparentes, d'une quantité qu'il faut retrancher de la révolution apparente, pour avoir la moyenne, & que l'on trouvera en partageant $5'\ 16''$ par 44, ce qui donne pour chaque année, $7''\ 11'''$, qui, étant retranchées de la grandeur de l'année Solaire apparente, déterminée de . . . . $365^j\ 5^h\ 49'\ 0''\ 53'''$, donnent la grandeur de l'année Solaire moyenne, de . . . . $365^j\ 5^h\ 48'\ 53''\ 42'''$.

Quatriéme Méthode de déterminer la grandeur de l'année Solaire, par les obſervations des Equinoxes.

Cette méthode eſt à peu-près la même que la précédente, avec la différence que l'on employe d'abord les hauteurs méridiennes du Soleil, pour trouver le temps que le Soleil eſt arrivé à un de ſes Equinoxes, dont on ſe ſert enſuite pour déterminer la grandeur de l'année Solaire, en comparant ces Equinoxes, non-ſeulement avec ceux qui ont été obſervés dans un même lieu, mais même en différents lieux qui ſont ſous divers paralleles, ayant égard à la différence des Méridiens entre ces lieux.

On déterminera d'abord avec le plus d'exactitude qui ſoit poſſible, la hauteur de l'Equateur du lieu où l'on obſerve, de la maniére qui a été enſeignée ci-deſſus *(page 33).*

On choiſira enſuite les hauteurs méridiennes du Soleil qui ont été obſervées le plus près de l'Equinoxe, & s'il eſt poſſible, celles qui l'ont précédé & ſuivi immédiatement; on les corrigera par la réfraction & la parallaxe, & l'on prendra leur différence qui meſure le mouvement du Soleil en déclinaiſon, compris entre ces obſervations.

On prendra auſſi la différence entre la hauteur de l'Equateur du lieu où l'on obſerve, & la hauteur méridienne véritable du centre du Soleil au temps de la premiére obſervation, & l'on fera, comme la différence entre les hauteurs méridiennes véritables du centre du Soleil obſervées près de l'Equinoxe, eſt à celle que l'on a trouvée entre la hauteur de l'Equateur, & celle du centre du Soleil au temps de la premiére obſervation; ainſi l'intervalle de temps qui s'eſt écoulé entre ces obſervations, eſt à l'intervalle entre le temps de la premiére obſervation, & celui que le Soleil eſt arrivé à l'Equinoxe, qui, étant adjoûté au temps de la premiére obſervation, donne le temps vrai de l'Equinoxe véritable, que l'on réduira au temps moyen par la Table de l'Equation du temps.

Lorſqu'on n'a pû faire qu'une obſervation près des Equinoxes, on ne laiſſera pas de déterminer avec à peu-près la même préciſion, le temps de l'Equinoxe, en employant le mouvement journalier du Soleil en déclinaiſon, tel qu'il réſulte d'un grand nombre d'obſervations, de $23' 40''$ en 24 heur. dans l'Equinoxe du Printemps, & de $23' 28''$ dans l'Equinoxe d'Automne.

On prendra ensuite, de même qu'on l'a marqué ci-dessus, la différence entre la hauteur méridienne observée du centre du Soleil & celle de l'Equateur du lieu où l'on observe; & l'on fera, comme 23′ 40″ dans l'Equinoxe du Printemps, & 23′ 28″ dans l'Equinoxe d'Automne, sont à cette différence; ainsi 24 heures sont à l'intervalle entre le temps de l'observation, & celui que le Soleil est arrivé à l'Equinoxe, qu'il faut adjoûter au temps de l'observation, ou l'en retrancher, suivant qu'elle a été faite avant ou après, pour avoir le temps vrai de l'Equinoxe, que l'on réduira au moyen.

Le temps moyen de l'Equinoxe étant ainsi déterminé en différentes années, on prendra l'intervalle de temps qui s'est écoulé entre les Equinoxes, que l'on veut comparer ensemble, & on le divisera par le nombre d'années comprises entre ces différentes observations, pour avoir la grandeur de l'année Solaire apparente, que l'on réduira à la moyenne, de même que dans la méthode précédente.

EXEMPLE.

Le 20 Mars de l'année 1672, la hauteur méridienne du bord supérieur du Soleil, a été déterminée à l'Observatoire Royal de Paris, de $41^d\ 43'\ 0''$. Retranchant de cette hauteur, la réfraction moins la parallaxe, qui est de $0'\ 58''$, & le diametre du Soleil, de $16'\ 6''$, on aura la hauteur méridienne véritable du centre du Soleil le 20 Mars 1672, de $41^d\ 25'\ 56''$, dont retranchant la hauteur de l'Equateur, qui est à l'Observatoire de Paris, de $41^d\ 9'\ 50''$, reste $16'\ 6''$, qui mesurent le mouvement du Soleil en déclinaison depuis son passage par l'Equinoxe du Printemps. On fera donc, comme $23'\ 40''$ sont à $16'\ 6''$; ainsi 24^h sont à $16^h\ 19'$, qui, étant retranchées du 20 Mars de l'année 1672 à midi, déterminent cet Equinoxe au 19 Mars 1672, à $7^h\ 41'$.

Le 21 Mars de l'année 1731, l'Equinoxe du Printemps a été déterminé de la même maniére, par les observations faites à la Méridienne, à $14^h\ 45'$. Il y a donc eu dans l'intervalle entre ces Equinoxes, 59 années, dont 13 bissextiles plus $1^j\ 7^h\ 4'$, qui, étant partagées par 59, donnent la grandeur de l'année Solaire apparente, de . . . . $365^j\ 5^h\ 48'\ 53''$,

de laquelle

de laquelle il faut retrancher $7'' \; 0'''$, pour avoir l'année Solaire moyenne, de . . . . $365^j \; 5^h \; 48' \; 46''$.

Comme le mouvement du Soleil en déclinaison vers les Equinoxes, est dans l'espace de 24 heur. d'un peu moins de 24 minut. on voit qu'une erreur de 10 secondes dans la hauteur du Soleil, en doit causer une de 10 minutes dans la détermination du temps des Equinoxes, & de 10 secondes dans la grandeur de l'année Solaire, qui résulte de la comparaison des Equinoxes éloignés l'un de l'autre de 60 années.

On peut comparer de la même maniére, les autres Equinoxes, tant du Printemps que de l'Automne, observés à Paris, que nous rapporterons ici, en remarquant seulement qu'ils n'ont pas pû être tous déterminés avec une égale exactitude, faute d'avoir eu la disposition du temps favorable.

Equinoxes observés à Paris.

Equinoxes du Printemps.					Equinoxes d'Automne.			
1672	Mars	19	7^h	41'.				
1680	Mars	19	5	48				
1681	Mars	19	11	18				
1682	. . . .				Septembre	22	6^h	34'
1683	Mars	19	23	3	Septembre	22	12	31
1684	Mars	19	5	10	Septembre	21	18	1
1685	. . . .				Septembre	22	0	31
1686	Mars	19	16	15	Septembre	22	5	34
1687	Mars	19	22	34	Septembre	22	11	45
1688	Mars	19	4	17	Septembre	21	17	53
1689	Mars	19	9	56	Septembre	21	23	0
1690	Mars	19	16	12	Septembre	22	5	7
1691	Mars	19	21	46	Septembre	22	10	16
1692	Mars	19	4	0	Septembre	21	16	34
1693	. . . .				Septembre	21	22	25
1694	Mars	19	15	41	Septembre	22	4	22
1695	Mars	19	21	0	Septembre	22	9	48

	Equinoxes du Printemps.				Equinoxes d'Automne.			
1696	Mars	19	2^h	43′	Septembre	21	15^h	36′
1697	Mars	19	8	35	Septembre	21	21	48
1698	Mars	19	14	45	Septembre	22	3	8
1699	Mars	19	20	30				
1701	. . . .				Septembre	23	20	41
1702	Mars	20	13	57	Septembre	23	2	39
1703	Mars	20	20	4	Septembre	23	8	22
1704	Mars	20	1	9				
1705	Mars	20	7	4	Septembre	23	19	10
1706	. . . .				Septembre	23	1	37
1707	Mars	20	18	54				
1708	Mars	20	0	25				
1709	. . . .				Septembre	22	19	44
1710	Mars	20	12	43	Septembre	23	1	12
1711	Mars	20	18	43	Septembre	23	6	24
1712	Mars	20	0	13	Septembre	22	12	21
1713	Mars	20	6	3	Septembre	22	17	52
1714	Mars	20	12	2	Septembre	22	23	41
1715	Mars	20	17	56	Septembre	23	5	34
1716	Mars	19	23	46	Septembre	22	11	12
1717	Mars	20	5	24	Septembre	22	17	22
1718	Mars	20	10	58	Septembre	22	23	32
1719	Mars	20	17	2	Septembre	23	5	12
1720	Mars	19	23	8	Septembre	22	10	44
1721	Mars	20	5	13	Septembre	22	16	44
1722	Mars	20	10	36	Septembre	22	22	20
1723	Mars	20	16	39	Septembre	23	4	2
1724	Mars	19	21	56	Septembre	22	9	45
1725	Mars	20	4	33				
1726	Mars	20	10	23	Septembre	22	21	19

Équinoxes du Printemps.				Équinoxes d'Automne.			
1727	. . . .			Septembre	23	3^h	20′
1728	Mars	19	21^h 11′	Septembre	22	9	3
1729	Mars	20	3 25	Septembre	22	15	28
1730	Mars	20	9 35				
1731	Mars	20	14 37				
1732	Mars	19	21 1 *dub.*				
1733	Mars	20	2 37				
1734	Mars	20	8 31	Septembre	22	20	32
1735	Mars	20	14 21	Septembre	23	2	6
1736	Mars	19	20 1	Septembre	22	7	47
1737	Mars	20	2 1				
1738	Mars	20	8 4	Septembre	22	19	21
1739	Mars	20	13 51				

Quoique les Équinoxes que nous venons de rapporter, ayent l'avantage d'avoir été déterminés presque tous dans un même lieu, pendant un intervalle de plus de 60 années; cependant comme une erreur peu sensible dans chaque observation, en peut causer une de plusieurs secondes dans la grandeur de l'année Solaire, ainsi que nous l'avons remarqué ci-dessus, on a jugé nécessaire de comparer les observations modernes des Équinoxes avec celles qui ont été faites dans les temps les plus reculés, quoiqu'en des lieux éloignés les uns des autres, avec des Instruments moins exacts, & d'une construction fort différente.

Équinoxes observés par Hipparque.

Une des plus anciennes observations des Équinoxes, dont on ait conservé la mémoire, est celle de Hipparque, qui arriva le 27.me du mois de Mekir de la 32.me année de la 3.me Période de Calippus, que Ptolemée rapporte à la 602.me depuis Nabonassar, & nos Chronologistes au 24 Mars de l'année 146 avant l'époque de Jesus-Christ, suivant le Calendrier Julien; ce qui se confirme en calculant pour ce jour-là, le lieu moyen de la Lune, par les Tables modernes réduites à la forme Julienne, qu'on trouve au même degré que par les Tables de Ptolemée, calculées pour les années E'gyptiennes, & l'époque de Nabonassar.

Cette observation de Hipparque fut faite avec des Armilles ou Cerceaux de Bronze, qui avoient été placés sur le plan de l'E'quinoctial, dans un Portique d'Alexandrie, & qui étoient destinés pour ces sortes d'observations; ce qui avoit été exécuté pendant le regne de Ptolemée Evergete, sous la direction d'Eratosthene son Bibliothéquaire, Mathématicien très-célébre.

Aux jours de l'E'quinoxe, la convexité de l'Armille exposée au Soleil, faisoit ombre à la concavité opposée, & comme cette ombre étoit plus étroite que la largeur de l'Armille, à cause de la grandeur apparente du Soleil qui la diminuoit de part & d'autre, on jugeoit que l'E'quinoxe arrivoit lorsque le milieu de la largeur de l'ombre concouroit avec le milieu de la largeur de l'Armille, de sorte que ses bords fussent également éclairés de part & d'autre.

Dans cette observation, qui fut faite avec beaucoup d'attention, Hipparque détermina l'E'quinoxe au matin, c'est-à-dire, sur les 6 heures. Il observa cinq heures ou environ après, c'est-à-dire, sur les 11 heures du matin, que les Armilles étoient également éclairées de part & d'autre, de sorte qu'il y eut, à ce qu'il rapporte, une différence d'environ cinq heures entre ces deux observations du même E'quinoxe.

Il est aisé de voir que ces deux déterminations de l'E'quinoxe si éloignées l'une de l'autre par des observations faites en un même jour, & avec un même Instrument fixe & immobile, sont l'effet des réfractions qui élevant le Soleil près de l'horison, l'avoient fait paroître sur l'E'quateur lorsqu'il en étoit encore éloigné, & qui venant à diminuer à mesure qu'il s'élevoit, paroissoient l'éloigner de cet E'quateur pendant qu'il s'en approchoit réellement par son mouvement en déclinaison, ce qui doit avoir produit l'apparence de deux E'quinoxes observés dans un même jour.

On pourra même par ce moyen, déterminer l'heure de l'E'quinoxe avec plus d'exactitude que ne l'a fait Hipparque, qui n'aspirant qu'à la précision qu'il croyoit possible, se contentoit de déterminer les E'quinoxes à un quart de jour près.

Il faut considérer pour cette recherche, que dans l'intervalle de cinq heures qui se sont écoulées, suivant Hipparque, entre ces deux déterminations, le mouvement du Soleil en déclinaiſon a été d'environ 5 minutes; & comme dans l'obſervation du matin, le Soleil paroiſſoit avoir la même déclinaiſon que dans celle qui fut faite cinq heures après, il étoit néceſſaire, ſuppoſant ces deux obſervations exactes, que la réfraction moins la parallaxe ait élevé le Soleil dans le temps de la premiére obſervation, de 5 minutes plus que dans la ſeconde, ſuivant un cercle de déclinaiſon.

Pour repréſenter ces apparences, on a ſuppoſé que dans le temps de la premiére obſervation, le Soleil étoit élevé de $5^d\ 12'$ ſur l'horiſon d'Alexandrie.

La hauteur du Pole de cette ville ayant été déterminée par les obſervations de l'Académie, de $31^d\ 11'\ 0''$, & le Soleil paroiſſant alors ſur l'Equateur, on réſoudra le Triangle ſphérique *CFI*, rectangle en *F (Fig. 35.)* dans lequel l'arc *IF*, repréſente la hauteur apparente du centre *I* du Soleil ſur l'horiſon *AB*, qui eſt de $5^d\ 12'\ 0''$, & l'angle *FCI* ou *ACD*, meſure l'arc *AD* de l'élevation de l'Equateur *DE* ſur l'horiſon, qui eſt de $58^d\ 49'$; c'eſt pourquoi l'on trouvera la valeur de l'arc *CI*, qui meſure une portion de l'Equateur, depuis le point *C* de l'horiſon juſqu'au centre *I* du Soleil, de $6^d\ 4'\ 50''$, & l'angle *CIF*, que l'Equateur *DE* fait avec le cercle vertical *ZIF*, qui paſſe par le centre du Soleil, de $33^d\ 20'\ 20''$.

La réfraction moins la parallaxe qui convient à la hauteur apparente du Soleil ſur l'horiſon, de $5^d\ 12'\ 0''$, eſt de $10'\ 2''$, qui ſont repréſentées par l'arc *IG*, en ſorte que le point *G* marque le vrai lieu du centre du Soleil, par lequel on tirera le cercle de déclinaiſon *PHG*, qui coupe l'Equateur à angles droits au point *H*; c'eſt pourquoi dans le Triangle *GHI*, rectangle en *H*, dont le côté *IG* eſt connu de $10'\ 2''$, & l'angle *HIG* ou *CIF* a été déterminé de $33^d\ 20'\ 20''$, on aura l'arc *GH*, de $5'\ 31''$, qui meſure la déclinaiſon du Soleil à l'égard de l'Equateur dans le temps de la premiére obſervation où cet Aſtre paroiſſoit être arrivé à l'Equinoxe. On trouvera auſſi l'arc *HI*, de $8'\ 23''$, qui, étant retranché de l'arc *CI*, déterminé ci-deſſus de $6^d\ 4'\ 50''$, donne l'arc *CH*, de $5^d\ 56'\ 27''$, qui meſure la diſtance du point *C* de l'horiſon juſqu'au cercle de déclinaiſon *PHG*, qui paſſe par le vrai lieu du Soleil qui eſt en *G*. Cet arc étant réduit en minutes

& secondes d'heure, à raison de 15 degrés par heure, donne 0^h $23' 46''$, qui mesurent le temps écoulé depuis le lever du Soleil jusqu'au temps de la premiére détermination de l'Equinoxe, qui sera par conséquent à $6^h 24'$, le Soleil s'étant levé ce jour-là à 6 heures. On trouvera ensuite la hauteur du Soleil pour 5 heur. ou environ après, c'est-à-dire, à $11^h 24'$: car dans le Triangle *ZDL*, rectangle en *D*, la distance *DZ* de l'Equinoctial au Zénit, qui est de $31^d 11'$, égale à la hauteur du Pole d'Alexandrie, étant connuë, de même que l'arc *DL*, de 9 degrés, qui répondent à 36 minutes d'heure, intervalle entre la seconde observation & midi, l'on aura l'arc *ZL*, de $32^d 19' 15''$, dont le complément mesure la hauteur du Soleil sur l'horison à $11^h 24' 0''$, qui sera par conséquent de $57^d 40' 15''$.

La réfraction moins la parallaxe qui convient à cette hauteur, est de 32 secondes, qui, étant réduite sur un cercle de déclinaison, de la maniére qui a été expliquée ci-dessus, donne 31 secondes pour la déclinaison du Soleil à l'égard de l'Equateur dans le temps de la seconde observation. La retranchant de celle que l'on a trouvée au temps de la premiére observation, de $5' 31''$, on aura $5' 0''$ dont le Soleil, par l'effet de la réfraction, étoit plus élevé en apparence sur le plan de l'Equinoctial dans la premiére observation que dans la seconde. Mais le mouvement du Soleil en déclinaison dans l'intervalle de ces deux observations, dans l'espace de 5 heur. a élevé le Soleil, dans la seconde observation, sur le plan de l'Equinoctial, 5 minutes au dessus du lieu où il étoit dans la premiére. Le Soleil a donc dû paroître avoir la même déclinaison dans ces deux observations, conformément à ce qui avoit été remarqué par Hipparque.

Si l'on suppose présentement que l'Armille d'Alexandrie ait été placée exactement sur le plan de l'Equateur, on trouvera que dans la seconde observation, la déclinaison du Soleil à l'égard du plan de l'Equateur, étoit de 31 secondes vers le Midi, que le Soleil parcourt en 31 minutes. Les adjoûtant à $11^h 24'$, temps de la seconde observation, on aura le temps véritable de l'Equinoxe à $11^h 55'$ du matin, c'est-à-dire, vers le midi du 24 Mars de l'année 146 avant l'époque de Jesus-Christ dans la forme Julienne, & de l'année 145 avant Jesus-Christ, suivant notre maniére de compter. *(Voy. les Tables Astronomiques.)*

Il est vrai que les Anciens n'ayant pas une connoissance exacte de la réfraction des Astres, & de la parallaxe du Soleil, il est difficile de s'assûrer que cet Instrument ait été dirigé sur le plan de l'Equateur avec toute la précision possible; mais comme on ne sçait point la méthode qui a été pratiquée pour le placer, & qu'ainsi on ne peut point connoître la correction qu'il faudroit y employer, nous ne pouvons mieux faire que de supposer cet Instrument dans une situation exacte, & de nous servir des observations telles que les Anciens nous les ont laissées.

Ayant ainsi établi le temps de l'Equinoxe du Printemps, observé par Hipparque, nous le comparerons à nos observations, en cette maniére.

Le 20 Mars de l'année 1735, la hauteur méridienne apparente du centre du Soleil, a été observée à la Méridienne de l'Observatoire Royal, de $40^d\ 56'\ 40''$. La réfraction moins la parallaxe qui convient à cette hauteur, est de 59 secondes, qui, étant retranchées de $40^d\ 56'\ 40''$, donnent la hauteur véritable du centre du Soleil le 20 Mars 1735 à midi, de $40^d\ 55'\ 41''$, plus petite de $14'\ 9''$ que la hauteur de l'Equateur à l'Observatoire Royal, qui est de $41^d\ 9'\ 50''$, ce qui marque que le Soleil avoit passé l'Equinoxe.

Le 22 Mars suivant, la hauteur méridienne du centre du Soleil, corrigée par la réfraction & la parallaxe, a été observée à la Méridienne, de $41^d\ 43'\ 4''$. La différence à $40^d\ 55'\ 41''$, est $47'\ 23''$, qui mesurent le mouvement du Soleil en déclinaison, depuis le 20 jusqu'au 22 Mars à midi; c'est pourquoi l'on fera, comme $47'\ 23''$ sont à $14'\ 9''$; ainsi $48^h\ 0'\ 0''$ sont à $14^h\ 20'\ 40''$, qui, étant adjoûtées au 20 Mars à midi, donnent le temps vrai de l'Equinoxe du Printemps de l'année 1735 à Paris le 20 Mars, à $14^h\ 20'\ 40''$.

