

# O INSTITUTO

REVISTA CIENTÍFICA E LITERÁRIA

---

VOLUME 126.º



COIMBRA

1965

# INSTITUTO DE COIMBRA

## DIRECÇÃO

DIOGO PACHECO DE AMORIM . . . . .	<i>Presidente</i>
GUILHERME BRAGA DA CRUZ . . . . .	<i>Vice-Presidente</i>
FRANCISCO TEIXEIRA DE QUEIROZ . . . . .	<i>Secretário</i>
ARNALDO MIRANDA CASIMIRO BARBOSA . . . . .	»
JOÃO JOSÉ LOBATO GUIMARÃES . . . . .	»
JOÃO MANUEL BAIRRÃO OLEIRO . . . . .	»
JOSÉ BAYOLO PACHECO DE AMORIM . . . . .	»
LUÍS REIS SANTOS . . . . .	»
TORQUATO BROCHADO DE SOUSA SOARES . . . . .	»
JOSÉ CAMPOS DE FIGUEIREDO . . . . .	<i>Tesoureiro</i>
CORONEL BELISÁRIO PIMENTA . . . . .	<i>Director da Bi- blioteca</i>
FERNANDO BAYOLO PACHECO DE AMORIM . . . . .	<i>Secretário da Re- dacção da Revista</i>

**O INSTITUTO**

---

VOLUME 126.<sup>o</sup>

---

Composto e impresso nas oficinas da «Coimbra Editora, L.<sup>da</sup>»

# O INSTITUTO

REVISTA CIENTÍFICA E LITERÁRIA

---

VOLUME 126.º



COIMBRA

1965

COMISSÃO DE REDACÇÃO

DIOGO PACHECO DE AMORIM

TORQUATO BROCHADO DE SOUSA SOARES

---

REDACÇÃO E ADMINISTRAÇÃO

Rua da Ilha n.º 1

COIMBRA

# ACOPLAMENTO DE VECTORES, CÁLCULO DE INTEGRAIS

## PREFÁCIO

O cálculo da estrutura do átomo ocupa, sem dúvida, lugar de especial relevo entre as questões da Mecânica Quântica. De facto, é nele que se baseia o estudo das propriedades moleculares e do estado sólido, sendo os seus métodos, em parte, utilizados na determinação da estrutura do núcleo.

O conhecimento das propriedades do átomo deriva da obtenção da correspondente função de onda, cuja determinação é, em geral, dividida em problemas de resolução separada. Dentre estes, sobressai, pela sua importância e complexidade, o cálculo dos integrais de Schrödinger envolvendo funções construídas pelo processo denominado acoplamento de vectores. Dele nos ocuparemos no presente trabalho.

Os métodos clássicos de cálculo dos referidos integrais são descritos por Condon e Shortley [9], os quais, com as contribuições devidas a Slater [24], continuam a ser de fundamental importância.

Racah ([18], [19]) desenvolveu um novo método, fazendo uso dos chamados operadores tensoriais [13], mas este, mesmo com as ampliações devidas a Edmonds [11], Judd [15] e outros, pode, unicamente, ser aplicado aos integrais com forma diagonal.

Um método geral foi obtido por Boys ([4], [5], [6]), mas

*exige a construção de longas tabelas de coeficientes, um pequeno número das quais tem sido publicado. A sua dificuldade de construção foi, em parte, remediada por Boys e seus auxiliares ([1], [23]), com a aplicação de calculadores electrónicos, mas a determinação de qualquer integral continua a ser afectada pelos inconvenientes próprios de longos cálculos manuais.*

*O problema da utilização de máquinas automáticas para calcular, directamente, os próprios integrais foi-nos sugerido pelo Dr. S. F. Boys. Na investigação realizada, obteve-se um novo método que satisfaz as condições pretendidas. Programas foram escritos para a EDSAC II do «Mathematical Laboratory» da Universidade de Cambridge, Inglaterra, onde o presente trabalho foi quase totalmente elaborado.*

*O método segue, assim, a formulação de Boys, sendo também utilizada a sua notação. Alguns resultados, de que se faz uso, foram já objecto da publicação «Automatic calculation of vector coupled integrals and atomic wave functions», Ph. D. thesis, Cambridge University (Dezembro 1962), bem como de três artigos de colaboração com S. F. Boys, em preparação.*

*Em linhas gerais, o método exige dois programas: um para calcular os coeficientes fraccionais de parentesco (capítulo V); e outro, de maior complexidade, que permite o cálculo de integrais sem repetições de funções elementares (capítulo IV). O cálculo de integrais com repetições não foi ainda efectuado automaticamente, mas uma teoria apropriada, devida a Boys, foi já desenvolvida [8].*

*O capítulo I é introdutório, e o seu conteúdo bem conhecido. A teoria do acoplamento de vectores e a definição dos coeficientes de Wigner, apresentados no capítulo II, é também conhecida; mas as demonstrações dadas são, parcialmente (teoremas 1 a 3) ou totalmente (teoremas 4 a 6), originais.*



O capítulo III (à parte os teoremas 2 e 4), que descreve a base teórica do método, e os seguintes contêm matéria original, excepto onde o contrário é explicitamente afirmado.

Estamos muito agradecidos ao Dr. S. F. Boys, não só pela sugestão do presente trabalho, mas também pelo interesse constante, assistência incansável e, ainda, pela simpática amizade que nos devotou.

Ao Dr. M. V. Wilkes, Director do Mathematical Laboratory, estamos gratos pelas inúmeras facilidades dispensadas.

O nosso estágio em Inglaterra deve-se a uma bolsa de estudos concedida pelo Instituto de Alta Cultura, a quem sinceramente agradecemos, e ao interesse da Faculdade de Ciências da Universidade de Coimbra, a quem, na pessoa do seu muito Ilustre Director, Ex.<sup>mo</sup> Senhor Professor Doutor João Manuel Cotelo Neiva, manifestamos o nosso profundo reconhecimento.

Pelo conselho, encorajamento e amizade com que sempre nos acompanhou, lembramos, com saudade, o Ex.<sup>mo</sup> Senhor Professor Doutor João Pereira Dias, a cuja memória prestamos comovida e respeitosa homenagem de gratidão.

Ao Ex.<sup>mo</sup> Senhor Professor Doutor António Jorge Andrade de Gouveia, Reitor da Universidade de Coimbra, agradecemos as facilidades concedidas, quando da sua permanência no lugar de Director da Faculdade de Ciências, bem como a simpatia com que sempre atendeu e resolveu os nossos problemas.

Expressamos o nosso reconhecimento ao Ex.<sup>mo</sup> Senhor Professor Doutor Manuel dos Reis, Director da Secção de Matemática e do Centro de Matemática anexo à Faculdade de Ciências de Coimbra, quer pela sua contribuição para o ingresso e estadia na Universidade de Cambridge, quer pela orientação que nos prestou.

*Estamos sinceramente agradecidos aos Ex.<sup>mos</sup> Senhores Professores Doutores Luís Beda de Sousa Tavares Neto e Manuel Neto Murta pelo interesse que sempre evidenciaram na realização destes estudos.*

*Testemunhamos a nossa gratidão ao Ex.<sup>mo</sup> Senhor Professor Doutor José Bayolo Pacheco de Amorim, quer pela sua constante amizade, quer pela contribuição para a publicação do presente trabalho na revista de O Instituto de Coimbra, a cuja Ex.<sup>ma</sup> Direcção manifestamos o nosso reconhecimento.*

*Ao Ex.<sup>mo</sup> Senhor Professor Doutor Luís Mendonça de Albuquerque expressamos o nosso agradecimento pela amizade devotada e valioso auxílio no trabalho de revisão de provas tipográficas.*

## CAPÍTULO I

### NOÇÕES FUNDAMENTAIS

#### 1. Princípios gerais da Mecânica Quântica.

De acordo com os postulados da Mecânica Quântica, todo o conhecimento possível de qualquer sistema de electrões e núcleos, quer constituam um átomo, um ião, uma molécula, um radical ou mesmo um sistema de átomos durante uma reacção, pode ser obtido a partir de determinada função  $\Psi$  — a *função de onda do sistema* — que é solução da *equação de Schrödinger*

$$(1) \quad \mathbf{H} \Psi = \frac{i h}{2 \pi} \frac{\partial \Psi}{\partial t};$$

$\mathbf{H}$  é um operador — o hamiltoniano do sistema — e  $h$  a constante de Planck;  $\Psi$  é uma função do tempo  $t$  e das coordenadas de todas as partículas do sistema: as coordenadas espaciais  $\underline{r}_i \equiv (x_i, y_i, z_i)$  e o spin  $v_i$ .  $\Psi \Psi^* d\tau$ , onde  $\Psi^*$  designa a função complexa conjugada de  $\Psi$  e  $d\tau \equiv d\underline{r}_1 d\underline{r}_2 \dots$ , é interpretada como a probabilidade de que, no sistema representado pela função de onda

$$\Psi(\underline{r}_1, v_1, \underline{r}_2, v_2, \dots, t)$$

no instante  $t$ , a partícula 1 esteja no elemento de volume  $d\underline{r}_1 \equiv dx_1 dy_1 dz_1$  relativo ao ponto  $\underline{r}_1$  com spin  $v_1$ , a partícula 2 esteja no elemento de volume  $d\underline{r}_2$  relativo ao ponto  $\underline{r}_2$  com spin  $v_2$ , etc.

Quando  $\mathbf{H}$  é independente do tempo, as propriedades do sistema podem exprimir-se em função das soluções de

$$(2) \quad \mathbf{H} \psi = E \psi$$

a que a equação (1) se reduz, quando a dependência do tempo da função de onda  $\Psi$  é expressa sob a forma:

$$\Psi = \psi e^{-\frac{2\pi i E}{h} t};$$

$\psi$  é função apenas das coordenadas espaciais e spins de todas as partículas do sistema.

As soluções da equação (2) são denominadas *estados estacionários* do sistema (visto serem estados para os quais a densidade de probabilidade  $\Psi \Psi^*$  é independente do tempo), e  $E$  é a *energia* correspondente.

Apenas são conhecidas soluções analíticas exactas para sistemas simples, sendo necessário recorrer a aproximações para sistemas mais complicados. Em geral, os efeitos relativísticos são desprezados, bem como a interacção entre os momentos magnéticos associados com os movimentos orbital e de spin dos electrões e núcleos do sistema.

Outra aproximação geralmente usada foi introduzida por BORN e OPPENHEIMER [7] e admite que a equação de SCHRÖDINGER é separável em duas partes: electrónica e nuclear. A equação electrónica é resolvida para posições fixas dos núcleos e a energia electrónica é então usada como uma função potencial para o movimento nuclear.