La différence des Méridiens entre Paris & Alexandrie, est, suivant les observations de l'Académie Royale des Sciences, de $1^h\ 51'\ 46''$, qui, étant adjoûtée à $14^h\ 20'\ 40''$, à cause que Alexandrie est plus orientale que Paris, donne l'heure de cet Equinoxe à Alexandrie le 20 Mars de l'année 1735, à $16^h\ 12'\ 26''$. Réduisant ce temps à l'année Julienne, en retranchant 11 jours, dont le Calendrier Grégorien anticipe le Julien, on aura l'Equinoxe du Printemps à Alexandrie, ſuivant le Calendrier Julien, le 10 Mars 1735, à $4^h\ 12'\ 26''$ du matin.

Nous avons déterminé ci-deſſus que l'Equinoxe du Printemps, obſervé par Hipparque à Alexandrie, eſt arrivé le 24 Mars de l'année 146 avant l'époque de Jeſus-Chriſt, à $11^h\ 55'$ du matin. Il y a donc eu entre ces deux obſervations, un intervalle de 1880 années Juliennes moins $14^j\ 7^h\ 42'\ 34''$.

Il faut remarquer ici que la plûpart des Chronologiſtes marquent l'année 1 avant Jeſus-Chriſt, celle dans laquelle on ſuppoſe que Notre Seigneur eſt né, en ſorte que pour avoir le nombre des années qui ſe ſont écoulées entre des obſervations faites avant & après cette époque, il faut en retrancher une de la ſomme de ces années.

Pour éviter cet inconvénient, nous avons, dans nos Tables, marqué 0, l'année de la Naiſſance de Jeſus-Chriſt, en ſorte que ſuivant nous, l'Equinoxe que nous venons de comparer, eſt arrivé l'année 145 avant Jeſus-Chriſt, qui, étant adjoûtée à 1735, donne l'intervalle entre ces obſervations, de 1880 années.

Dans ce nombre d'années, il y en a un quart de biſſextiles, & trois quarts de communes, ce qui donne chaque année de 365 jours 6 heures. Si l'on diviſe préſentement $14^j\ 7^h\ 42'\ 34''$, dont l'Equinoxe de 1735 a anticipé celui de Hipparque, par 1880 années, on aura pour chacune $10'\ 58''\ 10'''$, qui, étant retranchées de 365 jours 6 heures, donnent la grandeur de l'année Solaire apparente, de . . . . $365^j\ 5^h\ 49'\ 1''\ 50'''$, à laquelle adjoûtant $6''\ 10'''$, dont l'année apparente eſt plus petite que la moyenne, on aura la grandeur de l'année Solaire moyenne, de . . . . $365^j\ 5^h\ 49'\ 8''\ 20'''$.

Si l'on examine de même l'obſervation de l'Equinoxe d'Automne de l'année précédente, qui, au rapport de Ptolemée, fut faite par Hipparque, avec une très-grande exactitude, & qui, ſuivant les Chronologiſtes, eſt arrivé le 26 Septembre de l'année 147 avant Jeſus-Chriſt, à minuit; on trouvera qu'entre cet Equinoxe & celui qui a été obſervé à Paris le 23 Septembre de l'année 1714, à $11^h\ 41'$ du matin, lequel, étant réduit au Méridien d'Alexandrie, & au Calendrier Julien, ſe rapporte au 12 Septembre de l'année 1714, à $1^h\ 33'\ 0''$ du ſoir, il y a un intervalle de

1860 années Juliennes moins $14^j\ 10^h\ 27'$, qui, étant partagées par 1860, donnent la grandeur de l'année Solaire apparente, de . . . . $365^j\ 5^h\ 48'\ 49''\ 22'''$.
Retranchant 8 ſecond. dont l'année Solaire apparente, priſe depuis le commencement de la Balance, a été trouvée plus grande dans cet intervalle que l'année Solaire moyenne, on aura la grandeur de l'année Solaire moyenne, de . . . $365^j\ 5^h\ 48'\ 41''\ 22'''$, plus petite de $27''$ que par la comparaiſon précédente.

On trouvera de la même maniére par l'Equinoxe d'Automne de l'année 162 avant Jeſus-Chriſt, obſervé par Hipparque le 27 Septembre à 6^h du ſoir à Alexandrie, comparé à l'Equinoxe obſervé à Paris le 23 Septembre 1715, à $5^h\ 34'$ du ſoir, la grandeur de l'année Solaire moyenne, de . . . $365^j\ 5^h\ 48'\ 24''$.

Par l'Equinoxe du 27 Septembre de l'année 159 avant Jeſus-Chriſt, à 6^h du matin, comparé à celui du 23 Septembre de l'année 1714, à $11^h\ 41'$ du matin, la grandeur de l'année Solaire moyenne, de . . . . $365^j\ 5^h\ 48'\ 34''$.

Par l'Equinoxe du 27 Septembre de l'année 158 avant Jeſus-Chriſt, à midi, comparé à celui de 1715, de $365^j\ 5^h\ 48'\ 34''$.

Par l'Equinoxe du 27 Septembre de l'année 146 avant Jeſus-Chriſt, à 6 heures du matin, comparé à celui de l'année 1715, de . . . . $365^j\ 5^h\ 48'\ 41''$.

Par l'Equinoxe du 26 Septembre de l'année 143 avant Jeſus-Chriſt, à 6 heures du ſoir, comparé à celui de l'année 1714, de . . . . $365^j\ 5^h\ 48'\ 52''$.

Par l'Equinoxe du 23 Mars de l'année 135 avant Jeſus-Chriſt, à minuit, comparé à celui du 20 Mars 1714, à 12 heur. 2 minut. de . . . . $365^j\ 5^h\ 49'\ 16''$.

Et par l'Equinoxe du 23 Mars de l'année 128 avant Jeſus-Chriſt, à 6 heures du ſoir, comparé à celui du 20 Mars 1717, à $5^h\ 24'$ du ſoir, de . . . . $365^j\ 5^h\ 49'\ 13''$.

En prenant un milieu entre toutes ces déterminations, on aura l'année Solaire moyenne, de . . . . $365^j\ 5^h\ 48'\ 49''$.

Equinoxes obſervés par Ptolemée.

Examinons préſentement ce qui réſulte des Equinoxes obſervés par Ptolemée, & comparés aux nôtres.

Le premier eſt arrivé le 7.^{me} du mois d'*Athir* de l'année 17 d'Hadrien, ou 456 avant la mort d'Alexandre, que le P. Riccioli dans ſon Aſtronomie réformée, rapporte au 25 Septembre de l'année 132, à 2 heures du ſoir, quoique dans ſon Almageſte il l'ait marqué un jour auparavant.

Le ſecond eſt arrivé le 9.^{me} du mois d'*Athir* de l'année 463 depuis la mort d'Alexandre, que le P. Riccioli, dans ſon Aſtronomie réformée, rapporte au 26 Septembre de l'année 139, à 7 heures du matin, & dans ſon Almageſte, au 25 Septembre de la même année.

Le troiſiéme a été obſervé le 7.^{me} du mois de *Pachon* de l'année 463 depuis la mort d'Alexandre, à une heure après midi, que le P. Riccioli rapporte dans ſon Aſtronomie réformée, de même que dans ſon Almageſte, au 22 Mars de l'année 140 après Jeſus-Chriſt.

Cette différence d'un jour entre la détermination des deux premiers Equinoxes, par le P. Riccioli dans ſon Almageſte & dans ſon Aſtronomie réformée, m'a obligé de m'aſſûrer du temps de ces obſervations. Pour cet effet, j'ai comparé l'Equinoxe d'Automne, obſervé par Hipparque l'année 147 avant Jeſus-Chriſt, avec celui qui a été obſervé l'année 139 après Jeſus-Chriſt, par Ptolemée, qui marque qu'il y avoit entre ces deux obſervations, 285 années 70 jours & 7 heures, & j'ai trouvé que cet intervalle s'accorde à celui qui s'eſt écoulé entre le 26 Septembre de l'année 147 avant Jeſus-Chriſt, à minuit, & le 26 Septembre de l'année 139 après Jeſus-Chriſt, à 7 heures du matin.

J'ai enſuite calculé le lieu moyen de la Lune pour le temps de ce dernier Equinoxe, ſuivant les Tables de Ptolemée & les nôtres, & j'ai trouvé qu'elles ne s'écartoient pas les unes des autres, de plus de 2 degrés, quoique le moyen mouvement d'un jour à l'autre, ſoit de plus de 13 degrés, ce qui fixe l'obſervation de Ptolemée au jour qu'elle eſt rapportée dans l'Aſtronomie réformée, & aſſûre en même temps le jour de l'obſervation de Hipparque, que nous avons examinée ci-deſſus.

L'obſervation de l'Equinoxe d'Automne étant arrivée le 26 Septembre de l'année 139, à 7 heures du matin, il eſt aiſé d'en conclurre le temps de l'Equinoxe d'Automne de l'année 132;

car entre le 7 du mois d'*Athir* de l'année 456 avant la mort d'Alexandre, à 2 heur. du ſoir, & le 9 du même mois, à 7 heur. du matin, il y a 7 années Egyptiennes, de 365 jours chacune plus un jour & 17 heur. ou bien 6 années communes, une biſſextile, & 17 heures, qui, étant retranchées du 26 Septembre de l'année 1719, à 7 heures du matin, donnent le temps de l'Equinoxe d'Automne de l'année 132, le 25 Septembre, à 2 heures du ſoir, conformément à ce qui eſt marqué dans l'Aſtronomie réformée du P. Riccioli.

Ayant ainſi établi le temps de ces Equinoxes obſervés par Ptolemée, nous avons comparé le premier avec celui qui a été obſervé à Paris le 22 Septembre de l'année 1716, à $11^h\ 12'$, & nous avons trouvé la grandeur de l'année Solaire apparente, de . . . . $365^j\ 5^h\ 47'\ 42''$, de laquelle il faut retrancher 6 ſecond. pour la différence entre l'année Solaire apparente & la moyenne dans cet intervalle, & l'on aura l'année Solaire moyenne, de . . . $365^j\ 5^h\ 47'\ 36''$.

Par le ſecond Equinoxe comparé avec celui qui a été obſervé à Paris le 23 Septembre 1715, à $5^h\ 34'$ du ſoir, on a la grandeur de l'année Solaire moyenne, de . . . $365^j\ 5^h\ 47'\ 35''$.

Enfin, par le troiſiéme & dernier Equinoxe obſervé par Ptolemée, comparé à celui qui a été obſervé à Paris le 20 Mars 1716, à $11^h\ 45'$ du matin, on a la grandeur de l'année Solaire apparente, de . . . . $365^j\ 5^h\ 48'\ 10''$, à laquelle il faut adjoûter 4 ſecond. pour avoir l'année Solaire moyenne, de . . . . $365^j\ 5^h\ 48'\ 14''$.

Prenant un milieu entre ces déterminations, on aura la grandeur de l'année Solaire moyenne, de . . . $365^j\ 5^h\ 47'\ 48''$.

Equinoxe obſervé par Albategnius.

Depuis les obſervations de Ptolemée, nous n'en avons point de plus anciennes que celle de l'Equinoxe d'Automne, qu'Albategnius, dans ſon livre intitulé *De Scientia Stellarum, cap. 27,* dit avoir obſervé à Aracte le 8 du mois de *Pachon* de l'année 1206 depuis la mort d'Alexandre, à $1^h\ 15'$ du matin, & qui, réduite au Méridien d'Alexandrie, lequel eſt plus occidental qu'Aracte, de 40', y eſt arrivée à $0^h\ 35'$ du matin.

Le P. Riccioli, dans ſon Aſtronomie réformée *(p. 8.)* rapporte cet Equinoxe au 19 Septembre, $4^h\ 45'$ avant le lever du Soleil, & dans la Table de la page ſuivante, il le marque le 19 Septembre de l'année 882, à $13^h\ 15'$ après midi; ce qui nous a obligé de rechercher exactement le temps de cet Equinoxe, & nous trouvons que la différence entre l'obſervation d'Aracte du 8 du mois de *Pachon* de l'année 1206 depuis la mort d'Alexandre, à $0^h\ 35'$ du matin, & celle de Ptolemée, qu'il marque être arrivée le 9 du mois d'*Athir* de l'année 463 depuis Alexandre, à 7^h du matin, eſt de 743 années Egyptiennes $178^j\ 17^h\ 35'$, conformément à ce qui eſt rapporté au même Chapitre par Albategnius. Les convertiſſant en années Juliennes, on aura 743 années, dont 186 ſont biſſextiles, moins $7^j\ 6^h\ 25'$, qui, étant adjoûtées au temps de l'Equinoxe de Ptolemée, que nous avons trouvé ſe rapporter au 26 Septembre de l'année 139, à 7 heures du matin, donnent le 19 Septembre de l'année 882, à $0^h\ 35'$ du matin, pour le temps vrai de l'obſervation d'Albategnius, y ayant entre les années 139 & 882, 743 années, dont 186 biſſextiles.

Si l'on compare préſentement cette obſervation avec celle de l'Equinoxe d'Automne de l'année 1714, qui, réduit au Méridien d'Alexandrie & au Calendrier Julien, y eſt arrivé le 12 Septembre à $1^h\ 33'$ après midi, on aura entre ces deux obſervations, un intervalle de 832 années Juliennes moins $6^j\ 0^h\ 11'\ 2''$. Partageant ces $6^j\ 0^h\ 11'\ 2''$ par 832, on aura pour chaque année $11'\ 10''\frac{2}{3}$, qui, étant retranchées de $365^j\ 6^h\ 0'$, donnent la grandeur de l'année Solaire apparente, de . . . . . . $365^j\ 5^h\ 48'\ 49''\frac{1}{3}$, de laquelle il faut retrancher 20 tierces pour avoir la grandeur de l'année Solaire moyenne, de . . . . . $365^j\ 5^h\ 48'\ 49''$, ce qui s'éloigne beaucoup de la grandeur de l'année, qui réſulte des obſervations de Ptolemée, & s'accorde aſſés exactement aux obſervations de Hipparque.

Equinoxes obſervés à Nuremberg.

Les obſervations les plus célébres que nous ayons depuis Albategnius, ſont celles qui ont été faites à Nuremberg par Regiomontanus & Waltherus ſon diſciple, qui y ont obſervé ſucceſſivement pendant l'eſpace de plus de 30 années, le Soleil à ſon paſſage par le Méridien, par un Instrument appellé *Regle de Ptolemée*, qui marquoit la corde de la distance du Soleil au Zénit; la moitié de cette corde est le sinus de l'arc de la moitié de la distance du Soleil au Zénit, dont le double mesure sa véritable distance au Zénit.

Entre toutes ces observations, nous avons choisi celles qu'on a marqué avoir été faites avec le plus d'évidence, que nous avons cru devoir rapporter ici avec le temps des Equinoxes qui en résulte, y employant la hauteur de l'Equateur, de $41^d\ 33'\ 42''$, telle qu'elle résulte de la plus grande & de la plus petite hauteur solsticiale, aussi-bien que la réfraction & la parallaxe du Soleil, telles qu'elles ont été déterminées par les observations modernes.

A Nuremberg.

Corde de la distance du Soleil au Zénit.	Equinoxes. *Années.*	*Mois.*	*Jours.*	*Heures.*	*Minutes.*
83675	1477	Mars	11	2	27
83820	1478	Mars	11	8	5
83050	1478	Septembre	13	21	10
83434	1488	Septembre	13	6	54
83625	1489	Mars	11	0	40
83320	1493	Septembre	13	11	13
83171	1494	Septembre	13	17	5
84280	1495	Septembre	13	21	56
83490	1496	Septembre	13	4	26
84234	1501	Mars	11	0	3
83367	1501	Septembre	13	9	16

Pour faire usage de ces observations, on a réduit celles qui ont été faites à Paris, au Calendrier Julien, en y retranchant 11 jours, & au Méridien de Nuremberg, en y adjoûtant 35 minut. dont Nuremberg est plus oriental que Paris; & on a trouvé par l'Equinoxe du 11 Mars 1477, comparé à celui qui a été déterminé à Paris le 20 Mars 1717, à $5^h\ 24'$ du soir, la grandeur de l'année Solaire apparente, de . . . . . $365^j\ 5^h\ 48'\ 53''$, de laquelle il faut retrancher 6 second. pour avoir la grandeur de l'année Solaire moyenne, de . . . . $365^j\ 5^h\ 48'\ 47''$.

Par l'E'quinoxe du 11 Mars de l'année 1478, comparé à celui du 20 Mars de l'année 1714, on a la grandeur de l'année Solaire moyenne, de . . . . 365^j 5^h 48′ 51″.

Par l'E'quinoxe du 13 Septembre 1478, comparé à celui du 23 Septembre 1714, on a la grandeur de l'année Solaire apparente, de . . . . 365^j 5^h 48′ 35″, à laquelle il faut adjoûter 4 ſecond. pour avoir la grandeur de l'année Solaire moyenne, de . . . . 365^j 5^h 48′ 39″.

Par l'E'quinoxe du 13 Septembre 1488, comparé à celui du 22 Septembre 1716, à 11^h 12′ du ſoir, on a la grandeur de l'année Solaire moyenne, de . . . . 365^j 5^h 48′ 44″.

Par l'E'quinoxe du 11 Mars 1489, comparé à celui du 20 Mars 1717, on a l'année moyenne, de . . . 365^j 5^h 48′ 40″.

Par l'E'quinoxe du 13 Septembre 1493, comparé à celui du 22 Septembre 1713, on a la grandeur de l'année Solaire moyenne, de . . . . 365^j 5^h 48′ 57″.

Par l'E'quinoxe du 13 Septembre 1494, comparé à celui du 23 Septembre 1714, on a la grandeur de l'année Solaire moyenne, de . . . . 365^j 5^h 48′ 56″.

Par l'E'quinoxe du 13 Septembre 1495, comparé à celui du 23 Septembre 1715, on a la grandeur de l'année Solaire moyenne, de . . . . 365^j 5^h 49′ 13″.

Par l'E'quinoxe du 13 Septembre 1496, comparé à celui du 23 Septembre 1716, on a la grandeur de l'année Solaire moyenne, de . . . . 365^j 5^h 49′ 9″.

Par l'E'quinoxe du 11 Mars 1501, comparé à celui du 20 Mars 1717, on a l'année moyenne, de . . . 365^j 5^h 48′ 13″.

Enfin, par l'E'quinoxe du 13 Septembre 1501, comparé à celui du 22 Septembre 1716, on a la grandeur de l'année Solaire moyenne, de . . . . 365^j 5^h 49′ 9″.

Prenant un milieu entre ces déterminations, on aura la grandeur de l'année Solaire moyenne, de . . . . 365^j 5^h 48′ 51″.

E'quinoxes obſervés par Copernic, à Fruemberg.

Quelques années après les obſervations de Waltherus, Copernic obſerva à Fruemberg, qui eſt dans la Pruſſe Ducale, l'E'quinoxe d'Automne de l'année 1515 le 14 Septembre, à 6^h 30′ du matin,

& l'Equinoxe du Printemps de l'année 1516 le 11 Mars, à 4^h 30′ du matin.

Il ne marque point de quelle maniére il a fait cette obſervation, ni s'il a tenu compte de la réfraction & de la parallaxe pour corriger les hauteurs apparentes.

Si l'on ſuppoſe qu'il n'y a point eu égard, comme il y a beaucoup d'apparence, on pourra réduire les hauteurs apparentes aux véritables, en cette maniére.

La latitude de Fruemberg a été déterminée par Copernic *(liv. 3. chap. 2.)* de 54^d 19′ 30″, ce qui donne la hauteur de l'Equateur, de 35^d 40′ 30″. Il a auſſi établi *(liv. 2. chap. 2.)* l'obliquité de l'Ecliptique, de 23^d 28′ 24″, qui, étant adjoûtée à la hauteur de l'Equateur, donne la hauteur méridienne apparente du Soleil au Solſtice d'Eté, de 59^d 8′ 54″, & la véritable corrigée par la réfraction & la parallaxe, de 59^d 8′ 24″. Cette même obliquité étant retranchée de la hauteur de l'Equateur, donne la hauteur méridienne du Soleil au Solſtice d'Hiver, de 12^d 12′ 6″, & la véritable corrigée par la réfraction & la parallaxe, de 12^d 7′ 46″. La différence entre ces hauteurs, meſure la diſtance entre les Tropiques, qui eſt de 47^d 0′ 38″, dont la moitié 23^d 30′ 19″ eſt l'obliquité de l'Ecliptique, qui, étant adjoûtée à la plus petite hauteur, ou retranchée de la plus grande, donne la hauteur véritable de l'Equateur à Fruemberg, de 35^d 38′ 5″. Y adjoûtant la réfraction moins la parallaxe du Soleil, on aura la hauteur apparente de l'Equateur à Fruemberg, de 35^d 39′ 19″, plus petite de 1′ 11″ que celle qui avoit été établie par Copernic.