Assim, a função de onda

$$\psi_a(q, Q) = \psi_o(q, Q) \cdot \psi_n(Q)$$

e a energia

$$E_a = E_n$$

são aproximações de uma função própria  $\psi$  e de um valor próprio  $E$  do hamiltoniano do sistema completo.  $\psi_0(q, Q)$ ,  $\psi_n(Q)$  e  $E_n$  satisfazem as equações seguintes:

$$(3) \quad \mathbf{H}_0 \psi_0(q, Q) \equiv \left( -\frac{1}{2} \sum_i \nabla_i^2 - \sum_{II} \frac{Z_I}{r_{II}} + \right. \\ \left. + \sum_{i>j} \frac{1}{r_{ij}} + \sum_{I>J} \frac{Z_I Z_J}{r_{IJ}} \right) \psi_0(q, Q) = E_0(Q) \psi_0(q, Q)$$

$$(4) \quad \mathbf{H}_n \psi_n(Q) \equiv \left( -\sum_i \frac{1}{2M_i} \nabla_i^2 + E_0(Q) \right) \psi_n(Q) = \\ = E_n \psi_n(Q),$$

onde as letras maiúsculas se usam como sufixos relativos aos núcleos do sistema, e as letras minúsculas como sufixos relativos aos electrões;  $r_{ij}$  é dado por

$$[(x_i - x_j)^2 + (y_i - y_j)^2 + (z_i - z_j)^2]^{1/2}$$

e  $\nabla_i^2$ , o laplaciano relativo à partícula  $i$ , é, em coordenadas cartesianas rectangulares, definido por

$$\nabla_i^2 \equiv \frac{\partial^2}{\partial x_i^2} + \frac{\partial^2}{\partial y_i^2} + \frac{\partial^2}{\partial z_i^2};$$

$Z_I$  é o número atómico do núcleo  $I$  e  $M_I$  a sua massa;  $q$  e  $Q$  indicam, respectivamente, as variáveis electrónicas e nucleares. Nas equações (3) e (4) utilizaram-se *unidades atómicas*, para as quais a massa do electrão é considerada como unidade de massa, a carga electrónica como unidade de carga e  $h/2\pi = 1$ .

As soluções da equação (3) são denominadas *estados electrónicos* do sistema. No seu cálculo, o termo

$$\sum_{I>J} \frac{Z_I Z_J}{r_{IJ}}$$

é, em geral, omitido, visto envolver unicamente coordenadas nucleares, que são consideradas fixas.

Razões de ordem física impõem certas restrições aos estados electrónicos. Em particular, as soluções devem satisfazer o *princípio de exclusão de Pauli*, que postula a anti-simetria das funções de onda electrónicas a respeito de todos os electrões do sistema. Atendendo à importância deste princípio de Pauli no esquema a desenvolver, é conveniente precisar a ideia de função anti-simétrica, e apresentar algumas das suas propriedades.

## 2. Permutações. Funções anti-simétricas.

O símbolo

$$\mathbf{P}_u \equiv \mathbf{P} \left( \begin{array}{cccc} a_1 & a_2 & \dots & a_i & \dots \\ b_1 & b_2 & \dots & b_i & \dots \end{array} \right) \equiv \mathbf{P} (a_1 a_2 \dots a_i \dots | b_1 b_2 \dots b_i \dots),$$

onde todos os  $b_i$  são distintos, será usado para indicar a operação de substituição de  $b_1$  por  $a_1$ , de  $b_2$  por  $a_2$ , ..., de  $b_i$  por  $a_i$ , ..., na função que se lhe segue. Este operador é denominado *operador de substituição*; quando o conjunto  $\{a_i\}$  coincide com o conjunto  $\{b_i\}$ , diz-se que o operador é uma *permutação*. A permutação que afecta unicamente duas quantidades, cuja posição troca, recebe o nome de *transposição*. O número de quantidades envolvidas numa permutação é denominada *ordem* dessa permutação.

O produto  $\mathbf{P}_u$  de dois operadores de substituição  $\mathbf{P}_a$  e  $\mathbf{P}_b$  define-se como o operador que satisfaz a relação

$$\mathbf{P}_u f \equiv (\mathbf{P}_a \mathbf{P}_b) f = \mathbf{P}_a (\mathbf{P}_b f)$$

para todas as funções  $f$ .

Algumas propriedades das permutações são a seguir apresentadas sob a forma de teoremas, cujas demonstrações, em geral, se omitem.

TEOREMA 1 — *As permutações de ordem N constituem um grupo relativamente ao produto.*

A permutação unidade será, em geral, designada por 1, e a permutação inversa de  $\mathbf{P}_u$  por  $\mathbf{P}_u^{-1}$ .

TEOREMA 2 — *Qualquer permutação pode ser sempre expressa como um produto de transposições.*

A *paridade* de uma permutação  $\mathbf{P}_u$  de ordem N define-se como sendo a quantidade  $\sigma_u = \pm 1$  que satisfaz a relação

$$\sigma_u \mathbf{P}_u \prod_{i>j}^N (x_i - x_j) = \prod_{i>j}^N (x_i - x_j) \equiv \Pi_x.$$

TEOREMA 3 — *A paridade de uma transposição  $\mathbf{P}_a$  é -1 e a da permutação*

$$\mathbf{P}_u = \mathbf{P}_1 \mathbf{P}_2 \cdots \mathbf{P}_m,$$

onde  $\mathbf{P}_1, \mathbf{P}_2, \dots, \mathbf{P}_m$  designam transposições, é  $(-1)^m$ . A *paridade*  $\sigma_w$  da permutação  $\mathbf{P}_w = \mathbf{P}_u \mathbf{P}_v$  é  $\sigma_u \sigma_v$ .

Uma função diz-se *anti-simétrica* se satisfaz a relação

$$-\mathbf{P} \begin{pmatrix} i & j \\ j & i \end{pmatrix} F = F$$

para todos os pares de valores  $i, j$ .

TEOREMA 4 — *Toda a função anti-simétrica F satisfaz a equação*

$$\sigma_u \mathbf{P}_u F = F$$

qualquer que seja a permutação  $\mathbf{P}_u$ , e recíprocamente.