Si l'on ſuppoſe préſentement que Copernic a déterminé l'Equinoxe dans le temps que la hauteur apparente du Soleil étoit égale à celle de l'Equateur, qui étoit ſelon lui, de 35^d 40′ 30″, il réſulte que le Soleil avoit alors une déclinaiſon ſeptentrionale de 1′ 11″, & que par conſéquent, l'Equinoxe du Printemps a anticipé ſon obſervation, de tout le temps que le Soleil a employé alors à parcourir 1′ 11″ en déclinaiſon, c'eſt-à-dire, d'environ 1^h 12′, qu'il faut retrancher du temps de ſon obſervation pour avoir le vrai temps de l'Equinoxe du Printemps. Le contraire doit arriver dans ſon obſervation de l'Equinoxe d'Automne, à laquelle il faut adjoûter à peu-près la même quantité de temps pour avoir le vrai temps de cet Equinoxe.

L'Equinoxe d'Automne de 1515, marqué par Copernic le 14 Septembre, à $6^h\ 30'$ du matin, a donc dû arriver à $7^h\ 42'$, & l'Equinoxe du Printemps, déterminé le 11 Mars, à $4^h\ 20'$ du matin, n'a dû arriver qu'à $3^h\ 8'$.

Pour comparer présentement le premier de ces Equinoxes avec celui qui a été observé 200 ans après à Paris le 23 Septembre de l'année 1715, à $5^h\ 34'$ du soir, on retranchera 11 jours de ce dernier Equinoxe, pour le réduire au Calendrier Julien, & on y adjoûtera $1^h\ 12'$ pour la différence des Méridiens, dont Fruemberg est plus oriental que Paris, & on aura l'Equinoxe d'Automne de l'année 1715, réduit au Calendrier Julien & au Méridien de Fruemberg, le 12 Septembre à $6^h\ 46'$ du soir. La différence à $7^h\ 42'$ du matin du 14 Septembre 1715, est de 200 années moins $1^j\ 12^h\ 56'$, qui, étant partagées par 200, donnent l'anticipation annuelle des Equinoxes, de $11'\ 5''$, l'année Solaire apparente, de $365^j\ 5^h\ 48'\ 55''$, & la grandeur de l'année Solaire moyenne, de . . . . $365^j\ 5^h\ 48'\ 59''$.

Si l'on compare pareillement l'Equinoxe du Printemps de 1516, avec celui qui est arrivé à Paris le 20 Mars 1716, à $11^h\ 46'$ du matin, & qui, réduit au Calendrier Julien & au Méridien de Fruemberg, se rapporte au 9 Mars 1716, à $0^h\ 58'$, on trouvera que cet Equinoxe a anticipé celui qui a été déterminé le 11 Mars 1516, à $3^h\ 8'$ du matin, de $1^j\ 14^h\ 10'$, qui, étant partagées par 200 années, donnent l'anticipation annuelle de $11'\ 27''$, la grandeur de l'année Solaire apparente, de . . $365^j\ 5^h\ 48'\ 33''$, & la grandeur de l'année Solaire moyenne, de $365^j\ 5^h\ 48'\ 27''$.

Prenant un milieu entre ces deux déterminations, on aura la grandeur de l'année Solaire moyenne, de . . $365^j\ 5^h\ 48'\ 43''$.

Equinoxes observés à Cassel.

Les observations de Copernic ont été suivies de celles qui ont été faites par le Landgrave de Hesse & ses Mathématiciens à Cassel, où ils ont observé la hauteur méridienne du Soleil en divers jours de l'année, depuis 1561 jusqu'en 1580.

On n'a marqué pour l'ordinaire dans ces hauteurs, que les minutes, & rarement les demi-minutes, sans tenir compte des secondes, de sorte qu'on ne peut pas espérer de pouvoir déterminer les Equinoxes

avec

avec toute la précision qui seroit nécessaire pour en déduire la grandeur de l'année Solaire; car une minute d'erreur dans la hauteur du Soleil, en cause une d'une heure dans la détermination de l'Equinoxe, & de 24 secondes sur la grandeur de l'année, dans l'intervalle d'environ 150 ans, qu'il y a entre ces observations & les nôtres. D'ailleurs, il y a dans les hauteurs solsticiales, qui devroient toûjours être de la même quantité, des différences qui montent quelquefois à plus de 2 minutes; c'est pourquoi nous nous contenterons d'examiner ici celle de l'Equinoxe du Printemps de l'année 1573, qui est la seule que l'on ait marqué avoir été faite avec soin.

La hauteur méridienne du Soleil fut observée à Cassel le 11 Mars de l'année 1576, de $38^d\ 56'\ 0''$, dont il faut retrancher la réfraction moins la parallaxe, qui est de $1'\ 5''$, pour avoir la hauteur véritable du Soleil, de $38^d\ 54'\ 55''$. Supposant la hauteur de l'Equateur à Cassel, de $38^d\ 39\ 34''$, telle qu'elle résulte des observations qui y ont été faites du Solstice d'Hyver de 1566, & du Solstice d'Eté de 1567, on aura la déclinaison du Soleil le 11 Mars de l'année 1573, à midi, de $15'\ 21''$ que le Soleil parcourt alors en 15 heur. 34 minut. & qui, étant retranchées du midi du 11 Mars de l'année 1573, à cause que le Soleil avoit passé alors l'Equinoxe, donnent son vrai temps le 10 Mars 1573, à $8^h\ 26'$ du soir.

Pour comparer cet Equinoxe avec celui du Printemps de l'année 1717, qui est arrivé à Paris le 20 Mars, à $5^h\ 24$, on y adjoûtera 29, dont Cassel est plus oriental que Paris, & on en retranchera 11 jours pour réduire ce temps au Calendrier Julien; & on aura le 9 Mars de l'année 1717, à $5^h\ 53'$ pour le temps de cet Equinoxe ainsi réduit. La différence à $8^h\ 26'$ du 10 Mars de l'année 1573, est de $1^j\ 2^h\ 33'\ 0''$, qui, étant partagées par 144 années, intervalle entre ces observations, donnent l'anticipation annuelle de l'Equinoxe, de $11'\ 4''$, & la grandeur de l'année Solaire apparente, de . . . . $365^j\ 5^h\ 48'\ 56''$, de laquelle il faut retrancher $6''\ 44'''$, pour avoir la grandeur de l'année Solaire moyenne, de . . . . $365^j\ 5^h\ 48'\ 49''$.

Equinoxes observés par Tycho.

Examinons présentement la grandeur de l'année, qui résulte des observations de Tycho.

Cet illustre Astronome rapporte dans le premier Chapitre de ses Ouvrages, dix Equinoxes, sçavoir, cinq du Printemps, & cinq d'Automne, qu'il a observés avec un très-grand soin à Uranibourg, dans l'espace de cinq années, depuis l'an 1584, jusques & compris l'an 1588. Il ne donne pas le détail des observations qu'il a employées pour déterminer ces Equinoxes, & il se contente d'avertir qu'il les a corrigées par la parallaxe du Soleil, qu'il supposoit être de 3′ 0″ à l'horison, & par la réfraction qui, suivant lui, est de 34 min. à l'horison, & de 5 second. à la hauteur de 45 degrés.

Le P. Riccioli qui rapporte ces Equinoxes dans son Astronomie réformée, tâche de corriger ces observations de Tycho, par la réfraction, & principalement par la parallaxe, qu'il suppose fort différente de celle de Tycho; & il détermine suivant ses principes, le vrai temps des Equinoxes observés.

Pour nous, qui avons trouvé la parallaxe horisontale du Soleil, de 10 à 12 second. seulement, beaucoup plus petite que ne l'ont supposée Tycho & Riccioli, & qui avons reconnu que les réfractions élevent les Astres au dessus de leur hauteur véritable, jusqu'au Zénit; nous les employerons dans l'examen des Equinoxes observés par Tycho, avec d'autant plus de précision que nous avons les observations qui ont servi à déterminer ces Equinoxes, lesquelles ont été imprimées en 1666, par Lucius Barrettus, depuis l'édition de l'Astronomie réformée du P. Riccioli. Nous avons outre cela l'avantage de connoître exactement la hauteur du Pole d'Uranibourg, siége des observations de Tycho, & sa différence de Méridien à l'égard de Paris, telles qu'elles ont été déterminées dans le Voyage que M. Picard y a fait par ordre du Roy en l'année 1671.

Le premier de ces Equinoxes se tire des hauteurs méridiennes du Soleil, observées à Uranibourg en 1584 le 5 Mars, de 32^d $7' 40''$, & le 14 Mars de 35^d $40'$ $10''$.

Corrigeant ces observations par la réfraction & la parallaxe, on aura pour lap remiére 32^d $6'$ $14''$, & pour la seconde 35^d

$38' 36''$, dont la différence $3^d 32' 42''$, est le mouvement du Soleil en déclinaison dans l'espace de 9 jours, ce qui est à raison de $23' 38''$ par jour.

La hauteur du Pole d'Uranibourg étant, suivant les observations de M. Picard, de $55^d 54' 15''$, & la hauteur de l'Equateur, de $34^d 5' 45''$, on aura entre cette hauteur & celle du Soleil dans la premiére observation, une différence en déclinaison, de $1^d 59' 31''$ que le Soleil a parcouru en $5^j 1^h 21'$; d'où il suit que l'Equinoxe est arrivé le 10 Mars 1584 à $1^h 21'$, à la distance de $3^h 51'$ de celui que Tycho a déterminé.

Si l'on compare présentement cet Equinoxe à celui qui a été observé 132 ans après à l'Observatoire Royal de Paris le 19 Mars 1716, à $23^h 46'$, & qui, réduit au Calendrier Julien & au Méridien d'Uranibourg, qui est plus oriental que Paris de $42'$, y est arrivé le 9 Mars 1716, à $0^h 28'$, on aura dans cet intervalle, une anticipation de $24^h 53'$, qui, étant partagées par 132, donnent l'anticipation annuelle de $11' 18''$. On aura donc la grandeur de l'année Solaire apparente, de . . . $365^j 5^h 48' 42''$, de laquelle il faut retrancher $6'' 38'''$, pour avoir la grandeur de l'année Solaire moyenne, de . . . . $365^j 5^h 48' 35''$.

Il seroit trop long de rapporter ici le détail de toutes les observations de Tycho, il suffira de remarquer que la hauteur méridienne du Soleil ayant été observée par divers Instruments dans un même jour, nous avons pris une hauteur moyenne entre les plus grandes & les plus petites, que nous avons corrigée par la parallaxe & la réfraction, telles que nous les observons présentement, pour avoir la hauteur véritable du Soleil, que nous avons comparée à la hauteur de l'Equateur d'Uranibourg, déterminée par M. Picard, pour connoître le temps vrai de l'Equinoxe.

Ayant ainsi déterminé ces Equinoxes, qui sont au nombre de 19, nous les avons comparés à ceux qui ont été observés à Paris, & nous en avons déduit la grandeur de l'année Solaire apparente, dont nous avons retranché $6'' 38'''$ dans les Equinoxes du Printemps, & à laquelle nous avons adjoûté 5 secondes dans les Equinoxes d'Automne, pour avoir la grandeur de l'année Solaire moyenne.

E'QUINOXES observés à URANIBOURG.	*E'QUINOXES observés à PARIS.*	*Grandeur de l'année Solaire moyenne.*
1584 Mars 10 à $1^h 21'$	1716 Mars 19 à $23^h 46'$	$365^j\ 5^h\ 48'\ 35''$
1584 Sept. 12 à 12 1	1716 Sept. 22 à 11 12	365 5 49 7
1585 Mars 10 à 7 26	1717 Mars 20 à 5 24	365 5 48 23
1585 Sept. 12 à 17 53	1713 Sept. 22 à 17 52	365 5 49 10
1586 Mars 10 à 13 16	1714 Mars 20 à 12 12	365 5 48 28
1586 Sept. 12 à 23 56	1714 Sept. 22 à 23 41	365 5 49 3
1587 Mars 10 à 18 30	1715 Mars 20 à 17 56	365 5 48 42
1587 Sept. 13 à 6 27	1715 Sept. 23 à 5 34	365 5 48 45
1588 Mars 10 à 0 51	1716 Mars 19 à 23 46	365 5 48 27
1588 Sept. 12 à 11 25	1716 Sept. 22 à 11 12	365 5 49 $3\frac{1}{2}$
1589 Mars 10 à 5 40	1717 Mars 20 à 5 24	365 5 48 50
1589 Sept. 12 à 17 39	1713 Sept. 22 à 17 52	365 5 48 55
1590 Mars 10 à 11 $49\frac{1}{2}$	1714 Mars 20 à 12 12	365 5 48 48
1590 Sept. 12 à 23 42	1714 Sept. 22 à 23 41	365 5 48 48
1592 Sept. 12 à 11 19	1716 Sept. 22 à 11 12	365 5 48 45
1594 Mars 10 à 10 59	1714 Mars 20 à 12 12	365 5 48 50
1594 Sept. 12 à 23 16	1714 Sept. 22 à 23 41	365 5 48 39
1595 Sept. 13 à 4 23	1715 Sept. 23 à 5 34	365 5 48 $55\frac{1}{2}$
1597 Mars 10 à 4 48	1717 Mars 20 à 5 24	365 5 48 32

En prenant un milieu entre toutes ces déterminations, on aura la grandeur de l'année Solaire moyenne, de $365^j\ 5^h\ 48'\ 47''$, fort approchante de celle qui résulte des observations de Hipparque.

Il nous reste présentement à examiner les observations qui ont été faites dans le siécle précédent pour déterminer les E'quinoxes.

Entre ces observations, nous avons celles qui ont été faites à Bologne, depuis l'année 1641 jusqu'en 1654, par le P. Riccioli, qui s'en est servi pour déterminer le temps de dix E'quinoxes, dont huit du Printemps, & deux d'Automne, qu'il rapporte dans son Astronomie réformée *(p. 13)*.

Comme la détermination des E'quinoxes suppose celle de la hauteur de l'E'quateur, nous examinerons d'abord les observations que le P. Riccioli a faites pour trouver la hauteur de l'E'quateur à Bologne, y employant les réfractions dont il n'a point tenu compte dans cette recherche, parce qu'il les croyoit nulles ou insensibles à la hauteur de 45 degrés, qui est à peu-près celle de l'Equateur à Bologne.

Ces observations, qui sont rapportées au Chapitre 14 du Livre 4 de son Astronomie réformée, furent faites, tant par un Gnomon, que par divers autres Instruments, au College de S.^{te} Lucie. Il y observa à la fin de l'année 1655, par deux Sextans, l'un de 7, & l'autre de 12 pieds, la hauteur méridienne de l'Etoile Polaire dans la partie supérieure de son cercle, de $47^d\ 2'\ 42''$, & dans sa partie inférieure, de $41^d\ 57'\ 36''$; d'où il détermina la hauteur du Pole du lieu où il faisoit ses observations, de $44^d\ 30'\ 9''$, qu'il trouva ensuite de $44^d\ 30'\ 10''$ par d'autres observations faites avec le Gnomon.

Retranchant de la hauteur méridienne de l'Etoile Polaire, observée dans sa partie supérieure de $47^d\ 2'\ 42''$, la réfraction qui est de 56 secondes, on aura sa hauteur véritable, de $47^d\ 1'\ 46''$. Retranchant pareillement de la hauteur méridienne de l'Etoile Polaire, observée dans sa partie inférieure, de $41^d\ 57'\ 36''$, la réfraction qui est de $1'\ 5''$, on aura sa hauteur véritable, de $41^d\ 56'\ 31''$. La différence entre ces hauteurs, est de $5^d\ 5'\ 15''$, dont la moitié $2^d\ 32'\ 37''\frac{1}{2}$ étant retranchée de la plus grande, ou adjoûtée à la plus petite, donne la hauteur du Pole de Bologne, de $44^d\ 29'\ 8''\frac{1}{2}$, plus petite d'une minute que celle qui a été déterminée par le P. Riccioli.

Cette hauteur du Pole se confirme par les observations des hauteurs méridiennes faites dans les Solstices, qui sont rapportées au Chapitre 5 du 1.^{er} Livre, dont la plus certaine est selon lui, de $69^d\ 0'\ 5''$. Retranchant la réfraction moins la parallaxe, qui est à cette hauteur, de 18 secondes, on aura la hauteur véritable du Tropique de l'Ecrevisse, de $68^d\ 59'\ 47''$, de laquelle si l'on ôte l'obliquité de l'Ecliptique, que nous avons trouvée de $23^d\ 29'\ 2''$ par les observations faites à Bologne vers ce temps-là, reste la hauteur de l'Equateur, de $45^d\ 30'\ 45''$, & celle du Pole, de $44^d\ 29'\ 15''$, éloignée seulement de $6''\frac{1}{2}$ de celle qui a été déterminée ci-dessus.

Si l'on employe présentement la hauteur de l'Equateur que nous venons de déterminer, qui s'écarte le moins de celle du P. Riccioli, avec la réfraction & la parallaxe, telles qu'on les trouve présentement, on aura le temps des Equinoxes, tel que nous le rapporterons ici, avec la grandeur de l'année, qui résulte de la comparaison de ces Equinoxes avec les nôtres, ayant égard à la différence de Méridiens, de 37 minutes, dont Bologne est plus oriental que Paris, & à la différence entre l'année moyenne & l'apparente, qui est dans l'Equinoxe du Printemps, de 6 secondes, qu'il faut retrancher de l'année apparente; & dans l'Equinoxe d'Automne, de 5 second. qu'il faut y adjoûter.

EQUINOXES observés à BOLOGNE.	*EQUINOXES observés à PARIS.*	*Grandeur de l'année Solaire moyenne.*
1641 Sept. 22 à $8^h\ 15'$	1713 Sept. 22 à $17^h\ 52'$	$365^j\ 5^h\ 48'\ 36''$
1642 Mars 20 à 2 29	1714 Mars 20 à 12 12	365 5 48 31
1643 Mars 20 à 8 33	1715 Mars 20 à 17 56	365 5 48 14
1643 Sept. 22 à 19 40	1715 Sept. 23 à 5 34	365 5 48 51
1644 Mars 20 à 14 13	1716 Mars 19 à 23 46	365 5 48 22
1645 Mars 20 à 20 13	1717 Mars 20 à 5 24	365 5 48 4
1647 Mars 20 à 7 27	1719 Mars 20 à 17 2	365 5 48 24
1649 Mars 19 à 19 17	1721 Mars 20 à 5 13	365 5 48 42
1653 Mars 19 à 18 7	1725 Mars 20 à 4 33	365 5 49 7
1654 Mars 20 à 0 1	1726 Mars 20 à 10 23	365 5 49 4

En prenant un milieu entre toutes ces déterminations, on aura la grandeur de l'année Solaire moyenne, de $365^j\ 5^h\ 48'\ 35''$, plus petite de 12 second. que celle que l'on a trouvée ci-dessus. Cette différence ne doit pas paroître bien considérable, si l'on remarque qu'elle peut être causée par une erreur d'environ 15 second. tant dans la hauteur de l'Equateur de Bologne & de Paris, que dans les observations des hauteurs du Soleil, faites en ces deux villes.

Ces observations ont été suivies par celles que mon Pere a faites dans la même ville à la Méridienne de S.t Petrone, que le P. Riccioli rapporte immédiatement après les siennes.

Ayant employé dans ces observations, la réfraction & la parallaxe du Soleil, nous avons déterminé le temps des Equinoxes, tels que nous les rapporterons ici, supposant la hauteur de l'Equateur de Bologne, de $45^d\ 30'\ 40''$, comme elle a été trouvée par un grand nombre d'observations. On a ensuite comparé ces Equinoxes avec les nôtres, ayant égard à la différence des Méridiens entre Paris & Bologne, & à la différence entre l'année Solaire moyenne & l'apparente, qui, dans l'Equinoxe du Printemps, est de 7″ 0‴, qu'il faut retrancher de l'année apparente, & dans l'Equinoxe d'Automne, de 5″ 0‴, qu'il faut y adjoûter.

Autres E'QUINOXES *observés à* BOLOGNE.	E'QUINOXES *observés à* PARIS.	*Grandeur de l'année Solaire moyenne.*
1655 Sept. 22 à 17^h 3′	1735 Sept. 23 à 2^h 6′	365^j 5^h 49′ 20″
1656 Mars 19 à 11 51	1736 Mars 19 à 20 1	365 5 48 29
1656 Sept. 22 à 23 11	1736 Sept. 22 à 7 47	365 5 48 43

Prenant un milieu entre ces déterminations, on aura la grandeur de l'année Solaire moyenne, de . . . 365^j 5^h 48′ 53″$\frac{1}{2}$, peu différente de celle qui résulte des observations de Hipparque.

Nous finirons cette recherche par l'examen des observations qui ont été faites à Dantzick, par Hevelius, depuis l'année 1652 jusqu'en 1678.