DEMONSTRAÇÃO — Para uma transposição  $\mathbf{P}_a$ , verifica-se

$$\mathbf{P}_a \Pi_x F = - \Pi_x \mathbf{P}_a F = \Pi_x (-\mathbf{P}_a F) = \Pi_x F$$

e, atendendo ao teorema 2, tem-se

$$\mathbf{P}_a \Pi_x F = \mathbf{P}_1 \mathbf{P}_2 \cdots \mathbf{P}_m \Pi_x F = \Pi_x F,$$

onde  $\mathbf{P}_1, \mathbf{P}_2, \dots, \mathbf{P}_m$  designam transposições.

Por outro lado

$$\mathbf{P}_a \Pi_x F = \sigma_u \Pi_x \mathbf{P}_a F = \Pi_x \sigma_u \mathbf{P}_a F,$$

o que, por comparação com a expressão anterior, prova a primeira parte do teorema.

Reciprocamente, se

$$F = \sigma_u \mathbf{P}_a F$$

tem-se, usando os teoremas 2 e 3:

$$\begin{aligned} \sigma_u F &= \mathbf{P}_a F = \mathbf{P}_1 \mathbf{P}_2 \cdots \mathbf{P}_m F = (-1)^{m-1} \mathbf{P}_m F = \\ &= (-1)^m (-\mathbf{P}_m F). \end{aligned}$$

Mas, pelo mesmo teorema 3,  $\sigma_u = (-1)^m$ , donde

$$F = -\mathbf{P}_m F,$$

o que prova o teorema.

TEOREMA 5 — Se  $\sum_u^{N!} \mathbf{P}_u$  indica a soma de todas as permutações distintas de ordem  $N$ , então

$$\sum_u^{N!} \mathbf{P}_u \mathbf{P}_v = \sum_u^{N!} \mathbf{P}_u = \sum_u^{N!} \mathbf{P}_v \mathbf{P}_u.$$



DEMONSTRAÇÃO — Se duas parcelas da primeira soma são idênticas,

$$\mathbf{P}_{u'} \mathbf{P}_v = \mathbf{P}_{u''} \mathbf{P}_v,$$

tem-se

$$(\mathbf{P}_{u'} \mathbf{P}_v) \mathbf{P}_v^{-1} = (\mathbf{P}_{u''} \mathbf{P}_v) \mathbf{P}_v^{-1}$$

e então

$$\mathbf{P}_{u'} = \mathbf{P}_{u''},$$

o que contradiz a hipótese.

Sendo então todos os termos de  $\sum_u^{N!} \mathbf{P}_u \mathbf{P}_v$  distintos, estão incluídos em  $\sum_u^{N!} \mathbf{P}_u$ , o que demonstra a primeira igualdade do teorema.

Por analogia se provaria a segunda igualdade.

TEOREMA 6 — Se  $G = \sum_u^{N!} \sigma_u \mathbf{P}_u F$ ,  $G$  é uma função anti-simétrica.

DEMONSTRAÇÃO — Por simples aplicação da definição de  $\sigma_u$ , tem-se

$$\mathbf{P}_u \Pi_x F = \sigma_u \Pi_x \mathbf{P}_u F = \Pi_x \sigma_u \mathbf{P}_u F$$

donde

$$\sigma_u \mathbf{P}_u F = \frac{1}{\Pi_x} \mathbf{P}_u \Pi_x F.$$

Assim,

$$\sigma_v \mathbf{P}_v G = \sigma_v \mathbf{P}_v \frac{1}{\Pi_x} \sum_u^{N!} \mathbf{P}_u \Pi_x F = \left( \sigma_v \mathbf{P}_v \frac{1}{\Pi_x} \right) \left( \mathbf{P}_v \sum_u^{N!} \mathbf{P}_u \Pi_x F \right) =$$

$$= \frac{1}{\Pi_x} \sum_u^{N!} \mathbf{P}_v \mathbf{P}_u \Pi_x F = \frac{1}{\Pi_x} \sum_u^{N!} \mathbf{P}_u \Pi_x F = G$$

pelo teorema 5, o que prova que  $G$  é uma função anti-simétrica.

O produto de  $N$  funções  $\varphi_i(t_j)$ , cada uma das quais dependendo de um diferente  $t_j$ , será denominado *produto ordenado*. Por vezes, omitiremos as variáveis  $t_j$ , admitindo que a função dependente de  $t_j$  ocorre em lugar  $j$ . Assim, o produto ordenado

$$\varphi_a \varphi_b \varphi_c \dots$$

representa

$$\varphi_a(t_1) \varphi_b(t_2) \varphi_c(t_3) \dots$$

O operador

$$\mathcal{A} = \frac{1}{\sqrt{N!}} \sum_u^{N!} \sigma_u \mathbf{P}_u$$

será denominado *operador anti-simetrizante em  $N$  variáveis*; desta definição é evidente que

$$\mathcal{A} \varphi_1 \varphi_2 \dots \varphi_N = \frac{1}{\sqrt{N!}} \begin{vmatrix} \varphi_1(t_1) & \varphi_2(t_1) & \dots & \varphi_N(t_1) \\ \varphi_1(t_2) & \varphi_2(t_2) & \dots & \varphi_N(t_2) \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ \varphi_1(t_N) & \varphi_2(t_N) & \dots & \varphi_N(t_N) \end{vmatrix}$$

TEOREMA 7 — Se os produtos ordenados

$$\varphi_a \varphi_b \varphi_c \dots,$$

para todos os valores de  $a, b, c, \dots$ , formam um sistema completo para qualquer função

$$f(t_1, t_2, t_3, \dots),$$

então o conjunto de todas as funções

$$\mathcal{A} \varphi_a \varphi_b \varphi_c \dots$$

constitui um sistema completo para qualquer função anti-simétrica.

DEMONSTRAÇÃO — Para qualquer função anti-simétrica  $F$  tem-se

$$\frac{1}{\sqrt{N!}} \mathcal{A} F = \frac{1}{N!} \sum_u^{N!} \sigma_u \mathbf{P}_u F = \frac{1}{N!} N! F = F$$

pelo teorema 4. Pode assim escrever-se

$$\begin{aligned} F &= \frac{1}{\sqrt{N!}} \mathcal{A} F = \frac{1}{\sqrt{N!}} \mathcal{A} \sum_{a, b, c, \dots} C_{a, b, c, \dots} \varphi_a \varphi_b \varphi_c \dots = \\ &= \frac{1}{\sqrt{N!}} \sum_{a, b, c, \dots} C_{a, b, c, \dots} \mathcal{A} \varphi_a \varphi_b \varphi_c \dots, \end{aligned}$$

o que prova o teorema.

### 3. Operadores angulares.

Um operador  $\mathbf{A}$  diz-se *hermítico* se satisfaz a relação

$$\int f^* (\mathbf{A}g) d\tau = \int (\mathbf{A}f)^* g d\tau$$

para todos os pares de funções  $f$  e  $g$ .

Esta igualdade, em notação quântica, toma a forma

$$(f | \mathbf{A}g) = (\mathbf{A}f | g)$$

e, uma vez que  $\mathbf{A}$  pode operar em  $f$  ou  $g$  indistintamente, é corrente designar qualquer dos integrais referidos por

$$(f | \mathbf{A} | g).$$

As funções  $f$  e  $g$  são por vezes chamadas os *lados* do integral.

Um conjunto de três operadores hermíticos  $\mathbf{L} = (\mathbf{L}_x, \mathbf{L}_y, \mathbf{L}_z)$  diz-se um *conjunto de operadores angulares* se satisfaz as relações

$$[\mathbf{L}_x, \mathbf{L}_y] \equiv \mathbf{L}_x \mathbf{L}_y - \mathbf{L}_y \mathbf{L}_x = i \mathbf{L}_z$$

$$[\mathbf{L}_y, \mathbf{L}_z] = i \mathbf{L}_x$$

$$[\mathbf{L}_z, \mathbf{L}_x] = i \mathbf{L}_y.$$

TEOREMA 1 — Se  $\mathbf{L}_{kx}, \mathbf{L}_{ky}, \mathbf{L}_{kz}$  ( $k = 1, 2, \dots, N$ ) satisfazem as permutações cíclicas de

$$[\mathbf{L}_{kx}, \mathbf{L}_{ky}] = i \mathbf{L}_{kz}$$

e

$$[\mathbf{L}_{k\alpha}, \mathbf{L}_{j\beta}] = 0 \quad (\alpha, \beta = x, y, z)$$

para  $k \neq j$ , então

$$\mathbf{L}_\alpha = \sum_k \mathbf{L}_{k\alpha}$$

são operadores angulares, e

$$[\mathbf{L}^2, \mathbf{L}_z] = [\mathbf{L}^2, \mathbf{L}_x] = [\mathbf{L}^2, \mathbf{L}_y] = 0.$$

A demonstração é imediata, consistindo apenas em verificar que os  $\mathbf{L}_\alpha$  satisfazem as propriedades comutativas que definem os operadores angulares.

TEOREMA 2— *Se uma função  $\varphi_m$  satisfaz as relações*

$$\begin{aligned} \mathbf{L}_z \varphi_m &= m \varphi_m \\ \mathbf{L}^2 \varphi_m &= \lambda \varphi_m \\ (\varphi_m | \varphi_m) &= 1, \end{aligned}$$

*então existe um conjunto de funções  $\varphi_M$ , ao qual  $\varphi_m$  pertence, tal que*

$$\mathbf{L}_z \varphi_M = M \varphi_M \quad \text{para } M = -L, -L + 1, \dots, L - 1, L$$

com  $L \geq 1$

$$\mathbf{L}^2 \varphi_M = L(L + 1) \varphi_M$$

$$(\varphi_M | \varphi_M) = 1.$$

*As funções  $\varphi_M$  satisfazem também as relações*

$$\begin{aligned} \mathbf{L}^{\pm} \varphi_M &\equiv (\mathbf{L}_x \pm i\mathbf{L}_y) \varphi_M = \\ &= \sqrt{L(L + 1) - M(M \pm 1)} \varphi_{M \pm 1} \equiv N_{L, M}^{\pm} \varphi_{M \pm 1}. \end{aligned}$$

DEMONSTRAÇÃO — Por aplicação directa da definição de operadores angulares, pode escrever-se

$$[\mathbf{L}_z, \mathbf{L}^+] = \mathbf{L}^+;$$

donde

$$\mathbf{L}_z \mathbf{L}^+ \varphi_m = (\mathbf{L}^+ \mathbf{L}_z + \mathbf{L}^+) \varphi_m = (m + 1) \mathbf{L}^+ \varphi_m$$

e  $\mathbf{L}^+ \varphi_m$  é uma função própria do operador  $\mathbf{L}_z$  com valor próprio  $(m + 1)$ . Se se considerar esta função como sendo

$\varphi_{m+1}$ , segue-se que  $\mathbf{L}^+ \mathbf{L}^+ \varphi_m$  é uma função própria de  $\mathbf{L}_z$  com valor próprio  $(m+2)$ , e, análogamente, para sucessivas aplicações do operador  $\mathbf{L}^+$ .