Le 1.^{er} Décembre de l'année 1676, il y observa la hauteur apparente de l'Etoile Polaire dans la partie supérieure de son cercle, de 56^d 48′ 25″, dont retranchant la réfraction, qui est de 30″, reste la hauteur véritable, de . . . . 56^d 47′ 47″.

Le 2 Avril de l'année suivante 1677, il observa la hauteur apparente de cette Etoile dans la partie inférieure de son cercle, de 51^d 57′ 25″, dont il faut retrancher 47″ pour la réfraction, & l'on aura sa hauteur véritable, de . . . . 51^d 56′ 38″, dont on ôtera 6″ pour son mouvement en déclinaison, depuis le 1.^{er} Décembre 1676 jusqu'au 2 Avril 1677, qui l'a fait approcher du Pole, de cette quantité, & l'on aura la hauteur véritable de l'Etoile Polaire dans sa partie inférieure pour le 1.^{er} Décembre 1676, de 51^d 56′ 32″. La retranchant de 56^d 47′ 47″, la différence est de 4^d 51′ 15″, dont la moitié 2^d 25′ 37″$\frac{1}{2}$, étant adjoûtée à 51^d 56′ 32″, donne la hauteur du Pole à Dantzick, de 54^d 22′ 10″, & celle de l'Equateur, de 35^d 37′ 50″.

La hauteur de l'Equateur à Dantzick étant connuë, & la différence des Méridiens entre Paris & cette ville, de 1^h 7′ dont Dantzick est plus oriental, on trouve l'anticipation annuelle des Equinoxes l'un portant l'autre, de 11 min. & quelques secondes.

Il eſt à remarquer que toutes les obſervations des E'quinoxes du Printemps, donnent l'anticipation annuelle plus petite que celles de l'E'quinoxe d'Automne, d'une quantité qui monte quelquefois à plus de 2', ce qu'il eſt cependant aiſé de concilier, en ſuppoſant que l'Inſtrument dont Hevelius s'eſt ſervi, faiſoit paroître les objets plus élevés qu'ils ne ſont effectivement, de 30 ſecond. de degré, qui, étant retranchées de toutes les obſervations, donnent la hauteur du Pole de Dantzick, de $54^d\ 21'\ 40''$, & accorde les obſervations des E'quinoxes, tant du Printemps que de l'Automne, avec toute la préciſion que l'on peut eſpérer. Cette correction n'eſt pas trop grande pour qu'on ne la puiſſe ſuppoſer dans des obſervations qu'il declare avoir faites ſans le ſecours des Lunettes, & j'ai cru la devoir propoſer pour ſuivre en cela l'intention de ce célébre Aſtronome, qui, dans ſa Préface au ſecond tome de ſon livre intitulé *Machina Cæleſtis*, p. 45, invite les Aſtronomes, d'examiner & de faire connoître à la poſtérité, juſqu'à quel point d'exactitude il a pû arriver. Cette recherche pourra auſſi être utile aux Aſtronomes qui voudront dans la ſuite, comparer leurs obſervations avec celles d'Hevelius.

Si l'on examine preſentement la grandeur de l'année Solaire, qui réſulte des obſervations des E'quinoxes, à la réſerve de celles de Ptolemée, qui s'éloignent d'une minute de toutes les autres, on trouve qu'elle eſt, ſuivant les obſervations

de Hipparque, de	365^j	5^h	$48'$	$49''$
d'Albategnius, de	365	5	48	49
de Regiomontanus & de Waltherus, de . . .	365	5	48	51
de Copernic, de	365	5	48	43
du Landgrave de Heſſe & de ſes Mathématiciens, de	365	5	48	49
de Tycho, de.	365	5	48	47
du P. Riccioli, à Bologne, de	365	5	48	35
de M. Caſſini, à Bologne, de	365	5	48	53
Et ſuivant nos obſervations faites à l'Obſervatoire de Paris, de	365	5	48	46

Prenant un milieu entre ces déterminations, on aura la grandeur de l'année Solaire moyenne, de . . . $365^j\ 5^h\ 48'\ 47''$.

Cinquiéme

Cinquiéme Méthode de déterminer la grandeur de l'année Solaire, par les obſervations des Solſtices.

Il faut préſentement examiner la grandeur de l'année, qui réſulte des obſervations des Solſtices, leſquelles ont deux avantages conſidérables.

Le premier eſt que pour déterminer les Equinoxes, il faut ſuppoſer la hauteur de l'Equateur, que l'on trouve ou par l'obſervation de l'Etoile Polaire, qui eſt ſujette à quelques variations en divers temps de l'année, ou bien par la comparaiſon des hauteurs Solſticiales de l'Eté à l'Hyver, qu'il faut corriger par la parallaxe & par la réfraction; au lieu que la détermination des Solſtices ne dépend point de celle de l'Equateur, & ne peut être altérée ſenſiblement par les variations cauſées par la réfraction & la parallaxe.

Le ſecond avantage eſt que quand même l'Inſtrument dont on ſe ſert, ne donneroit pas les hauteurs du Soleil exactes, on ne laiſſe pas de déterminer avec à peu-près la même préciſion, le temps du Solſtice qui eſt celui où le Soleil arrive à midi à ſa plus grande ou à ſa plus petite hauteur.

Il eſt vrai que vers le temps du Solſtice, le mouvement du Soleil en déclinaiſon eſt preſque inſenſible, de ſorte qu'il eſt très-difficile d'en déterminer le moment avec préciſion; mais on remédie à cet inconvénient, en obſervant pluſieurs jours avant ou après, la hauteur méridienne du Soleil dans des temps où ſon mouvement eſt plus ſenſible, & remarquant les jours auxquels le Soleil, après avoir paſſé par le Solſtice, retourne à la même hauteur, ou à celle qui approche le plus de la premiére obſervation.

Lorſque la hauteur du Soleil, trouvée par la ſeconde obſervation, n'eſt pas préciſément la même que celle qui a été trouvée par la premiére, ce qui arrive le plus ſouvent, on prendra la différence entre les hauteurs du Soleil d'un jour à l'autre, dont l'une ſera plus grande & l'autre plus petite que dans la premiére obſervation; & l'on fera, comme cette différence eſt à celle qui a été trouvée entre les deux obſervations faites avant & après le Solſtice; ainſi 24 heures ſont au nombre d'heures, minutes & ſecondes, qu'il faut adjoûter au temps de la ſeconde obſervation, ou l'en retrancher, pour avoir l'heure à laquelle le Soleil avoit la même déclinaiſon que dans la premiére obſervation.

Comme le mouvement du Soleil en déclinaiſon d'un jour à l'autre, ne ſe diſtribuë pas également dans les 24 heures, principalement près des Solſtices, on peut, pour une plus grande préciſion, prendre la déclinaiſon qui réſulte des trois obſervations, & calculer l'aſcenſion droite qui y répond. On fera enſuite, comme la différence entre l'aſcenſion droite d'un jour à l'autre, eſt à la différence entre l'aſcenſion droite qui répond aux deux premiéres obſervations, l'une avant, & l'autre après le Solſtice; ainſi 24 heur. ſont au nombre d'heures, minutes & ſecondes, qu'il faut adjoûter au temps de la ſeconde obſervation, ou l'en retrancher, pour avoir l'heure qui répond à la premiére obſervation.

Prenant le milieu entre le temps de la premiére obſervation & celui de la ſeconde ainſi réduit, on aura le temps apparent du Solſtice, qui ſeroit le véritable, ſi le mouvement du Soleil étoit égal de part & d'autre du Solſtice, comme il eſt arrivé il y a environ 400 ans dans le temps que l'Apogée du Soleil étoit au commencement de l'Ecreviſſe.

Mais comme cet Apogée en eſt éloigné préſentement de plus de 8 degrés, il arrive que le mouvement du Soleil avant & après les Solſtices, eſt inégal dans des temps égaux, plus prompt avant le Solſtice d'Eté où le Soleil eſt plus éloigné de l'Apogée, qu'après ce Solſtice où le Soleil en eſt plus proche.

Pour reconnoître cette inégalité, ſoit *ABPI (Fig. 36.)* l'Orbe elliptique du Soleil, dont l'Apogée eſt en *A*, & le Périgée en *P*, *F* la Terre à l'un des foyers, *E* le centre du moyen mouvement qui eſt à l'autre foyer, *S* le point du Solſtice d'Eté qui répond au commencement de l'Ecreviſſe, *T* le point du Solſtice d'Hyver qui eſt à l'oppoſite, *L* le point du Bélier, & *H* celui de la Balance.

La déclinaiſon du Soleil étant connuë par le moyen de ſa hauteur méridienne, on aura ſon vrai lieu, comme en *I*, pour le temps de la premiére obſervation, & en *B*, pour le temps de la ſeconde, & les angles *LFI*, *LFB*, meſureront la longitude du Soleil dans ces deux ſituations. La différence *BFI* entre ces angles étant partagée en deux également par la ligne *FS*, le point *S* marquera le vrai lieu du Solſtice ſur l'Orbe du Soleil.

Si l'on retranche présentement du vrai lieu du Soleil dans ces deux observations, le vrai lieu de son Apogée, on aura dans la première, l'angle *AFI*, ou son supplément à 360 degrés, & dans la seconde, l'angle *AFB*, par le moyen desquels on trouvera les angles *EIF* & *EBF* de l'Equation du Soleil.

Adjoûtant les angles *EIF* & *EBF* à l'angle *BFI*, qui mesure le mouvement vrai du Soleil entre ces deux observations, on aura l'angle *BEI*, qui mesure son moyen mouvement dans cet intervalle. Partageant cet angle *BEI* en deux également par la ligne *ED*, le point *D* marquera le lieu du Solstice apparent, où le Soleil, qui paroît décrire du centre *E* du moyen mouvement, des arcs égaux en temps égaux, est arrivé dans le temps milieu entre les deux observations. L'arc *DS* mesurera donc la différence entre le lieu du Solstice vrai qui est en *S*, & le lieu du Solstice apparent qui est en *D*.

Pour trouver cette différence, on calculera l'Equation *ESF*, qui convient à l'angle *AFS*, distance du vrai lieu du Solstice en *S* au vrai lieu de l'Apogée, & l'on aura l'angle *ESF*, qui, étant adjoûté à l'angle *AFS*, donnera l'angle *AES*. La différence entre l'angle *AES* & l'angle *AED*, distance du lieu apparent du Solstice à l'Apogée du Soleil, mesurera le moyen mouvement du Soleil entre le Solstice vrai & l'apparent, qu'on réduira en heures, à raison de $59' \, 8''$ par jour, qu'il faut adjoûter au temps du Solstice apparent lorsque l'angle *AES* est plus petit que l'angle *AED*, & qu'il faut retrancher au contraire lorsqu'il est plus grand, pour avoir le vrai temps du Solstice.

On peut aussi trouver le vrai temps du Solstice, en calculant l'angle *EDF* de l'Equation qui convient à l'angle *DEI* de la longitude moyenne du Soleil pour le temps du Solstice apparent. Adjoûtant dans le Solstice d'Eté, l'angle *EDF* à l'angle *DEI*, & le retranchant au contraire de l'angle *DEI* dans le Solstice d'Hyver, on aura l'angle *LFD*, qui mesure la longitude véritable du Soleil pour le temps du Solstice apparent. La différence entre l'angle *LFD* & l'angle *LFS*, qui est de 90 degrés dans le Solstice d'Eté, & de 270 degrés dans le Solstice d'Hyver, mesure l'angle *DFS* du vrai mouvement du Soleil entre le temps du Solstice apparent & du vrai Solstice, qu'on réduira en heures, minutes & secondes, à raiſon du mouvement journalier du Soleil, qui eſt de 57′ 10″ dans le Solſtice d'Eté, & de 61′ 10″ dans le Solſtice d'Hyver. Les adjoûtant au temps du Solſtice apparent lorſque l'angle *LFD* eſt plus petit que l'angle *LFS*, & les retranchant au contraire lorſqu'il eſt plus grand, on aura le vrai temps du Solſtice.

Pour la pratique, il ſuffira de calculer les angles *EIF* & *EBF* de l'Equation du Soleil qui convient à ſon vrai lieu lorſqu'il eſt en *I* & en *B*. Lorſque ces deux Equations ſont de même dénomination, c'eſt-à-dire, toutes les deux additives ou ſouſtractives, on les adjoûtera enſemble, & on en prendra la moitié. Mais lorſque ces deux Equations ſont de différente dénomination, c'eſt-à-dire, l'une additive, & l'autre ſouſtractive, on retranchera la plus petite de la plus grande pour avoir la différence dont on prendra auſſi la moitié. On calculera enſuite l'Equation qui convient au vrai lieu du Soleil dans le Solſtice, que l'on comparera avec la moitié de ces Equations ci-deſſus trouvées, ou leur demi-différence, & l'on retranchera la plus petite de la plus grande pour avoir la différence entre le Solſtice moyen & l'apparent, que l'on convertira en temps, & qu'il faut adjoûter au temps du Solſtice apparent, ou qu'il en faut retrancher, ſuivant ce qui a été expliqué ci-deſſus.

EXEMPLE.

La hauteur méridienne du bord ſupérieur du Soleil a été obſervée le 17 Mai de l'année 1716, de 60ᵈ 51′ 55″, le 25 Juillet, de 61ᵈ 5′ 0″, & le 26 Juillet, de 60ᵈ 52′ 0″.

La différence entre les hauteurs méridiennes du Soleil du 25 au 26 Juillet, meſure ſon mouvement en déclinaiſon dans cet intervalle, qui eſt de 13′ 0″, & la différence entre les deux obſervations correſpondantes du 17 Mai & du 26 Juillet, eſt de 0′ 5″; c'eſt pourquoi l'on fera, comme 13′ 0″, ſont à 5″; ainſi 24 heur. ſont à 9′ 14″, qu'il faut adjoûter au midi du 26 Juillet, à cauſe que la déclinaiſon du Soleil du 25 au 26 Juillet, alloit en diminuant, & que cette déclinaiſon étoit plus grande le 26 Juillet que le 17 Mai. Prenant l'intervalle entre le 17 Mai à midi, & le 26 Juillet à 0^h 9′ 14″ après midi, on aura 70^j 0^h 9′ 14″, dont la moitié 35^j 0^h 4′ 37″, étant adjoûtée au 17 Mai de l'année 1716, donne le temps du Solſtice apparent le 21 Juin de l'année 1716, à $0^h\ 4'\ 37''$ après midi.

La hauteur méridienne du bord ſupérieur du Soleil ayant été obſervée le 17 Mai 1716, de $60^d\ 51'\ 55''$, on en retranchera la réfraction moins la parallaxe, qui eſt de $28''$, le demi-diametre du Soleil, qui eſt de $15'\ 51''$, & la hauteur de l'Equateur, qui eſt à Paris de $41^d\ 9'\ 50''$, & l'on aura la déclinaiſon du Soleil le 17 Mai à midi, de $19^d\ 25'\ 46''$, qui eſt la même que celle du 26 Juillet à $0^h\ 4'\ 37''$, avec laquelle on trouvera, ſuppoſant l'obliquité de l'Ecliptique, de $23^d\ 29'\ 0''$, la longitude vraye du Soleil le 17 Mai à midi, de $1^s\ 26^d\ 35'\ 35''$, & le 26 Juillet à $0^h\ 4'\ 37''$, de $4^s\ 3^d\ 24'\ 25''$, qui eſt ſon ſupplément à 180 degrés. Retranchant le lieu de l'Apogée, qui étoit le 17 Mai 1716, de $3^s\ 7^d\ 52'\ 46''$, de $1^s\ 26^d\ 35'\ 35''$, on aura l'anomalie vraye du Soleil, de $10^s\ 18^d\ 42'\ 49''$, avec laquelle on trouvera ſon Equation, de $1^d\ 17'\ 9''$, qu'il faut retrancher du vrai lieu du Soleil pour avoir le moyen, de $1^s\ 25^d\ 18'\ 26''$. Retranchant pareillement le lieu de l'Apogée du Soleil, qui étoit le 26 Juillet 1716, de $3^s\ 7^d\ 52'\ 58''$, de $4^s\ 3^d\ 24'\ 25''$, on aura l'anomalie vraye du Soleil, de $0^s\ 25^d\ 31'\ 27''$, avec laquelle on trouvera ſon Equation, de $50'\ 29''$, qu'il faut adjoûter à la longitude vraye du Soleil, qui étoit le 26 Juillet à $0^h\ 4'\ 37''$, de $4^s\ 3^d\ 24'\ 25''$, pour avoir ſa longitude moyenne, de $4^s\ 4^d\ 14'\ 54''$. La différence entre cette longitude & celle du 17 Mai, qui a été trouvée de $1^s\ 25^d\ 18'\ 26''$, eſt de $68^d\ 56'\ 28''$, dont la moitié $34^d\ 28'\ 14''$, étant adjoûtée à $1^s\ 25^d\ 18'\ 26''$, donne le lieu moyen du Solſtice apparent, de $89^d\ 46'\ 40''$.

On trouvera de même l'Equation qui convient à $7^d\ 42'\ 56''$, diſtance de l'Apogée au Solſtice, de $16'\ 6''$, qui, étant retranchée de $3^s\ 0^d\ 0'\ 0''$, vrai lieu du Solſtice, donne le lieu moyen du Solſtice d'Eté de l'année 1716, de $2^s\ 29^d\ 43'\ 54''$, plus petit que le lieu moyen du Solſtice apparent, de $2'\ 46''$, que le Soleil parcourt en $1^h\ 7'\ 20''$, à raiſon de $59'\ 8''$ en 24 heures, & qu'il faut retrancher du temps du Solſtice apparent, déterminé le 21 Juin à $0^h\ 4'\ 37''$, pour avoir le vrai temps du Solſtice d'Eté de l'année 1716 le 21 Juin à $10^h\ 57'\ 17''$ du matin.

Pour la pratique, il ſuffit de retrancher la ſeconde Equation du Soleil, qui eſt de 50′ 29″½, de la premiére de 1ᵈ 17′ 9″½, pour avoir la différence de 26′ 40″, dont la moitié 13′ 20″, étant retranchée de 16′ 6″, Equation du vrai lieu du Soleil dans le Solſtice, reſte 2′ 46″, différence entre le lieu moyen du Solſtice apparent, & le lieu moyen du Solſtice vrai, que le Soleil parcourt en 1ʰ 7′ 20″, qui, étant retranchées du temps du Solſtice apparent, qui a été trouvé le 21 Juin à 0ʰ 4′ 37″, donnent le vrai temps de ce Solſtice le 21 Juin à 10ʰ 57′ 17″ du matin.

Autre Méthode de déterminer le temps des Solſtices.

Comme dans la méthode que l'on vient de donner, on a ſuppoſé la connoiſſance du vrai lieu du Soleil & de ſon Equation, ce qui peut cauſer quelque variété dans la détermination du temps des Solſtices, ſuivant les différents éléments que l'on y employe; M.rs Flamſteed & Manfredi en ont propoſé une qui ne ſuppoſe aucun de ces éléments, mais ſeulement que l'on connoiſſe à peu-près l'obliquité de l'Ecliptique.

Pour l'intelligence de cette méthode, ſoit *ABP (Fig. 37.)* un Colûre qui paſſe par le Pole *P*, & les points *A* & *B* des Equinoxes, *AB* l'Equateur, *ADB* l'Ecliptique, *PDC* le Colûre des Solſtices, qui paſſe par le Pole *P* & le point *D* qui eſt au commencement de l'Ecreviſſe où le Soleil ſe trouve lorſqu'il eſt au Solſtice d'Eté, *EG* un Parallele à l'Equateur, *F* ou *f* une Etoile fixe placée à tel endroit que l'on voudra.

Si l'on ſuppoſe que le Soleil avant ſon paſſage par le Solſtice, ait été obſervé à ſon paſſage par le Méridien lorſqu'il étoit au point *G* ſur l'Ecliptique, & qu'après avoir paſſé par le Solſtice, il ſoit arrivé au point *E* ſur le même Parallele; il eſt évident que dans ces deux ſituations, il ſe ſera trouvé à égale diſtance de part & d'autre du Solſtice dont on déterminera le temps, en cette maniére.

On obſervera un mois ou environ avant le Solſtice, la hauteur méridienne du Soleil, & l'on prendra le même jour, la différence entre ſon paſſage par le Méridien & celui d'une Etoile fixe quelconque placée en tel endroit que l'on voudra, comme en *F*, par le moyen de laquelle on trouvera la différence d'aſcenſion droite entre le Soleil & cette Etoile, qui ſera meſurée par l'angle *GPF*.

Le jour du Solſtice, de même que ceux qui le précédent ou le ſuivent immédiatement, on obſervera la différence entre le paſſage par le Méridien, du Soleil & de la même Etoile fixe, à laquelle on en peut ſubſtituer une autre dont la différence d'aſcenſion droite ſoit parfaitement connuë, au cas qu'on ne puiſſe point l'obſerver.