De modo semelhante, pode-se mostrar que  $\mathbf{L}^- \varphi_m$  é uma função própria do operador  $\mathbf{L}_z$  com valor próprio  $(m-1)$ , e, se se considerar esta função como sendo  $\varphi_{m-1}$ , então  $\mathbf{L}^- \mathbf{L}^- \varphi_m$  é uma função própria do operador  $\mathbf{L}_z$  com valor próprio  $(m-2)$  e, análogamente, para sucessivas aplicações do operador  $\mathbf{L}^-$ .

Designa-se por  $\varphi_M$  o conjunto total das funções assim obtidas, as quais se supõem normadas, isto é:  $(\varphi_M | \varphi_M) = 1$ .

De

$$[\mathbf{L}^2, \mathbf{L}^+] = 0$$

segue-se que

$$\mathbf{L}^2 \mathbf{L}^+ \varphi_m = \mathbf{L}^+ \mathbf{L}^2 \varphi_m = \lambda \mathbf{L}^+ \varphi_m$$

e relações análogas para

$$(\mathbf{L}^+)^n \varphi_m \quad \text{e} \quad (\mathbf{L}^-)^n \varphi_m.$$

Assim, todos os  $\varphi_M$  são também funções próprias do operador  $\mathbf{L}^2$  com o valor próprio  $\lambda$ .

Por definição, as funções  $\varphi_M$  são normadas e, portanto,

$$\lambda = (\varphi_M | \mathbf{L}^2 | \varphi_M) = (\mathbf{L}_x \varphi_M | \mathbf{L}_x \varphi_M) + (\mathbf{L}_y \varphi_M | \mathbf{L}_y \varphi_M) + M^2,$$

donde se conclui que

$$\lambda \geq M^2.$$

Designando por  $N_{L,M}^+$  e  $N_{L,M}^-$  as constantes de normalização das funções obtidas a partir de  $\varphi_M$ , isto é, as constantes satisfazendo a

$$\frac{\mathbf{L}^+ \varphi_M}{N_{L,M}^+} = \varphi_{M+1} \quad \frac{\mathbf{L}^- \varphi_M}{N_{L,M}^-} = \varphi_{M-1},$$

então

$$\begin{aligned} (N_{L,M}^\pm)^2 &= (\mathbf{L}^\pm \varphi_M | \mathbf{L}^\pm \varphi_M) = (\varphi_M | \mathbf{L}^\mp \mathbf{L}^\pm | \varphi_M) = \\ &= (\varphi_M | \mathbf{L}_x^2 + \mathbf{L}_y^2 \pm i [\mathbf{L}_x, \mathbf{L}_y] | \varphi_M) = \\ &= (\varphi_M | \mathbf{L}^2 - \mathbf{L}_z^2 \mp \mathbf{L}_z | \varphi_M) = \\ &= \lambda - M(M \pm 1) \geq 0 \end{aligned}$$

e, portanto, o processo de obtenção das sucessivas funções  $\varphi_M$  por aplicação dos operadores  $\mathbf{L}^\pm$  deve terminar em qualquer dos sentidos. Para a função *superior* ter-se-á

$$\mathbf{L}^+ \varphi_{M_S} = 0$$

e para a *inferior*

$$\mathbf{L}^- \varphi_{M_I} = 0.$$

Assim,

$$0 = \lambda - M_S(M_S + 1) = \lambda - M_I(M_I - 1)$$

e

$$(M_S + M_I)(M_S + 1 - M_I) = 0.$$

Como

$$M_I = M_S + 1 \quad \text{é impossível,}$$

segue-se que

$$M_S + M_I = 0.$$

Por outro lado, atendendo ao processo descrito, a diferença  $M_s - M_l$  terá de ser igual a um número inteiro, que se designa por  $2L$ ; então

$$M_s = L \quad , \quad M_l = -L$$

e

$$\lambda = M_s (M_s + 1) = L (L + 1).$$

Para concluir a demonstração, falta mostrar que a aplicação de  $L^-$  após  $L^+$  origina a função inicial. Assim,

$$\frac{L^-}{N_{L, M+1}^-} \frac{L^+}{N_{L, M}^+} \varphi_M = \frac{L_x^2 + L_y^2 - L_z}{L(L+1) - M(M+1)} \varphi_M = \varphi_M$$

e, análogamente,

$$\frac{L^+}{N_{L, M-1}^+} \frac{L^-}{N_{L, M}^-} \varphi_M = \varphi_M.$$

Uma função própria dos operadores  $L^2$  e  $L_z$  é denominada *função própria angular* <sup>(1)</sup>, e um conjunto destas, satisfazendo as relações do teorema demonstrado, é chamado *conjunto próprio angular* <sup>(2)</sup>;  $L$  designa-se por *valor principal*.

---

(1) Em inglês, «eigang».

(2) Em inglês, «connected set of eigangs».



O exemplo mais simples de um conjunto de operadores angulares é o seguinte:

$$-i \mathbf{r} \wedge \frac{\partial}{\partial \mathbf{r}}$$

ou

$$l_x = -i \left( y \frac{\partial}{\partial z} - z \frac{\partial}{\partial y} \right)$$

$$l_y = -i \left( z \frac{\partial}{\partial x} - x \frac{\partial}{\partial z} \right)$$

$$l_z = -i \left( x \frac{\partial}{\partial y} - y \frac{\partial}{\partial x} \right),$$

que nos traduz o *momento orbital* <sup>(1)</sup> de um electrão.

Em coordenadas polares esféricas, estes operadores tomam a forma

$$l_x = i \left( \sin \varphi \frac{\partial}{\partial \theta} - \cos \theta \cos \varphi \frac{\partial}{\partial \varphi} \right)$$

$$l_y = -i \left( \cos \varphi \frac{\partial}{\partial \theta} - \cos \theta \sin \varphi \frac{\partial}{\partial \varphi} \right)$$

$$l_z = -i \frac{\partial}{\partial \varphi},$$

---

(1) Denomina-se momento orbital o que muitas vezes é chamado momento cinético (momento da quantidade de movimento). A razão desta designação é devida ao facto de existirem, em Mecânica Quântica, duas espécies de momento cinético: o momento orbital e o spin. Cada um deles é também muitas vezes indicado por momento angular.

o que implica

$$I^2 = - \left[ \frac{1}{\sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left( \sin \theta \frac{\partial}{\partial \theta} \right) + \frac{1}{\sin^2 \theta} \frac{\partial^2}{\partial \varphi^2} \right];$$

estas expressões mostram que os operadores de  $\underline{I}$  são independentes da coordenada  $r$ .

Assim, o conjunto de funções satisfazendo o teorema 2 são funções das variáveis  $\theta$  e  $\varphi$  apenas, e podem ser designadas por  $Y^{l,m}(\theta, \varphi)$ . São chamadas *harmônicas esféricas de grau  $l$  e ordem  $m$*  e ficam definidas pelo teorema 2 com a convenção

$$Y^{l,l}(-1)^l > 0.$$

É possível obter uma fórmula explícita para as harmônicas esféricas:

$$Y^{l,m}(\theta, \varphi) = \frac{e^{im\varphi} (-1)^l}{\sqrt{2\pi}} \sqrt{\frac{(2l+1)(l+m)!}{2(l-m)!}} \cdot \frac{1}{2^l l!} \frac{1}{\sin^m \theta} \frac{d^{l-m}}{d(\cos \theta)^{l-m}} \sin^{2l} \theta.$$

Razões de ordem física implicam a existência de um outro momento angular para o electrão que é designado por *spin*. É representado pelo conjunto de operadores

$$\underline{S} \equiv (S_x, S_y, S_z),$$

que obedecem à definição dos operadores angulares. Admitte-se também que há um único valor principal para o spin de um electrão ( $s = 1/2$ ), existindo por conseguinte dois valores próprios ( $u = \pm 1/2$ ) para o operador  $S_z$ . É uso designar as funções próprias angulares destes ope-

radores por  $\alpha(u)$  e  $\beta(u)$  que podem ser definidas pelas relações:

$$\alpha(1/2) = \beta(-1/2) = 1$$

$$\alpha(-1/2) = \beta(1/2) = 0.$$

#### 4. Princípio variacional de Ritz. Determinantes de Slater.

Os estados estacionários electrónicos de um sistema são obtidos por resolução do problema de vectores e valores próprios

$$(1) \quad \mathbf{H} \psi = E \psi$$

onde  $\mathbf{H}$  é dado por

$$\begin{aligned} 2) \quad \mathbf{H} &= -\frac{1}{2} \sum_i \nabla_i^2 - \sum_{i1} \frac{Z_1}{r_{i1}} + \sum_{i>j} \frac{1}{r_{ij}} \equiv \\ &\equiv \sum_i \mathbf{K}_i - \sum_{i1} Z_1 \mathbf{V}_{i1} + \sum_{i>j} \mathbf{M}_{ij}. \end{aligned}$$

Embora se tenham já desprezado alguns termos no hamiltoniano do sistema, sucede que, para a maior parte dos casos, é ainda impossível obter soluções exactas da equação (1), tornando-se necessário introduzir métodos aproximados de resolução. Dentre estes, o mais usado baseia-se no princípio variacional de Ritz; uma descrição geral encontra-se em COURANT e D. HILBERT [10], sendo a sua aplicação particular à Mecânica Quântica apresentada por KEMBLE ([16], secção 51).

O método variacional diz que

$$(3) \quad I(\psi') = \frac{(\psi' | \mathbf{H} | \psi')}{(\psi' | \psi')}$$

é estacionário para as soluções discretas da equação (1) e para variações arbitrárias de  $\psi'$ . O valor próprio inferior  $E_1$  de (1) é um mínimo da função  $I(\psi')$ .

Assim, para se obter uma solução aproximada do estado de mais baixa energia de um sistema, por meio de funções analíticas dependendo de vários parâmetros arbitrários  $\lambda_1, \lambda_2, \lambda, \dots$ , os valores destes terão de ser dados pelas equações

$$(4) \quad \frac{\partial I}{\partial \lambda_1} = \frac{\partial I}{\partial \lambda_2} = \frac{\partial I}{\partial \lambda_3} = \dots = 0.$$

Em particular, considere-se  $\psi$  dado pela forma linear

$$(5) \quad \psi = \sum_{i=1}^n Y_i \Phi_i$$

onde as funções  $\Phi_i$  são elementos de um conjunto ortonormado, e os coeficientes  $Y_i$  são parâmetros arbitrários, em relação aos quais a função (3) é minimizada.

As aproximações dos valores estacionários de  $I$  são dados pelos valores próprios das equações

$$(6) \quad \sum_j (H_{ij} - \lambda \delta_{ij}) Y_j = 0 \quad (i = 1, 2, \dots, n)$$

onde  $\delta_{ij}$  é o símbolo de Kronecker:

$$\begin{aligned} \delta_{ij} &= 1 & \text{para } i = j \\ &= 0 & \text{para } i \neq j, \end{aligned}$$

e

$$(7) \quad H_{ij} = (\Phi_i | \mathbf{H} | \Phi_j).$$

O sistema de equações (6) terá soluções diferentes de zero se, e só se, o determinante

$$| H_{ij} - \lambda \delta_{ij} |$$

se anular.