On attendra enſuite le temps auquel le Soleil, après avoir paſſé par le Solſtice, ſera arrivé en *E*, où ſa déclinaiſon eſt la même que dans la premiére obſervation, & l'on obſervera ſa hauteur méridienne, de même que la différence entre ſon paſſage & celui de la même Etoile fixe par le Méridien, par le moyen de laquelle on trouvera la différence d'aſcenſion droite entre le Soleil & cette Etoile au temps de la derniére obſervation, qui eſt meſurée par l'angle *FPE*. Prenant la différence entre les angles *FPE* & *FPG*, on aura l'angle *EPG*, dont la moitié *DPG*, meſure la quantité du mouvement vrai du Soleil en aſcenſion droite, depuis ſon paſſage par le point *G* de l'Ecliptique, juſqu'à ſon paſſage par le Solſtice. L'adjoûtant à l'angle *FPG*, on aura l'angle *FPD*, qui meſure la diſtance de cette Etoile au point du Solſtice, ayant égard à ce qui peut être produit par l'Aberration des Etoiles, lorſqu'elle eſt ſenſible.

Lorſque l'Etoile ſe trouve placée, comme en *f*, entre les points *G* & *E*, qui marquent le lieu du Soleil dans les deux obſervations extrêmes, on prendra la différence entre les arcs *GPf* & *EPf* ou *GPH*, qui meſurent la diſtance en aſcenſion droite de l'Etoile au Soleil dans ces deux obſervations, & l'on aura l'angle *fPH*, dont la moitié *DPf*, étant adjoûtée à 90 degrés lorſque l'Etoile eſt au de-là du point de l'Ecreviſſe, ou en étant retranchée lorſqu'elle eſt en de-çà, donne ſon aſcenſion droite véritable.

Dans ces deux cas, il eſt évident que lorſque la différence entre l'aſcenſion droite du Soleil & celle de l'Etoile *F* ou *f*, ſera égale à l'angle *FPD* ou *DPf*, le Soleil paſſera par le point *D* du Solſtice.

Pour le déterminer, on comparera la différence d'aſcenſion droite entre le Soleil & l'Etoile, pour le jour du Solſtice à midi, avec l'angle *FPD* ou *fPD*. Si elle ſe trouve de la même grandeur, c'eſt une preuve que le Soleil a paſſé à midi par le point du Solſtice. Si elle ſe trouve plus grande ou plus petite, on prendra la partie proportionnelle du temps, qui répond à la différence obſervée entre cet angle & la diſtance en aſcenſion droite du Soleil à l'Etoile, qui, étant adjoûtée à midi, ou en étant retranchée, donne le vrai temps du Solſtice.

Comme dans les obſervations correſpondantes du Soleil, faites avant & après le Solſtice, il arrive rarement qu'à ſon paſſage par le Méridien, il ſe trouve à la même hauteur; on déduira des obſervations faites un jour avant ou après, le temps auquel il a dû avoir la même déclinaiſon que dans la premiére obſervation, pour lequel on calculera la différence d'aſcenſion droite entre le Soleil & l'Etoile.

EXEMPLE.

Le 29 Mai 1737, à midi, temps vrai, on a obſervé la hauteur méridienne du bord ſupérieur du Soleil, de $63^d\ 6'\ 0''$.

Le 14 Juillet ſuivant, à midi, temps vrai, on a obſervé la hauteur méridienne du bord ſupérieur du Soleil, de $63^d\ 7'\ 0''$, & le lendemain 15 Juillet, de $62^d\ 57'\ 35''$, avec une différence d'un jour à l'autre, de $9'\ 25''$.

Comme la hauteur du Soleil étoit le 14 Juillet, plus grande d'une minute que le 29 Mai, on prendra la partie proportionnelle du temps qui convient à cette quantité, à raiſon de $9'\ 25''$ pour 24 heures, que l'on trouvera de $2^h\ 32'\ 55''$, qui, étant adjoûtée à l'heure de l'obſervation du 14 Juillet, donne $2^h\ 32'\ 55''$ pour le temps vrai auquel la déclinaiſon du Soleil & ſa diſtance au point du Solſtice, étoit le 14 Juillet 1737, de la même quantité que le 29 Mai à midi.

Ce même jour 29 Mai, on a obſervé la différence entre le paſſage du Soleil & celui de *Sirius* par le Méridien, de $2^h\ 8'\ 15''\frac{1}{4}$, qui, étant converties en degrés, à raiſon de 360 degrés pour $23^h\ 56'\ 1''\frac{1}{2}$, temps du retour de *Sirius* au Méridien, donnent la différence d'aſcenſion droite entre le Soleil & *Sirius*, de $32^d\ 9'\ 8''$ à midi.

Le 14 Juillet ſuivant, le paſſage de *Sirius* par le Méridien, conclu par les obſervations du 15 & du 16 Juillet, eſt arrivé à $11^h\ 0'\ 59''$, & celui du Soleil a été obſervé à $0^h\ 1'\ 51''\frac{1}{2}$, ce qui donne la différence entre ces paſſages, de $1^h\ 0'\ 52''\frac{1}{2}$, qui, convertie en degrés, à raiſon de $23^h\ 55'\ 22''\frac{1}{2}$, retour de *Sirius* au Méridien, au Méridien, donne la différence d'aſcenſion droite entre le Soleil & *Sirius*, de $15^d\ 16'\ 4''$ à midi.

Le mouvement vrai du Soleil en aſcenſion droite entre le 14 & le 15 Juillet, étant de $1^d\ 0'\ 45''$, on en prendra la partie proportionnelle qui convient à $2^h\ 32'\ 53''$, que l'on trouvera de $6'\ 40''$, qui, étant adjoûtées à $15^d\ 16'\ 4''$, aſcenſion droite de *Sirius* le 14 Juillet à midi, donnent $15^d\ 22'\ 44''$ pour l'aſcenſion droite du Soleil le 14 Juillet à $2^h\ 32'\ 55''$, temps vrai auquel la diſtance du Soleil au point du Solſtice étoit de la même quantité que le 29 Mai à midi.

Retranchant cette aſcenſion droite de celle qui avoit été trouvée le 29 Mai, de $32^d\ 9'\ 8''$, on aura $16^d\ 46'\ 24''$, dont la moitié $8^d\ 23'\ 12''$, meſure la diſtance de *Sirius* au point du Solſtice, qu'il faut adjoûter à 90 degrés, à cauſe que le 21 Juin, le paſſage de *Sirius* ſuivoit celui du Soleil, & l'on aura l'aſcenſion droite de *Sirius* le 21 Juin 1737, de $98^d\ 23'\ 12''$.

Pour trouver préſentement le temps du Solſtice, on employera les obſervations des 19 & 20 Juin 1737, ſuivant leſquelles on trouve que le paſſage de *Sirius* par le Méridien, eſt arrivé le 21 Juin à $0^h\ 33'\ 34''$, ce qui donne la différence d'aſcenſion droite entre cette Etoile & le Soleil pour le temps de cette obſervation, de $8^d\ 23'\ 30''$, plus grande de 18 ſecondes que la diſtance en aſcenſion droite de *Sirius* au point du Solſtice, qui avoit été trouvée le 21 Juin, de $8^d\ 23'\ 12''$; d'où il ſuit que le Soleil, dont la différence d'aſcenſion droite par rapport à *Sirius*, alloit en diminuant, n'étoit pas encore arrivé au Solſtice, & qu'il en étoit éloigné d'un intervalle de temps qui répond à 18 ſecondes d'aſcenſion droite, qu'on trouvera de 7 minutes, & qui, étant adjoûté à $0^h\ 33'\ 34''$, donne le Solſtice d'Eté le 21 Juin 1737 à $0^h\ 41'$ après midi, temps vrai.

On voit que par le moyen de cette méthode, on peut déterminer immédiatement l'aſcenſion droite des Etoiles fixes, & qu'elle eſt préférable à la précédente pour déterminer le temps des Solſtices, en ce qu'elle ne ſuppoſe aucun élément. Mais comme outre les obſervations du Soleil, qui lui ſont communes avec la premiére, elle demande celles d'une Etoile fixe, faites en trois temps différents; les petites erreurs qu'il eſt difficile d'éviter dans un grand nombre d'obſervations, peuvent égaler celles qui proviennent du défaut de préciſion dans la ſituation de l'Apogée du Soleil & de ſon Equation, que nous avons employés pour déterminer le temps vrai de pluſieurs Solſtices, tels qu'on les a rapportés ici.

Solſtices obſervés à Paris.

Solſtices d'Eté.					Solſtices d'Hyver.			
1672	Juin	20	7^h	24′				
1684	Juin	20	5	26	Décembre	20	8^h	21′
1685	Juin	20	10	40	Décembre	20	14	7
1686	Juin	20	17	10	Décembre	20	20	4
1687	Juin	20	23	0	Décembre	21	1	43
1688	Juin	20	4	47	Décembre	20	7	42
1689	Juin	20	10	30	Décembre	20	13	36
1690	Juin	20	16	17	Décembre	20	19	25
1691	Juin	20	22	0	Décembre	21	1	16
1692	Juin	20	3	32	Décembre	20	6	56
1693	Juin	20	9	13	Décembre	20	12	34
1694	Juin	20	15	14	Décembre	20	18	40
1695	Juin	20	21	1	Décembre	21	0	12
1696	Juin	20	2	45	Décembre	20	6	16
1697	Juin	20	8	35	Décembre	20	11	56
1698	Juin	20	14	30	Décembre	20	17	50
1699	Juin	20	20	10	Décembre	20	23	40
1700	Juin	21	2	0	Décembre	21	5	46
1701	Juin	21	7	50	Décembre	21	11	40
1702	Juin	21	13	36	Décembre	21	17	34
1703	Juin	21	19	35	Décembre	21	23	16
1704	Juin	21	1	16	Décembre	21	5	0
1705	Juin	21	7	14	Décembre	21	10	50
1706	Juin	21	13	15	Décembre	21	16	32

	Solstices d'Eté.				Solstices d'Hyver.			
1707	Juin	21	18^h	52′	Décembre	21	22^h	20′
1708	Juin	21	0	43	Décembre	21	4	31
1709	Juin	21	6	18	Décembre	21	9	57
1710	Juin	21	12	3	Décembre	21	15	34
1711	Juin	21	17	50	Décembre	21	21	29
1712	Juin	20	23	36	Décembre	21	3	11
1713	Juin	21	5	29	Décembre	21	9	39
1714	Juin	21	11	15	Décembre	21	15	25
1715	Juin	21	17	2	Décembre	21	21	13
1716	Juin	20	22	57	Décembre	21	3	5
1717	Juin	21	4	50	Décembre	21	8	56
1718	Juin	21	10	47	Décembre	21	14	32
1719	Juin	21	16	38	Décembre	21	19	58
1720	Juin	20	22	20	Décembre	21	2	8
1721	Juin	21	4	11	Décembre	21	7	37
1722	Juin	21	9	30 *dub.*	Décembre	21	13	38
1723	Juin	21	15	1 *dub.*	Décembre	21	19	53
1724	Juin	20	21	18	Décembre	21	1	49
1725	Juin	21	3	18	Décembre	21	7	32
1726	Juin	21	8	46	Décembre	21	13	27
1727	Juin	21	14	34	Décembre	21	18	54
1728	Juin	20	20	2	Décembre	21	0	36
1729	Juin	21	2	9	Décembre	21	6	12
1730	Juin	21	8	16	Décembre	21	12	10
1731	Juin	21	13	35	Décembre	21	18	7
1732	Juin	20	19	28	Décembre	20	23	51
1733	. . . . . .	. . .	. . .	. . .	Décembre	21	5	46
1734	Juin	21	7	16	Décembre	21	11	57
1735	Juin	21	13	18	Décembre	21	17	42
1736	Juin	20	18	55	Décembre	20	23	21

	Solstices d'E'té.			Solstice d'Hyver.	
1737	Juin 21	0^h 41'	Décembre 21	5^h 15'
1738	Juin 21	6 33		

Il faut présentement examiner quelle est la grandeur de l'année qui résulte des observations des Solstices, dont l'erreur sera moins sensible plus elle sera partagée par un grand nombre d'années.

Solstice observé à Athenes le 27 Juin de l'année 431 avant Jesus-Christ.

La plus ancienne de ces observations est celle qui, au rapport de Ptolemée *(liv. 3. chap. 2.)* a été faite à Athenes par Meton & Euctemon le 21.me jour du mois de *Phamenoth* de l'année 316 de Nabonassar, au matin, ce qui, réduit à nos époques, se rapporte au 27 Juin de l'année 431 avant Jesus-Christ, à 5^h du matin.

Les circonstances de cette observation méritent qu'on y ait un égard particulier, tant à cause qu'elle a été faite par le moyen d'un célébre Héliometre ou Instrument pour mesurer le cours du Soleil, que Méton fils de Pausanias, dédia publiquement dans l'assemblée des Etats, que parce que ce Solstice fut pris pour l'époque de son Cycle de 19 années, qui est encore en usage parmi toutes les Nations.

Suivant nos observations, le Solstice d'E'té de l'année 1717, est arrivé à Paris le 21 Juin à 4^h 50'. Retranchant 11 jours de ce temps pour le réduire à la forme Julienne, & y adjoûtant 1^h 28' dont Athenes est plus oriental que Paris, on aura le Solstice d'E'té de l'année 1717, réduit à la forme Julienne & au Méridien d'Athenes, le 10 Juin à 6^h 18'.

L'intervalle de temps entre ce Solstice & celui de Méton, est de 2148 années moins 16^j 10^h 42', ce qui fait voir que dans l'intervalle de 2148 années Juliennes, de 365 jours 6 heur. le temps du Solstice a retardé de 16^j 10^h 42', ce qui est à raison de 11^h 1' 30" par année. Les retranchant de 365 jours 6 heur. on aura la grandeur de l'année, de . . 365^j 5^h 48' 58" 30‴, à laquelle il faut adjoûter 50" 9‴, dont l'année Solaire moyenne retarde à l'égard de l'année apparente, & l'on aura la grandeur de l'année Solaire moyenne, de . . . . . 365^j 5^h 49' 48" 39‴, qui excede de près d'une minute, celle qui a été déterminée par l'obſervation des Equinoxes.

On trouvera une moindre différence, ſi l'on ſuppoſe avec Scaliger *(lib. 2. de Emend. Temp.)* & le P. Petau *(Uran. var. diſſ. lib. 6. cap. 10.)* que Méton, par l'obſervation du temps du vrai Solſtice, avoit déterminé le moyen au 21.me du mois de *Phamenoth* de l'année 316 de Nabonaſſar, & qu'il s'en étoit ſervi pour commencer le Cycle Solaire qui porte ſon nom. Car ſuivant nos Tables, le vrai Solſtice étant arrivé plus tard que le moyen, de $23^h\ 36'$, ſi on les adjoûte au 27 Juin de l'année 431 avant Jeſus-Chriſt à 5 heures du matin, on aura le temps du Solſtice vrai le 28 Juin de la même année à $4^h\ 26'$ du matin. Comparant ce temps avec celui du Solſtice de l'année 1717, on aura, toute réduction faite, la grandeur de l'année Solaire, de . . . $365^j\ 5^h\ 49'\ 9''\ 23'''$.

Solſtice obſervé à Alexandrie le 24 Juin de l'année 140 après Jeſus-Chriſt.

Depuis l'obſervation du Solſtice faite par Méton, juſqu'au ſecond ſiécle après J. C. nous n'en avons point trouvé d'autre que celle qui, au rapport de Ptolemée, eſt arrivée le 11 du mois de *Meſſori* de l'année 463 depuis la mort d'Alexandre, peu de temps après minuit, ce qui ſe rapporte au 24 Juin de l'année 140 après Jeſus-Chriſt, à 13 heures.

Entre cette obſervation & celle de Méton, il y a 571 années, dont 143 biſſextiles moins 2 jours 4 heures, ce qui eſt conforme à l'intervalle entre ces obſervations, que Ptolemée remarque être de 571 années Egyptiennes, de 365 jours chacune plus 140 jours & 20 heures.

Le Solſtice d'Eté de l'année 1732, eſt arrivé, ſuivant nos obſervations, à Paris le 20 Juin à $19^h\ 28'\ 30''$. Retranchant de ce temps 11 jours pour le réduire à la forme Julienne, & y adjoûtant $1^d\ 51'\ 36''$, dont Alexandrie eſt plus orientale que Paris, on aura le Solſtice d'Eté de 1732, réduit à la forme Julienne & au Méridien d'Alexandrie, le 9 Juin à $21^h\ 20'$.

L'intervalle de temps entre ce Solſtice & celui de Ptolemée, eſt de 1592 années Juliennes moins $14^j\ 15^h\ 40'$, qui, étant partagées par 1592, donnent pour chaque année $13'\ 15''$, qu'il

faut retrancher de 365 jours 6 heures, pour avoir la grandeur de l'année Solaire apparente, de . . . . . $365^j\ 5^h\ 46'\ 45''$.
Y adjoûtant $51''\ 12'''$, dont l'année Solaire moyenne retarde à l'égard de l'année apparente, l'on aura la grandeur de l'année Solaire moyenne, de . . . . $365^j\ 5^h\ 47'\ 36''$.

Cette grandeur de l'année s'accorde à quelques secondes près avec celle qui résulte des observations des Equinoxes, faites par Ptolemée, lequel, par la comparaison de ses observations avec celles des Anciens, juge que l'année Solaire moyenne ne retardoit à l'égard de l'année Julienne, que d'un jour dans l'espace de 300 ans; au lieu que, suivant le Calendrier Grégorien qui est en usage parmi nous, & dans lequel on a supposé le mouvement du Soleil à peu-près conforme à ce qui résulte des observations les plus exactes, ce retardement est de 3 jours dans l'espace de 400 années.

Ptolemée qui rapporte ces observations des Solstices, ne fait pas de difficulté d'avouer qu'il n'est pas facile de discerner avec précision, le moment du Solstice, qu'il déterminoit, selon toutes les apparences, par l'observation du temps où le Soleil paroissoit être dans sa plus grande déclinaison à l'égard de l'Equateur, ce que l'on sçait être sujet à erreur, à cause que son mouvement en déclinaison est alors presque insensible.

Examinons présentement quelle est la grandeur de l'année Solaire moyenne, qui résulte des observations des Solstices déterminés par les hauteurs correspondantes du Soleil, de la maniére qui a été expliquée ci-dessus.

Les plus anciennes de ces observations qui soient venuës à notre connoissance, sont celles qui ont été faites à Nuremberg, par Regiomontanus & Waltherus, dont nous avons déja fait mention dans la comparaison des Equinoxes.

Le 22 Novembre de l'année 1487, la Corde de la distance du Soleil au Zénit de Nuremberg, étoit de 116475 parties, dont le rayon est 100000.

Elle fut observée le 2 Janvier de l'année suivante 1488, de 116525, & le 3 Janvier de 116275.

La différence entre l'observation du 2 & du 3 Janvier, est de 250, & entre celle du 22 Novembre & du 2 Janvier, elle est de 50; c'est pourquoi l'on fera, comme 250 sont à 50;

ainsi 24 heures sont à 4^h 48′, qu'il faut adjoûter au midi du 2 Janvier, & l'on trouvera que le 2 Janvier à 4^h 48′, le Soleil avoit la même déclinaison que le 22 Novembre à midi. L'intervalle entre ces deux déterminations, est de 41^j 4^h 48′, dont la moitié 20^j 14^h 24′, étant adjoûtée au midi du 22 Novembre, détermine le Solstice d'Hyver apparent de l'année 1477 au 12 Décembre à 14^h 24′. Y adjoûtant 12 minutes, dont le temps du Solstice vrai excedoit celui du Solstice apparent, on aura le temps du Solstice vrai de l'année 1487, à Nuremberg le 12 du mois de Décembre à 14^h 36′.

On trouvera de la même maniére, le temps du Solstice vrai observé à Nuremberg en différentes années, tel qu'on l'a marqué ici.

Solstices observés à Nuremberg.

1487	Décembre	12	à	14^h	36′	0″
1493	Décembre	12	à	0	51	0
1498	Décembre	12	à	5	6	21
1503	Juin	12	à	12	46	34

Pour comparer présentement l'observation du Solstice d'Hyver de l'année 1487 avec celle de 1731, qui est arrivée à Paris le 21 Décembre à 18^h 7′, on retranchera de la derniére 11 jours pour la réduire à la forme Julienne, & on y adjoûtera 34′ 56″, dont Nuremberg est plus oriental que Paris, & on aura le 10 Décembre à 18^h 42′ pour le temps du Solstice de 1731, réduit à la forme Julienne & au Méridien de Nuremberg. L'intervalle de temps entre ce Solstice & celui de 1487, est de 244 années Juliennes moins 1^j 0^h 19′ 54″, qui, étant partagées par 244, donnent pour chaque année 365 jours 6 heures moins 10′ 48″$\frac{1}{2}$, ou 365^j 5^h 49′ 11″$\frac{1}{2}$ pour la grandeur de l'année apparente, dont il faut retrancher 50″ 37‴ pour avoir la grandeur de l'année moyenne, de . . . . 365^j 5^h 48′ 21″.

On trouvera de la même maniére, par la comparaison des Solstices des 12 Décembre 1493 & 21 Décembre 1729, la grandeur de l'année, de . . . . 365^j 5^h 48′ 27″$\frac{1}{2}$.

Par les Solstices des 12 Décembre 1498 & 21 Décembre 1730, de . . . . 365^j 5^h 48′ 41″$\frac{1}{2}$.

Et par les Solstices des 12 Juin 1503 & 21 Juin 1731, de . . . . $365^j\ 5^h\ 48'\ 35''$.

Prenant un milieu entre ces déterminations, on aura la grandeur de l'année Solaire moyenne, de . . . $365^j\ 5^h\ 48'\ 31''$.

Depuis les observations de Waltherus faites à Nuremberg vers les Solstices, nous avons celles qui ont été faites à Uranibourg, par Tycho, qui y a employé divers Instruments dont la description est rapportée dans l'Histoire Céleste de Lucius Barettus.

Entre ces observations, nous avons choisi celles qui ont été faites avec les Instruments les plus solides, parce qu'étant moins sujets à s'altérer, il doit y avoir moins de variation dans les hauteurs correspondantes observées dans des temps éloignés l'un de l'autre; & nous avons déterminé le vrai temps des Solstices, ainsi qu'il est rapporté ici.

Solstices observés à Uranibourg.

1582	Décembre	11	à	15^h	6'
1583	Juin	11	à	19	29
1584	Juin	11	à	2	10
1584	Décembre	11	à	2	7
1585	Juin	11	à	7	45
1585	Décembre	11	à	8	30
1586	Juin	11	à	13	37
1586	Décembre	11	à	14	8
1588	Juin	11	à	1	36
1589	Décembre	11	à	7	4
1590	Décembre	11	à	13	8
1591	Juin	11	à	18	37
1594	Décembre	11	à	12	24
1595	Décembre	11	à	18	34

Pour déterminer, par le moyen de ces observations, la grandeur de l'année moyenne, on a adjoûté au temps des Solstices arrivés à Uranibourg, 11 jours, & l'on en a retranché 42 minut. différence des Méridiens, dont Uranibourg est plus oriental que Paris,

Paris, & on a eu le temps de ces Solſtices, réduit à la forme Grégorienne, & au Méridien de Paris, que l'on a comparé à ceux qui ont été obſervés à Paris, ayant égard à la différence entre l'année Solaire apparente & l'année Solaire moyenne, qui eſt de 50 ſecondes, qu'il faut retrancher de l'année apparente dans le Solſtice d'Hyver, & qu'il faut y adjoûter dans le Solſtice d'Eté.

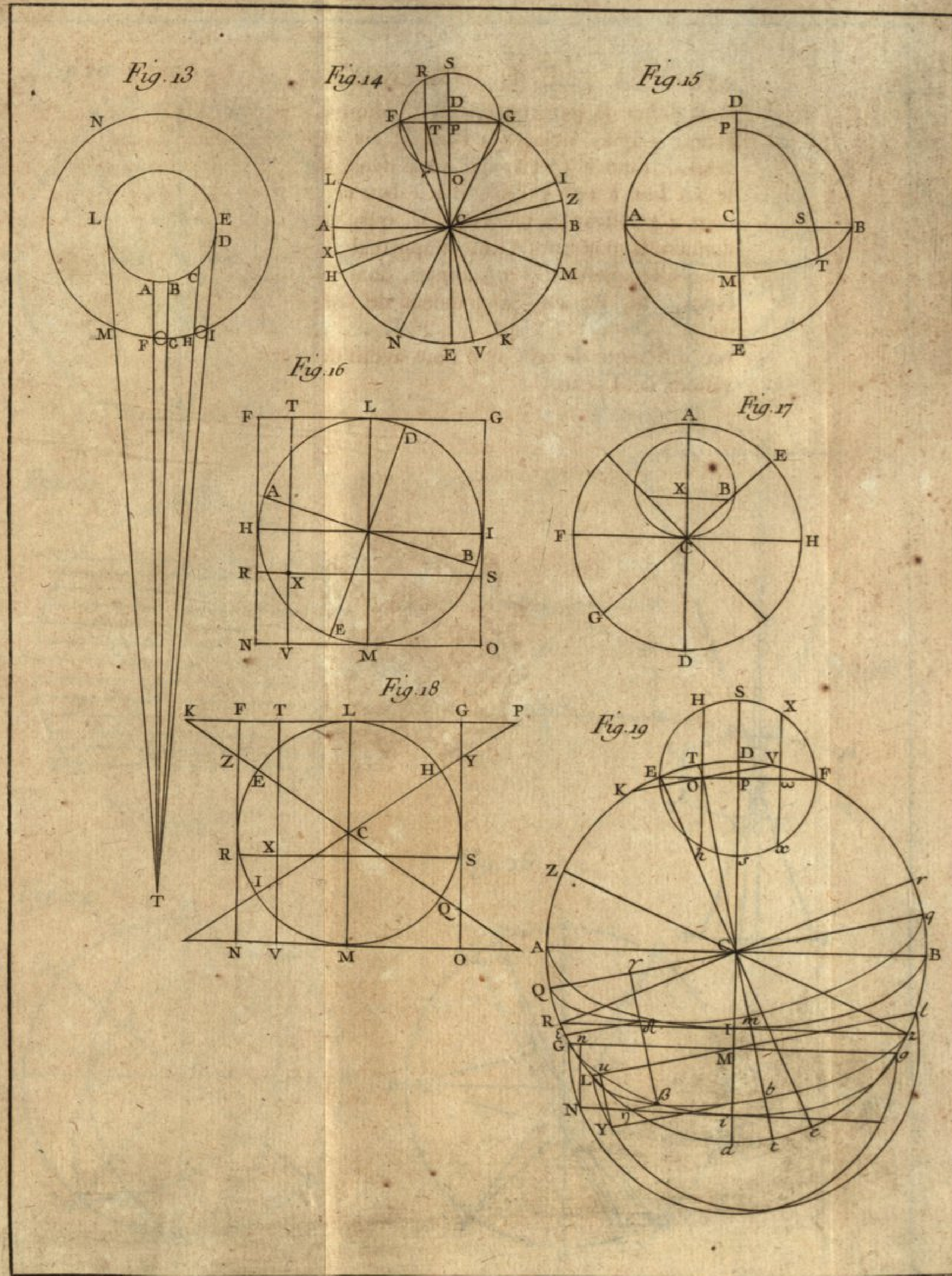
Suivant ces obſervations, on trouve par la comparaiſon des Solſtices d'Hyver des années 1582 & 1714, la grandeur de l'année Solaire, de . . . . $365^j\ 5^h 48' 43''$

Par les Solſtices d'Eté de 1583 & 1715, de	365	5	49	3
Par les Solſtices d'Eté de 1584 & 1716, de	365	5	48	48
Par les Solſt. d'Hyver de 1584 & 1716, de	365	5	49	1
Par les Solſtices d'Eté de 1585 & 1717, de	365	5	48	55
Par les Solſt. d'Hyver de 1585 & 1717, de	365	5	48	47
Par les Solſtices d'Eté de 1586 & 1718, de	365	5	48	47
Par les Solſt. d'Hyver de 1586 & 1718, de	365	5	48	50
Par les Solſtices d'Eté de 1588 & 1716, de	365	5	48	42
Par les Solſt. d'Hyver de 1589 & 1717, de	365	5	49	7
Par les Solſtices d'Eté de 1590 & 1714, de	365	5	48	32
Par les Solſt. d'Hyver de 1590 & 1714, de	365	5	48	59
Par les Solſtices d'Eté de 1591 & 1715, de	365	5	48	48
Par les Solſt. d'Hyver de 1594 & 1714, de	365	5	49	1
Et par les Solſt. d'Hyv. de 1595 & 1715, de	365	5	48	50

Prenant un milieu entre ces déterminations, on aura la grandeur de l'année Solaire moyenne, de . . . $365^j\ 5^h 48' 52''$.

Il ſeroit inutile d'examiner ce qui réſulte des obſervations des Solſtices, faites par les Aſtronomes qui ont ſuivi Tycho, parce qu'une erreur de 10 minutes dans la détermination de l'heure de l'un de ces Solſtices, en cauſe une de pluſieurs ſecondes dans la détermination de l'année Solaire moyenne.

Il suffira de remarquer, qu'en comparant le Solstice d'E'té de l'année 1672, observé à Paris le 20 Juin à $7^{h}\ 24'\ 0''$, avec celui de l'année 1732, qui a été déterminé dans la même ville le 20 Juin à $19^{h}\ 58'\ 0''$, il y a dans cet intervalle, 60 années, dont 14 bissextiles plus $12^{h}\ 4'$, qui, étant partagées par 60, donnent la grandeur de l'année apparente, de $365^{j}\ 5^{h}\ 48'\ 4''$, à laquelle adjoûtant 50 secondes, dont l'année moyenne excede l'apparente, on aura la grandeur de l'année Solaire moyenne, de . . . . $365^{j}\ 5^{h}\ 48'\ 54''$, peu différente de celle que nous avons déterminée par les observations de Tycho.



Simonneau Sculp.

Fig. 20

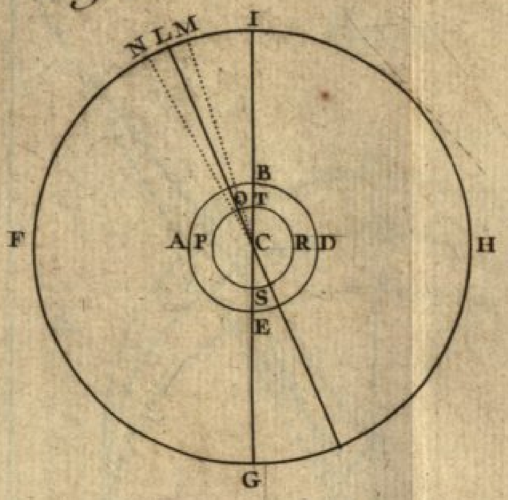


Fig. 21

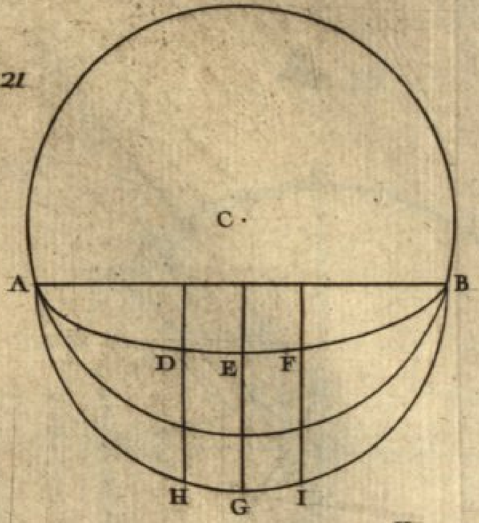


Fig. 22

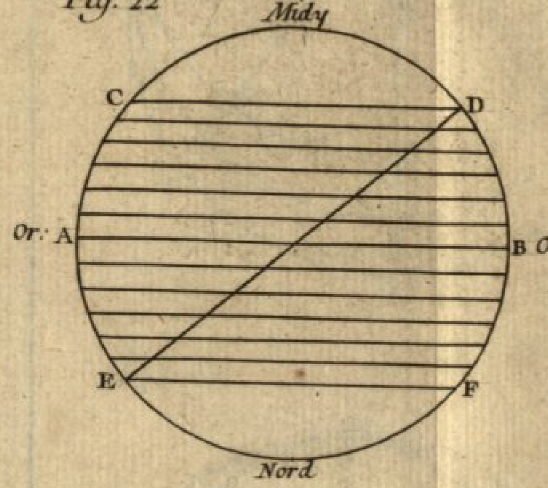


Fig. 23

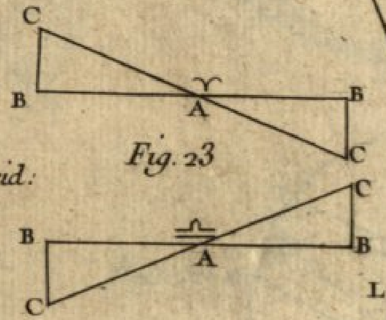


Fig. 25

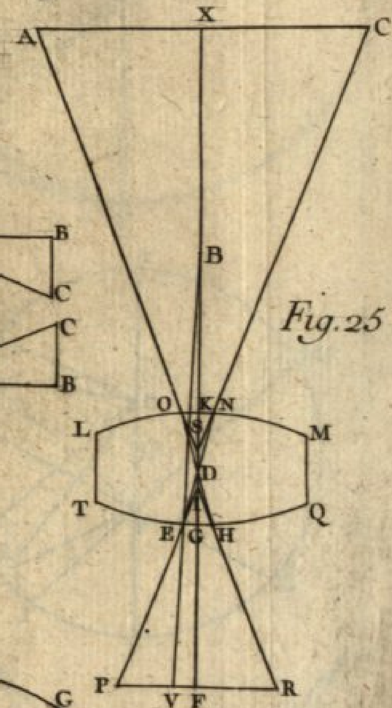


Fig. 24

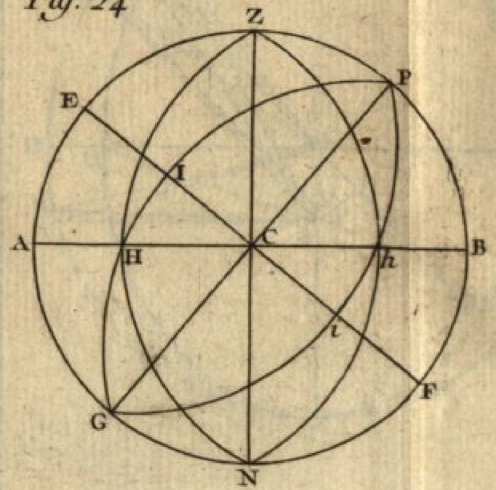
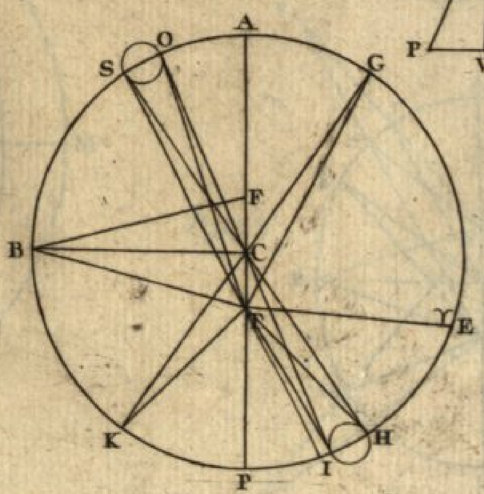


Fig. 26



Simonneau Sculp.

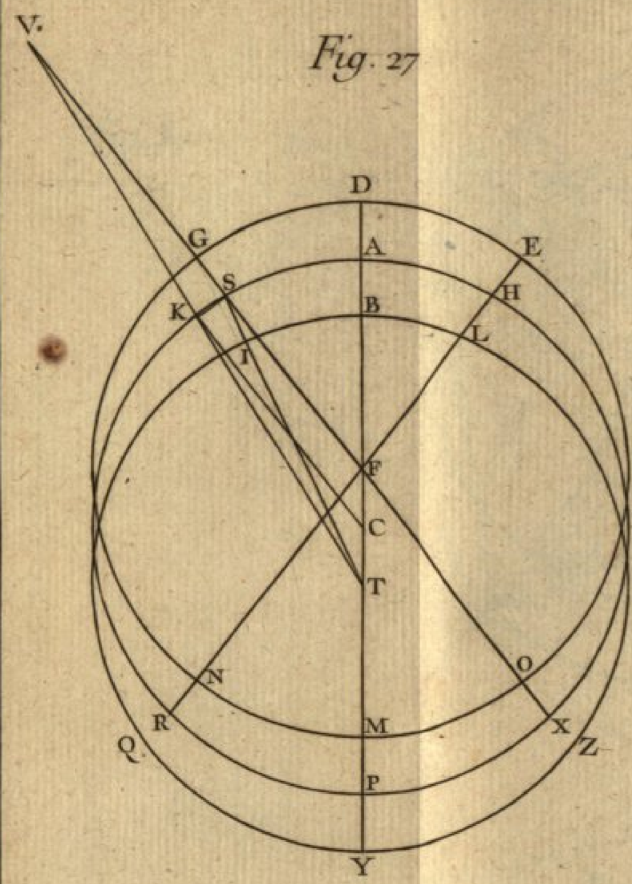


Fig. 27

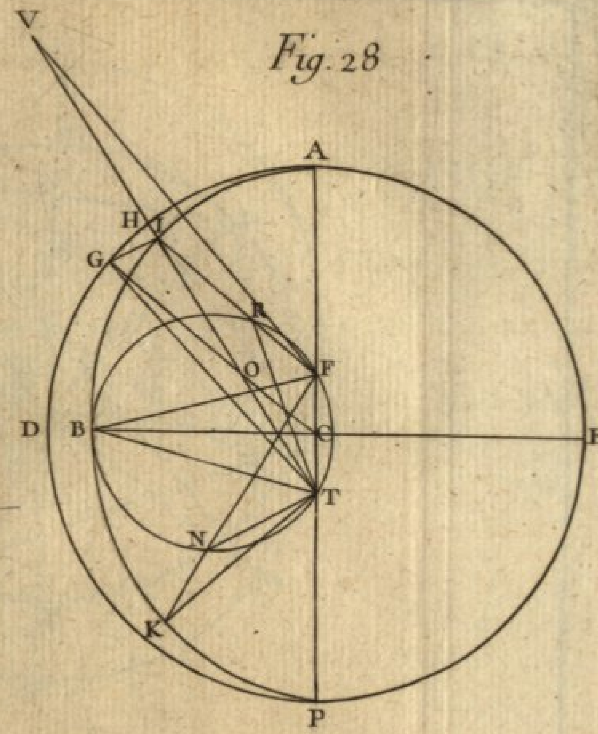


Fig. 28

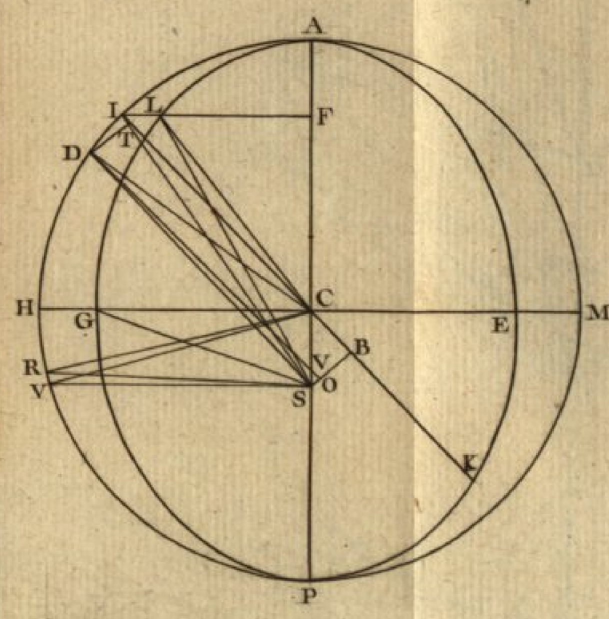


Fig. 29

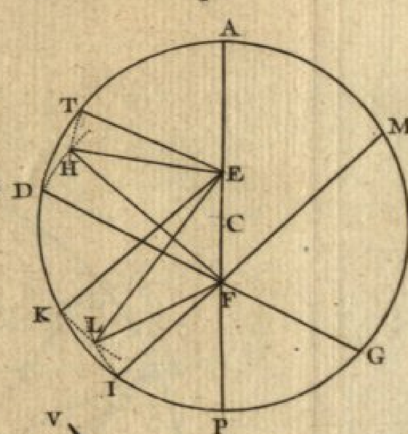


Fig. 30

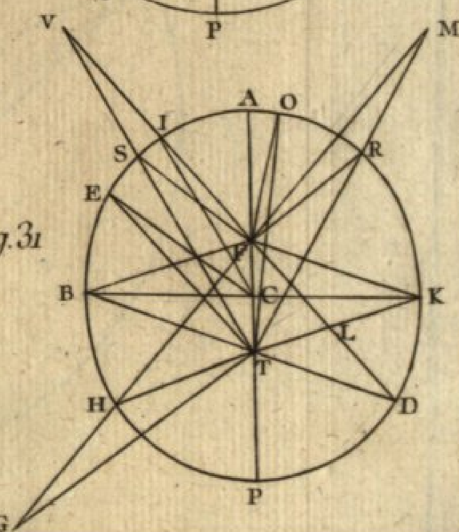


Fig. 31

Fig. 32

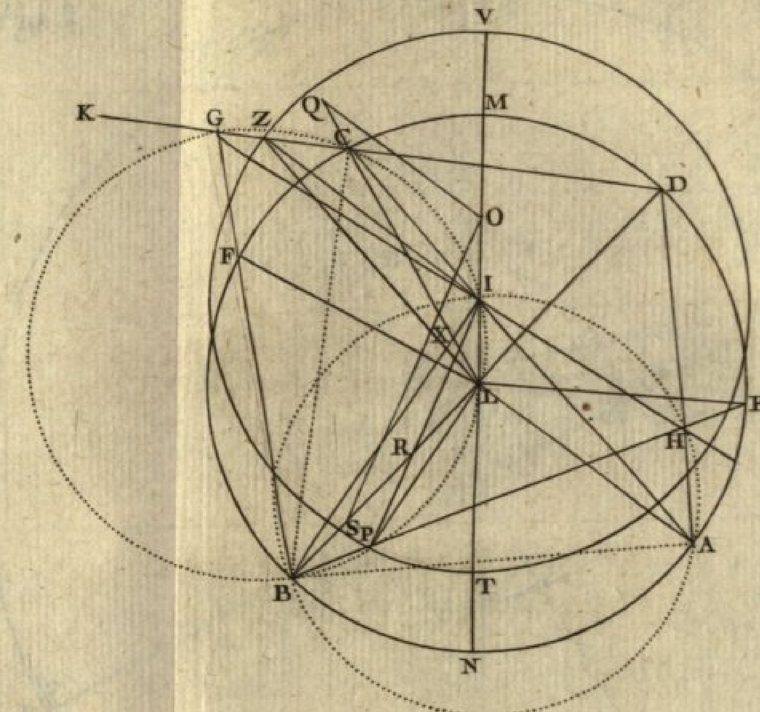
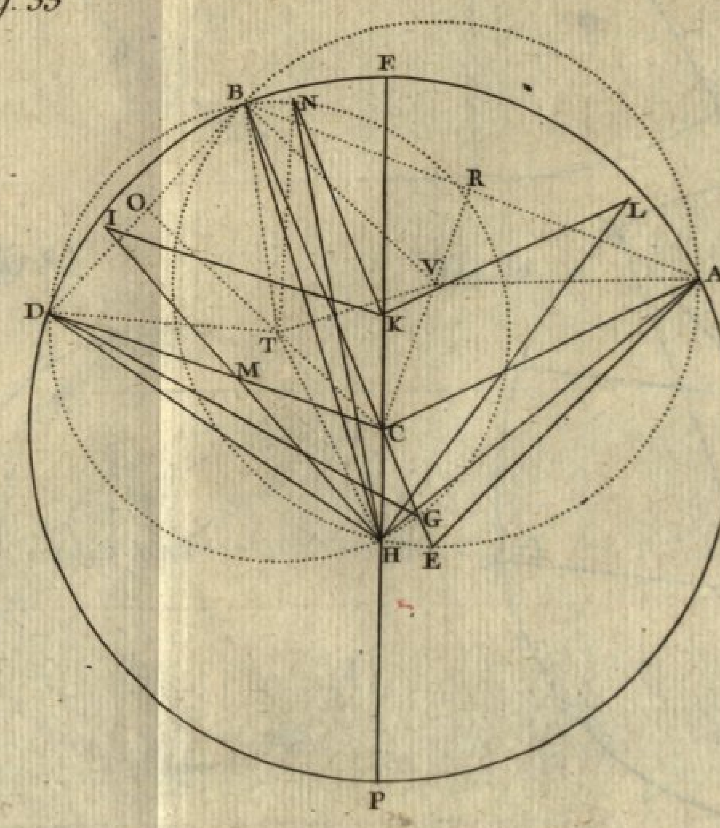


Fig. 33



Simonneau Sculp.

Fig. 34

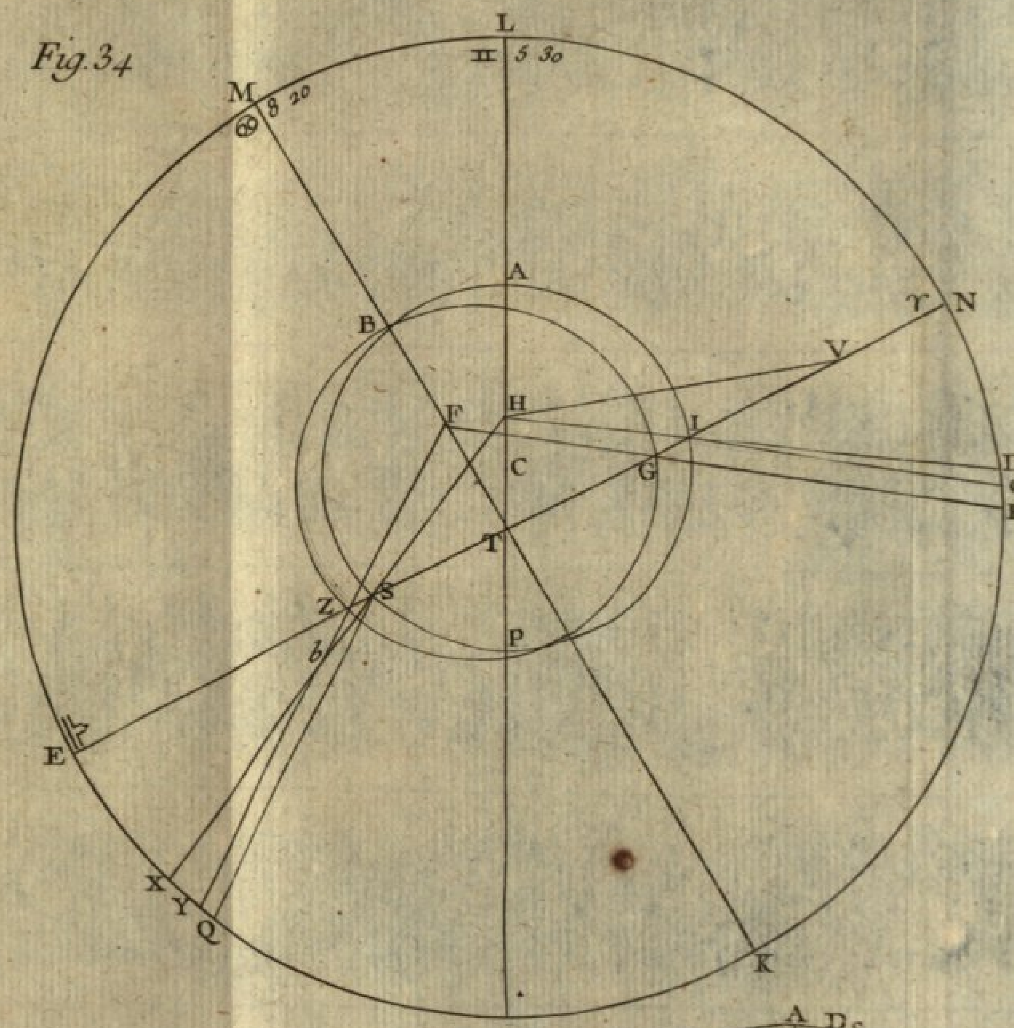


Fig. 35

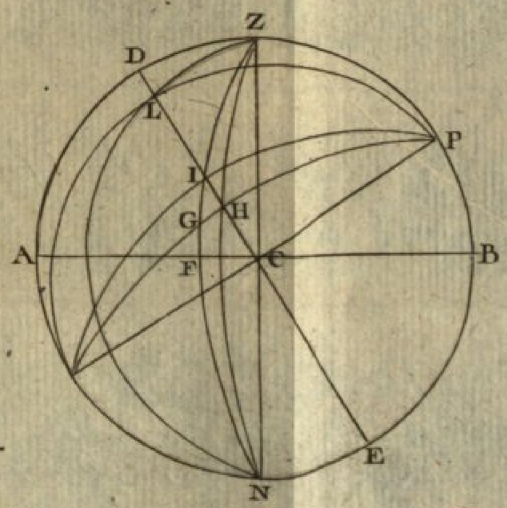
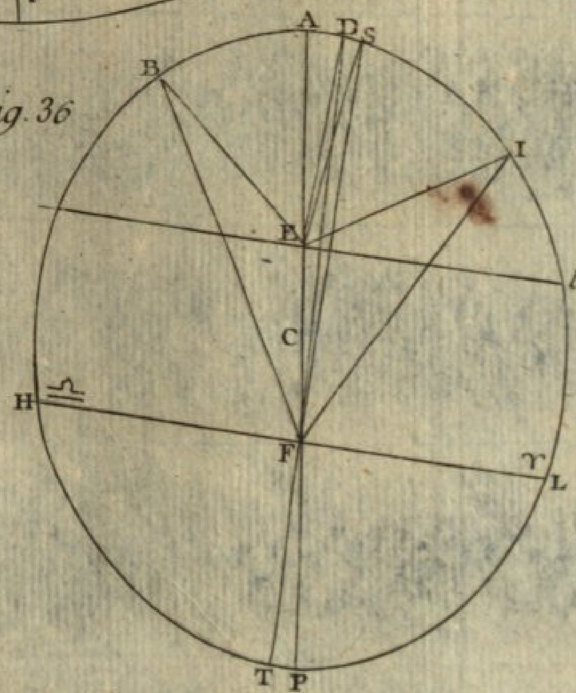


Fig. 36



Simonneau sculp.

LIVRE TROISIE'ME.

DE LA LUNE.

LA LUNE est de toutes les Planetes, celle qui est la plus près de la Terre, & dont le mouvement propre est le plus prompt, sa révolution autour de la Terre s'achevant dans l'espace d'environ un mois. Cette révolution se fait sur une Orbite, dont le plan est incliné à celui de l'Ecliptique, d'environ 5 degrés, & le coupe en deux points opposés, qu'on nomme *Nœuds*. Le Nœud ascendant est celui où la Lune se trouve lorsqu'elle passe de la partie méridionale de son Orbite à la partie septentrionale; & le Nœud descendant est celui où elle passe de la partie septentrionale à la partie méridionale.

CHAPITRE I.

Des Phases de la Lune.

ON appelle *Phases de la Lune*, ses différentes apparences à l'égard de la Terre, lesquelles sont produites par sa diverse situation à l'égard du Soleil.

La Pleine Lune ou Opposition est l'état où elle se trouve lorsque son disque nous paroît entiérement éclairé. La Nouvelle Lune ou Conjonction est celui où elle cesse entiérement de paroître; l'une & l'autre de ces Phases, s'appellent *Sizygie*.

Le premier Quartier de la Lune est l'état où elle paroît en forme d'un demi-cercle dont la circonférence regarde le Couchant, & le dernier Quartier est celui où on la voit de la même figure, ayant sa circonférence tournée vers le Levant. Ces deux Phases s'appellent *Quadratures*.

Le temps depuis la Nouvelle jusqu'à la Pleine Lune, s'appelle le *Croissant*, & on nomme *Décours*, celui qui est entre la Pleine & la Nouvelle Lune.

* Pour rendre raison de toutes les Phases de la Lune, soit *T* *(Fig. 38.)* la Terre, *S* le Soleil à une grande distance, *GLEI* l'Orbe que la Lune décrit par son mouvement propre.

Lorsque la Lune est en *L*, entre la Terre & le Soleil, son hémisphere *ABC* est éclairé du Soleil, pendant que l'autre hémisphere *ADC*, qui est exposé à la Terre, est dans l'obscurité, c'est pourquoi on cesse de l'appercevoir, & elle est Nouvelle. Tout au contraire, lorsque la Lune est en *I*, dans une situation opposée, sa partie *ABC* éclairée par le Soleil, est exposée vers la Terre, c'est pourquoi elle nous paroît Pleine.

Lorsque la Lune est dans son premier Quartier, comme en *G*, éloignée du Soleil de 90 degrés, il n'y a que la moitié *BC* de l'hémisphere *ABC* éclairé par le Soleil, qui soit exposée vers la Terre, c'est pourquoi nous n'appercevons que la moitié du disque de la Lune, dont la circonférence *BC* regarde l'Occident. Par la même raison, lorsque la Lune est dans son dernier Quartier, comme en *E*, éloignée du Soleil de 270 degrés suivant la suite des Signes, nous ne pouvons appercevoir que la moitié *AB* de son hémisphere *ABC* éclairé par le Soleil, c'est pourquoi elle paroît en forme de demi-cercle, dont la circonférence *AB* regarde l'Orient.

Dans les autres situations de la Lune dans son Orbe, quoique cette Planete soit toûjours éclairée par le Soleil d'une égale quantité, ses divers aspects à l'égard de la Terre, sont cause que nous n'appercevons qu'une partie de son disque, qui augmente à mesure qu'elle s'éloigne des nouvelles Lunes, comme en *F* & en *H*, & diminuë dans la même proportion, à mesure qu'elle s'en approche, comme en *N* & en *M*, ce qui cause ces vicissitudes des Phases de la Lune, qu'on apperçoit dans chacune de ses révolutions.

Ces apparences démontrent clairement que la Lune est un corps opaque qui réfléchit la lumiére, sans en avoir aucune qui lui soit particuliére.

Il est vrai que lorsque la Lune est dans son Croissant, ou dans son Décours, comme en *F* ou en *M*, on distingue assés clairement la partie *COF* ou *APM* de ſon diſque, qui n'eſt point éclairée du Soleil ; mais cette lumiére eſt cauſée par la réflexion de la partie de la Terre éclairée par le Soleil, ſur le diſque de la Lune, qui y produit un effet ſemblable à celui que nous appercevons ſur la Terre dans les clairs de Lune.

CHAPITRE II.

Des Taches de la Lune.

OUTRE les Taches que l'on apperçoit dans la Lune, à la vûe ſimple, on en découvre pluſieurs par la Lunette, dont les unes reſſemblent à des rochers, d'autres à des cercles ou ovales qui ont ſouvent une petite montagne ou éminence vers le milieu.

La diverſe expoſition de la Lune à l'égard du Soleil & de la Terre, produit une diverſité d'apparence dans chacune de ces Taches, qui ſert beaucoup à connoître leur conformation particuliére.

Il eſt aiſé de reconnoître qu'il y a dans la Lune, des parties éminentes, ſemblables aux Montagnes de la Terre : car lorſque le Soleil eſt perpendiculaire ſur l'endroit où elles ſont placées, elles ne font point d'ombre, mais lorſqu'il les regarde obliquement, elles font une ombre vers la partie oppoſée au Soleil, qui a une forme triangulaire, & ſe termine pour l'ordinaire en pointe.

On apperçoit auſſi en diverſes Taches circulaires ou approchantes de cette figure, que leur partie expoſée au Soleil eſt éclairée pendant que la partie oppoſée eſt obſcure, faiſant à peu-près l'effet d'un hémiſphere concave expoſé obliquement à la lumiére, ce qui montre évidemment qu'il y a de grandes cavités ou enfoncements.

La ſection de la Lune, qui diſtingue ſa partie éclairée d'avec celle qui eſt obſcure, eſt l'endroit qui eſt expoſé au Soleil le plus obliquement ; c'eſt-là par conſéquent où les ombres des éminences lunaires ſont les plus grandes, & nous les appercevons mieux dans les quadratures de la Lune que dans ſes autres Phaſes, parce que les ombres qui tombent alors vers le milieu de ſon diſque, qui eſt la partie la plus expoſée à notre vûe, ſont plus ſenſibles, par la même raiſon que les Taches du Soleil paroiſſent plus grandes

& ſe diſtinguent mieux lorſqu'elles ſont vers le milieu de ſon diſque.

Ces ombres de la Lune augmentent, diminuënt & tournent à meſure que la Lune s'approche ou s'éloigne du Soleil.

Dans le Croiſſant, la Lune étant à l'Orient à l'égard du Soleil, les ombres tournent à l'Orient; & dans le Décours, la Lune étant occidentale à l'égard du Soleil, les ombres ſe dirigent vers l'Occident, ſuivant les regles de la perſpective. Nous voyons auſſi par les Lunettes, au de-là du terme de la lumiére, des parties lumineuſes qui paroiſſent détachées de la Lune, ſemblables à des E'toiles qui en ſeroient proches : ce ſont des Montagnes qui ſont dans la partie obſcure de ſon diſque, mais ſi élevées ſur ſa ſurface, que leurs ſommets ſont éclairés du Soleil, pendant que leur pied eſt privé de la lumiére de cet Aſtre.

Dans la Pleine Lune, nous ne diſtinguons point d'ombres, parce qu'il n'y en a point dans le milieu de ſon diſque qui eſt expoſé à la Terre, à peu-près de même qu'au Soleil; & qu'à l'égard de celles qui ſe forment vers les bords de la Lune, elles ne peuvent pas être apperçûes, parce que nous voyons les parties éminentes du même côté qu'elles ſont vûes du Soleil, c'eſt pourquoi les endroits où s'étendent ces ombres, nous ſont auſſi cachés; les mêmes parties de la Lune lorſqu'elle eſt Pleine, nous forment donc une apparence bien différente de celle qu'on y découvre dans le Croiſſant & dans le Décours.

Quoique dans le temps de la Pleine Lune, l'apparence des élevations & des profondeurs y ſoit entiérement effacée, on ne laiſſe pas d'y appercevoir dans ſes différentes parties, une grande différence de clarté & d'obſcurité, ce qui vient de ce que les unes ſont plus diſpoſées à réfléchir la lumiére que les autres. On y voit même des Taches qui ſemblent répandre des rayons ſur la ſurface de la Lune, telles que Tycho, Copernic & Képler; quoique ces rayons qui, ſelon les apparences, ſont des parties plus élevées de la Lune que celles qui les environnent, ne ſe diſtinguent pas la plûpart dans le Croiſſant & le Décours, parce que la ſuite de ces éminences qui ſont inégales, peut être interrompuë par des ombres que les parties élevées font ſur celles qui ſont plus baſſes.

Cette différence de clarté & d'obſcurité, qui ſe remarque dans le temps de la Pleine Lune, a fait donner à ces différentes parties, le nom de *Continents*, de *Mers*, de *Lacs*, de *Golfes*, d'*Isles*, de *Promontoires*, par analogie à ce que nous voyons sur la Terre. On auroit pû aussi avec quelque fondement, donner à ce que nous appellons *Mers*, le nom de *Forêts* qui absorbent la lumiére, & sont moins propres à la réfléchir que les eaux qui en réfléchissent une certaine quantité.

Quoi qu'il en soit, il y a grande raison de présumer que les éléments dont la Lune est composée, sont fort différents de ceux qui forment la Terre, car on n'y découvre aucune apparence semblable à celle qui seroit produite par les nuages qui, suivant qu'ils seroient rares ou épais, & qu'ils varieroient de situation, altéreroient continuellement la configuration apparente de ses parties, les rayons qui entrent dans les nuages, y étant absorbés en partie, & ne se réfléchissant pas de la même maniére que ceux qui se répandent sur la surface de la Terre lorsque l'air est serein. On n'a pas pû même encore s'assûrer qu'il y ait un athmosphere semblable au nôtre, les Etoiles fixes ou Planetes qui sont éclipsées par la Lune, ne souffrant aucune altération sensible dans leur figure & dans leur couleur, lorsqu'elles entrent dans la Lune, ou qu'elles en sortent; ce que l'on devroit appercevoir si cette Planete avoit autour d'elle un athmosphere d'une consistance différente de la matiére céleste qui l'environne. Il y a donc lieu de juger que la matiére dont la Lune est composée, n'est pas disposée à fournir des vapeurs, envoyer des exhalaisons, & former des météores semblables à ceux que l'on apperçoit sur la Terre que nous habitons.

CHAPITRE III.

De la Libration apparente de la Lune, ou de la Révolution de la Lune autour de son Axe.

PAR l'observation assiduë des Taches de la Lune, on a reconnu que cette Planete nous présentoit toûjours la même face, avec la seule différence que ses Taches qui conservent entr'elles la même situation, paroissent tantôt s'approcher un peu du bord de son disque apparent, & tantôt s'en éloigner à peu-près de la même quantité.

Cette apparence a fait d'abord juger que le globe de la Lune ne faisoit point de révolution autour de son axe, mais qu'il étoit seulement sujet à quelques balancements semblables à ceux que l'on apperçoit dans une boule dont on change le centre de pesanteur, ce qui lui a fait donner le nom de *Librations*.

Ces mouvements irréguliers en apparence, & différents de ceux qu'on a découverts dans la plûpart des autres Planetes qui font leurs révolutions autour de leur axe, ont donné lieu à mon Pere de juger que cette libration de la Lune étoit produite par la combinaison de deux mouvements, dont l'un est celui de la Lune autour de la Terre, & l'autre est sa révolution autour de son axe.

Pour discerner l'effet de ces deux mouvements, il faut considérer qu'il y a dans le globe de la Lune, de même que dans celui du Soleil, un axe qui passe toûjours par les mêmes Taches fixes sur la surface de la Lune, à l'extrémité duquel sont placés deux Poles élevés sur le plan de l'Ecliptique, de 87 degrés $\frac{1}{2}$, & sur le plan de l'Orbite de la Lune, de 82 degrés $\frac{1}{2}$; d'où il suit que l'Equateur de la Lune, qui est éloigné de chacun de ces Poles, de 90 degrés, & qui passe aussi toûjours par les mêmes Taches, est incliné à l'Ecliptique, de 2 degrés $\frac{1}{2}$, & à l'Orbite de la Lune, de 7 degrés $\frac{1}{2}$.

On considérera en second lieu, que les Poles de la Lune sont toûjours dans un grand cercle du globe de cette Planete, parallele au grand cercle qui passe par les Poles de l'Orbite, & par ceux de l'Ecliptique, qu'on peut nommer *Colûre de la Lune*, par la même raison qu'on appelle *Colûre des Solstices*, le grand cercle qui passe par les Poles de l'Equinoctial & de l'Ecliptique, à la distance de 90 degrés de l'intersection de ces deux cercles.

On supposera en dernier lieu, que le globe de la Lune tourne autour de son axe d'Occident en Orient dans l'espace de 27 jours & 5 heures, par une période égale à celle du retour de la Lune au Nœud de son Orbite avec l'Ecliptique. Ce mouvement est analogue à la révolution de la Terre autour de son axe qui se fait d'Occident en Orient, & retourne au même Colûre dans l'espace de 23 heur. 56 minutes.

Ces

Ces hypotheſes ſuffiſent pour expliquer toutes les variétés de la libration apparente de la Lune.

On remarquera d'abord que dans le globe de la Lune, ſes Poles qui ſont éloignés de ceux de l'Ecliptique, de 2 degrés $\frac{1}{2}$, & qui, ſuivant l'hypotheſe, ſont toûjours placés ſur un grand cercle parallele à celui qui paſſe par les Poles de l'Orbite & de l'Ecliptique; ſes Poles, dis-je, doivent paroître ſe mouvoir autour des Poles de l'Ecliptique, en décrivant deux cercles Polaires qui en ſont éloignés de 2 degrés $\frac{1}{2}$, & achever leurs révolutions en 18 ans & 7 mois, de l'Orient vers l'Occident, en même temps & du même ſens que les Nœuds de la Lune; de la même maniére que dans l'hypotheſe de Copernic, les Poles de la Terre font leurs révolutions autour des Poles de l'Ecliptique, de l'Orient vers l'Occident, ſuivant deux cercles qui en ſont éloignés de 23 degrés $\frac{1}{2}$, dans une période de 25000 années, ce qui cauſe l'apparence du mouvement propre des Etoiles fixes autour des Poles de l'Ecliptique dans le même intervalle de temps.

On remarquera en ſecond lieu, que les Poles de l'Orbite repréſentés ſur le globe de la Lune, doivent toûjours paroître ſur la circonférence de ſon diſque, car le centre de la Lune étant ſur ſon Orbite, ſon globe eſt ſéparé en deux parties égales par le plan de cette Orbite qui y forme une ſection circulaire, laquelle vûe de la Terre placée dans ce même plan, doit paroître en forme d'un diametre ou d'une ligne droite *AB (Fig. 39.)* qui paſſe par le centre *C* de la Lune. Les Poles de la Lune qui ſont à la diſtance de 90 degrés de tous les points de cette ſection circulaire qui repréſente l'Orbite, doivent donc ſe rencontrer ſur la circonférence de ſon diſque, comme en *P* & en *D*.

Lorſque la Lune eſt dans ſes Nœuds, le grand cercle qui paſſe par les Poles *P* & *D* de l'Orbite & par ſes Nœuds, paſſe auſſi par le centre de la Lune, & y forme une ſection circulaire, qui, vûe de la Terre placée dans le plan & au centre de ce grand cercle, eſt repréſentée par le diametre *PD*.

Les Poles de la révolution de la Lune, qui, ſuivant nos hypotheſes, ſont dans un grand cercle parallele à celui qui paſſe par les Poles de l'Orbite & de l'Ecliptique, & coupe ces cercles à la diſtance de 90 degrés de ſes Nœuds, ſont donc ſur la circonférence

APBD du disque de la Lune, qui coupe à angles droits la section circulaire qui passe par ses Nœuds.

Prenant les arcs *PE, PH, DF, DI*, chacun de 7 degrés $\frac{1}{2}$, le Pole boréal de la Lune sera en *E* ou en *H*, & le Pole austral en *F* ou en *I*. Menant à la distance de 90 degrés des points *H* & *F*, le diametre *GK*, & à la distance de 90 degrés des points *E* & *I*, le diametre *MN*; ces deux diametres représenteront dans cet état, l'Equateur de la Lune qui passe toûjours par les mêmes Taches fixes, lesquelles paroîtront alors disposées en ligne droite.

Lorsque la Lune est à la distance de 90 degrés de ses Nœuds, le grand cercle qui passe par le Pole de son Orbite & celui de l'Ecliptique, passe aussi par le centre de la Lune, & y forme une section circulaire, qui, vûe de la Terre, y est représentée par le diametre *PCD*, & concourt avec le Colûre de la Lune, que l'on a supposé parallele au grand cercle qui passe par les Poles de l'Orbite & de l'Ecliptique. Les Poles du globe Lunaire doivent donc être représentés sur le diametre *PD*, & on déterminera leur situation en tirant des points *E* & *H*, *F* & *I*, éloignés des points *P* & *D*, de 7 degrés $\frac{1}{2}$, les lignes *EH, FI*, paralleles à *AB*, qui couperont le diametre *PD* aux points *O* & *R*, cherchés.

Lorsque la Lune est dans sa plus grande latitude septentrionale, le plan de l'Ecliptique est vers le Midi à l'égard du plan de l'Orbite. Le Pole boréal de l'Ecliptique sera donc représenté sur l'hémisphere apparent du globe Lunaire, comme en *S*, éloigné de 5 degrés ou environ, du Pole *P* de l'Orbite vers le Midi, & le Pole austral, qui lui est opposé, sera en *L* dans l'hémisphere qui nous est caché, éloigné de 5 degrés ou environ, du Pole austral *D* de l'Orbite vers le Septentrion.

Le Pole boréal de l'Equateur de la Lune, qui est éloigné de 7 degrés $\frac{1}{2}$ du Pole de l'Orbite, & de 2 degrés $\frac{1}{2}$ de celui de l'Ecliptique, sera donc en *O* dans l'hémisphere apparent de la Lune, & le Pole austral, qui lui est opposé, au point *R* dans son hémisphere qui nous est caché. Le plan de l'Equateur de la Lune, qui est à distance égale de ces deux Poles, sera donc alors représenté par une Ellipse *AVB*, dont la concavité regardera le point *P*.

Tout au contraire, lorsque la Lune est dans sa plus grande latitude méridionale, le plan de l'Ecliptique est vers le Septentrion à l'égard du plan de l'Orbite. Le Pole boréal de l'Ecliptique ſera donc repréſenté au point *S* ſur l'hémiſphere qui nous eſt caché, pendant que le Pole auſtral ſera au point *L* ſur l'hémiſphere apparent. Le Pole boréal du globe Lunaire ſera auſſi en *O* ſur l'hémiſphere qui nous eſt caché, & le Pole auſtral en *R* ſur l'hémiſphere apparent ; d'où il ſuit que l'Equateur de la Lune paroîtra en forme d'une Ellipſe *ATB*, dont la convexité regarde le point *P*. Dans l'une & l'autre de ces ſituations, les Taches qui, lorſque la Lune étoit dans ſes Nœuds, paroiſſoient diſpoſées en ligne droite, paroîtront ſuivant une ligne elliptique ou ovale.

Dans les autres ſituations de la Lune hors de ſes Nœuds & de ſa plus grande digreſſion de l'Ecliptique, les Poles du globe de la Lune ſeront placés ſur les lignes *EH*, *FI*, paralleles à *AB*, & les cercles qui repréſentent l'Ecliptique & l'Equateur, ſe transformeront en des Ellipſes plus ou moins ouvertes, ſuivant que la Lune eſt plus ou moins éloignée de ſes Nœuds.

Pendant que les Poles du globe de la Lune ſont leurs révolutions de l'Occident vers l'Orient, le Colûre de la Lune ſur lequel ces Poles ſont placés, & qui eſt repréſenté en ligne droite lorſque cette Planete eſt à la diſtance de 90 degrés de ſes Nœuds, tourne du même ſens, & ſe transforme en une Ellipſe dont la largeur augmente juſqu'à ce que la Lune étant arrivée à ſon Nœud, il ſe conforme au bord oriental de cette Planete ; & comme ce Colûre qui eſt fixe ſur la ſurface de la Lune, paſſe toûjours par les mêmes Taches, il ſuit que ſi la Lune n'avoit aucun mouvement autour de ſon axe, on verroit ces Taches paſſer ſucceſſivement du bord occidental de la Lune à ſon bord oriental, & revenir au même endroit après le retour de la Lune à ſes Nœuds, ce qui eſt contraire à ce que nous obſervons de la Lune, dont on découvre toûjours à peu-près la même face & les mêmes Taches.

Il eſt donc néceſſaire pour expliquer cette apparence, de ſuppoſer que le globe de la Lune tourne autour de ſes Poles, d'un mouvement égal & uniforme de l'Occident vers l'Orient, qui, étant vû de la Terre, paroît être de l'Orient vers l'Occident, au contraire du mouvement apparent du Colûre.

Ce mouvement contraire ne peut pas empêcher que les Taches qui ſont près du Pole de la Lune, où les paralleles qu'elles décrivent, ſont très-petits, ne ſoient toûjours emportées par le Colûre vers l'Orient, en ſorte que les mouvements de ces Taches autour de l'axe, qui ſe font en apparence vers l'Occident, ne peuvent nullement récompenſer les mouvements contraires, mais ils ſervent à modifier leur vîteſſe, tantôt l'augmentant, tantôt la diminuant, comme font les Epicycles aux mouvements des Planetes.

Cette compenſation ne peut pas non plus être juſte, ſi ce n'eſt lorſqu'il ſe rencontre que le même arc d'un parallele, faſſe des angles égaux au Pole de la Lune, & au Pole de l'Orbite, qui eſt un cas fort rare, & qui varie en un inſtant; c'eſt pourquoi cette ſeule cauſe produit divers balancements, tant en longitude, qu'en latitude.

Mais il y a une autre cauſe qui augmente beaucoup ces balancements, & principalement celui de longitude, c'eſt que les mouvements qui ſe font autour des Poles de la Lune, ſont à peu-près égaux en temps égaux, au lieu que les angles que le mouvement du Colûre fait au Pole de l'Orbite, ont les mêmes inégalités que le mouvement apparent de la Lune autour du Zodiaque, qui peuvent monter à 7 degrés $\frac{1}{2}$.

Lors donc que le mouvement de la Lune eſt vîte, le mouvement du Colûre dans le diſque apparent de la Lune, qui ſe fait vers l'Orient, l'emporte ſur le mouvement du globe autour de ſon axe, qui ſe fait en apparence vers l'Occident; & lorſque le mouvement de la Lune eſt lent, le mouvement du globe vers l'Occident, l'emporte ſur le mouvement du Colûre qui ſe fait vers l'Orient.

I.

De l'apparence du Mouvement propre des Etoiles fixes à l'égard de la Lune.

Les Poles de l'Ecliptique, ſuivant les hypotheſes les plus ſimples, répondent toûjours à une même Etoile fixe, & les mêmes Etoiles fixes ſont toûjours ſur l'Ecliptique ou ſur ſes paralleles; c'eſt pourquoi dans l'hypotheſe de Copernic, les Poles de la Terre fixes ſur ſa ſurface, ſe meuvent autour des Poles de l'Ecliptique en 25000 années ou environ, ſur un cercle éloigné de ſes Poles, de $46^d\,58'$, ce qui forme l'apparence du mouvement des Etoiles fixes autour des

Poles de l'Ecliptique en 25000 années, & fait varier leur déclinaiſon ou diſtance aux Poles, de $46^d\ 58'$ dans l'eſpace de 12500 années, ou une demie de ſes révolutions.

Par la même raiſon, les Poles de la Lune fixes ſur ſa ſurface, faiſant leurs révolutions autour des Poles de l'Ecliptique en 18 ans & demi, ſur un cercle qui en eſt éloigné de 2 degrés $\frac{1}{2}$, repréſentent à la Lune, un mouvement des Etoiles fixes autour des Poles de l'Ecliptique en 18 ans & demi, qui fait varier leur déclinaiſon ou diſtance au Pole de la Lune, de 5 degrés dans l'eſpace de 9 ans & quelques mois, ce qui eſt manifeſte par la comparaiſon de ces deux hypotheſes.

I I.

De l'apparence de la Libration de la Lune à l'égard des Etoiles fixes.

Une Etoile fixe placée au Pole boréal de l'Ecliptique, voit le Pole boréal de l'Ecliptique lunaire au centre apparent de la Lune, & le Pole boréal de la Lune à la diſtance de 2 degrés $\frac{1}{2}$ du centre de cette Planete.

Le Colûre de la Lune, de même que tous les grands cercles qui paſſent par ce Pole & par le centre de la Lune, y ſont repréſentés en forme d'une ligne droite; & comme ce Colûre tourne autour de l'Ecliptique, de l'Orient vers l'Occident, dans l'eſpace de 18 années & demie, il ſuit que cette Etoile voit décrire au Pole boréal de la Lune, dans ce même eſpace de temps, un cercle autour de ſon centre apparent, qui en eſt éloigné de 2 degrés $\frac{1}{2}$.

Les Taches de la Lune, qui paſſent par le Colûre, de l'Occident vers l'Orient, & achevent leurs révolutions dans l'intervalle de 27 jours & 5 heures, temps du retour de la Lune à ſon Nœud, paroiſſent donc, de cette Etoile fixe, faire leurs mouvements ſuivant des cercles paralleles entr'eux, qui ont toûjours pour centre, le lieu apparent du Pole, & qui, étant inclinés au diſque apparent de la Lune, de 2 degrés $\frac{1}{2}$, y ſont repréſentés en forme d'Ellipſes qui lui ſont excentriques ; c'eſt pourquoi la diſtance des Taches à la circonférence du diſque de la Lune, varie de la quantité de 5 degrés par un mouvement composé de celui des Poles en

18 ans & demi, & de celui des Taches autour des Poles en 27 jours & 5 heur. d'où il résulte que chacune de ces Taches forme sur le disque apparent de la Lune, une espece de spirale, semblable à celles qu'on observe de la Terre dans le mouvement apparent des Planetes, & qui est plus ou moins large, suivant que ces Taches sont plus près ou plus éloignées de la circonférence du disque de la Lune.

Toutes les Taches qui ne sont éloignées des Poles que de 87 degrés $\frac{1}{2}$, demeurent toûjours dans le disque apparent de la Lune; les autres qui sont plus près du bord, sont tantôt dans l'hémisphere apparent, & tantôt dans l'hémisphere occulte.

L'apparence des Taches de la Lune, vûes d'une Etoile fixe placée sur l'Ecliptique, est bien différente. On verroit de cette Etoile, le plan de l'Ecliptique dans le disque de la Lune, en forme d'un diametre. Les Poles de l'Ecliptique lunaire seroient par conséquent sur le bord de son disque à la distance de 90 degrés des extrémités de ce diametre, & les Poles de la Lune qui sont éloignés de ceux de l'Ecliptique, de 2 degrés $\frac{1}{2}$, seroient tous les 9 ans sur le bord de la Lune.

Pendant l'un de ces intervalles, le Pole boréal seroit dans le disque apparent, & parcourroit un demi-cercle qui se répréfenteroit en ligne droite, & pendant les neuf autres années, le Pole austral paroîtroit sur le disque apparent, & le Pole boréal seroit caché. On verroit aussi les Taches décrire une révolution entiére autour des Poles, suivant des paralleles qui seroient représentés tantôt par des lignes droites, tantôt par des Ellipses.

Dans les autres situations des Etoiles hors du Pole & du plan de l'Ecliptique, le Pole de l'Ecliptique sera placé en quelqu'endroit du disque de la Lune entre son centre & sa circonférence. Le cercle que le Pole lunaire décrit autour du Pole de l'Ecliptique dans l'espace de 18 années $\frac{1}{2}$, paroîtra en forme d'une Ellipse plus ou moins ouverte, suivant que ce Pole sera plus ou moins près du centre, & on verra par la révolution du globe de la Lune autour de son axe, qui se fait en 27 jours & 5 heures, une partie des Taches de la Lune paroître sur son disque, & disparoître successivement par un mouvement de l'Orient vers l'Occident, pendant que l'autre partie restera continuellement sur le disque. Cette apparence eſt ſemblable à celle que ceux qui ſont comme nous, dans la Sphere oblique, apperçoivent dans les Etoiles fixes, dont une partie paroît ſe coucher tous les jours, pendant qu'un certain nombre reſte continuellement ſur notre horiſon.

III.

De l'apparence de la Libration de la Lune à l'égard du Soleil.

Nous voyons quelquefois la Lune s'éloigner de part & d'autre de l'Ecliptique, de 5 degrés $\frac{1}{3}$, mais le Soleil qui eſt éloigné de la Lune au moins 300 fois plus que la Lune ne l'eſt de la Terre, ne la voit jamais éloignée de l'Ecliptique, de plus d'une minute; c'eſt pourquoi le plan de l'Ecliptique qui paſſe par le centre du Soleil, ne peut jamais être incliné au plan de l'Orbite de la Lune, de plus d'une minute, & le Soleil voit toûjours les Poles de l'Ecliptique ſur le bord apparent de la Lune, à la diſtance ſeulement d'une minute.

Mais les Poles de la Lune, autour deſquels ſe fait le mouvement des Taches, ſont éloignés de l'Ecliptique, de 2 degrés $\frac{1}{2}$; on les verroit donc du Soleil, parcourir ſur le diſque apparent de la Lune, deux demi-cercles en forme de ligne droite, de même qu'on les voit des Etoiles fixes placées ſur le plan de l'Ecliptique, mais avec une période bien différente. Car le mouvement annuel, ſoit du Soleil autour de la Lune, ſoit de la Lune autour du Soleil, fait varier ſur le diſque de la Lune, le Colûre qui porte les Poles de cette Planete, lequel retourne au même état en 11 mois $\frac{1}{3}$, ſelon le retour du Soleil au Nœud, ce qui détermine l'année Solaire dans la Lune, un peu moindre que l'année Solaire dans la Terre.

Cette année Solaire dans la Lune, a ſes Equinoxes & ſes Solſtices. Les Equinoxes arrivent lorſque les Poles de la Terre ſont ſur ſon bord à l'égard du Soleil qui eſt alors dans les Nœuds de la Lune, car les paralleles à l'Equinoctial ſont alors coupés en deux parties égales par ſon bord qui ſert d'horiſon. Les Solſtices arrivent lorſqu'un des Poles de la Lune eſt le plus élevé qu'il eſt poſſible ſur l'horiſon apparent au Soleil, lequel eſt alors à 90 degrés des Nœuds de la Lune dans le lieu de ſa plus grande latitude.

Le peu de distance du Pole de l'Equateur de la Lune à celui de l'Ecliptique, est cause que les différentes saisons ne peuvent pas produire sur la surface de la Lune, des changements semblables à ceux que l'on apperçoit de l'Eté à l'Hyver sur la Terre, où le Pole de l'Equateur est éloigné de celui de l'Ecliptique, de $23^d \frac{1}{2}$.

Il doit y avoir en récompense sur la Lune, des variétés causées par les différentes températures de l'air du jour à la nuit; car au lieu que la révolution de la Terre autour de son axe, qui compose le jour & la nuit, s'acheve en 24 heures, celle de la Lune autour de son axe à l'égard du Soleil, qui compose le jour & la nuit lunaire, ne s'accomplit qu'en 29 jours $\frac{1}{2}$. Ainsi depuis la fin du jour lunaire, où l'on cesse de voir le Soleil, jusqu'au commencement du jour suivant où on commence à l'appercevoir, il y a près de 15 jours, chacun de 24 heures, pendant lesquels chaque endroit de la surface de la Lune est privé de la lumiére & de la chaleur du Soleil, ce qui doit y causer un très-grand froid, qui est suivi d'un très-grand chaud causé par la lumiére du Soleil, qui reste sur le même horison pendant l'espace d'environ 15 jours.

Mais ce qu'il y a de plus singulier dans cette Planete, est que pendant que tous les endroits de sa surface jouissent successivement, & presque également de la présence du Soleil, près de la moitié de son hémisphere est privée de la lumiére que le Soleil répand sur la Terre, qui, surpassant beaucoup la Lune en grandeur, doit réfléchir sur cette Planete lorsqu'elle est en Conjonction avec le Soleil, une lumiére beaucoup plus éclatante que celle que nous recevons d'elle dans le temps de son Opposition.

On peut déduire de ces apparences, une preuve très-forte du mouvement de la Lune autour de son axe, car le Soleil paroissant répondre successivement à tous les lieux de la Lune dans l'espace de 29 jours $\frac{1}{2}$, il faut de deux choses l'une, ou que le Soleil ait un mouvement réel autour de la Lune dans cet espace de temps, ou que la Lune tourne en sens contraire autour de son axe dans le même intervalle: or il n'y auroit tout au plus qu'un habitant de la Lune qui pût s'imaginer que le Soleil tournât autour d'elle dans l'espace d'un mois, & il seroit absurde à tout autre de le penser; il est donc nécessaire de se persuader que c'est la Lune qui tourne réellement autour de son axe.

Méthode