Assim, indicando por

$$\lambda_1^{(n)}, \lambda_2^{(n)}, \lambda_3^{(n)}, \dots, \lambda_n^{(n)}$$

as soluções, em ordem crescente, de

$$(8) \quad | H_{ij} - \lambda \delta_{ij} | = 0$$

(o índice superior designa o número de  $\Phi_i$  usados na expressão (5) de  $\psi$ ) e por

$$E_1, E_2, E_3, \dots, E_n$$

os valores próprios exactos da equação (1), também em ordem crescente, verifica-se a relação

$$\lambda_1^{(n)} > \lambda_1^{(n+1)} > E_1.$$

É também válida [17] uma relação similar para os outros valores próprios

$$\lambda_k^{(n)} > \lambda_k^{(n+1)} > E_k.$$

Admite-se ainda (S. F. Boys [2]) que, se o conjunto de funções  $\Phi_i$  constitui um sistema completo, à medida que o número de funções  $\Phi_i$  aumenta,  $\lambda_k^{(n)}$  converge para  $E_k$  e a correspondente função  $\psi_k$  converge também para a verdadeira função de onda.

Por exigência do princípio de Pauli, esta função de onda deve ser anti-simétrica a respeito da transposição de qualquer par de electrões e, assim, se  $t_i$  designar as quatro coordenadas  $(\underline{r}_i, v_i)$  associadas com o electrão  $i$ , e se  $\varphi_j(t_i)$  for um sistema completo para funções de um só electrão

(orbitais), o conjunto de todos os determinantes de ordem  $N$  (determinantes de Slater)

$$\Phi_i = \mathcal{A}_N \varphi_p(t_1) \varphi_q(t_2) \dots \varphi_k(t_N)$$

satisfaz as condições pretendidas (teorema [I. 2. 9]), podendo ser usado para a obtenção da função de onda electrónica.

Pelo exposto, um dos problemas básicos é o cálculo dos elementos matriciais

$$H_{ij} = (\Phi_i | \mathbf{H} | \Phi_j).$$

Note-se que, devido à simetria do operador  $\mathbf{H}$ , é possível demonstrar <sup>(1)</sup> que

$$(\mathcal{A}F | \mathbf{H} | \mathcal{A}G) = (F | \mathbf{H} | \sum_v \sigma_v P_v G),$$

onde  $\mathcal{A}F$  e  $\mathcal{A}G$  designam determinantes de Slater. Note-se também que  $\mathbf{H}$  é uma soma de operadores simétricos  $\sum_i \mathbf{K}_i$  (bem como  $\sum_i \mathbf{V}_{ii}$ ) e  $\sum_{i>j} \mathbf{M}_{ij}$  dependendo, respectivamente, das coordenadas de um e dois electrões, o que permite provar [12] que, se os conjuntos  $\{\varphi_i\}$  e  $\{\varphi'_i\}$ , de funções de um só electrão, satisfazem as relações

$$\begin{aligned} (\varphi_i | \varphi'_j) &= 0 \quad \text{para } i \neq j \\ &= 0, 1 \quad \text{para } i = j, \end{aligned}$$

---

<sup>(1)</sup> De facto, pelos teoremas [I. 2. 6] e [I. 2. 4],

$$\begin{aligned} (\mathcal{A}F | \mathbf{H} | \mathcal{A}G) &= \frac{1}{N!} \sum_u \sigma_u (\mathbf{P}_u F | \mathbf{H} | \sum_v \sigma_v \mathbf{P}_v G) = \\ &= \frac{1}{N!} \sum_u (\mathbf{P}_u^{-1} \mathbf{P}_u F | \mathbf{P}_u^{-1} \mathbf{H} | \sigma_u \mathbf{P}_u^{-1} \sum_v \sigma_v \mathbf{P}_v G) = \\ &= \frac{1}{N!} \sum_u (F | \mathbf{H} | \sum_v \sigma_v \mathbf{P}_v G) = (F | \mathbf{H} | \sum_v \sigma_v \mathbf{P}_v G). \end{aligned}$$

então

$$(\mathcal{A} \varphi_1 \varphi_2 \varphi_3 \dots | \sum_i \mathbf{K}_i | \mathcal{A}' \varphi'_1 \varphi'_2 \varphi'_3 \dots) = \sum_i (\varphi_i | \mathbf{K} | \varphi'_i) Q_i$$

onde

$$Q_i = \frac{\Pi_k (\varphi_k | \varphi'_k)}{(\varphi_i | \varphi'_i)}$$

e também

$$\begin{aligned} (\mathcal{A} \varphi_1 \varphi_2 \varphi_3 \dots | \sum_{i>j} \mathbf{M}_{ij} | \mathcal{A}' \varphi'_1 \varphi'_2 \varphi'_3 \dots) = \\ = \sum_{i>j} [(\varphi_i \varphi'_i; \varphi_j \varphi'_j) - (\varphi_i \varphi'_j; \varphi_j \varphi'_i)] Q_{ij} \end{aligned}$$

onde

$$Q_{ij} = \frac{\Pi_k (\varphi_k | \varphi'_k)}{(\varphi_i | \varphi'_i) (\varphi_j | \varphi'_j)}$$

e

$$(\varphi_a \varphi_b; \varphi_c \varphi_d) = \iint \frac{\varphi_a^*(t_1) \varphi_b(t_1) \varphi_c^*(t_2) \varphi_d(t_2)}{r_{12}} dt_1 dt_2.$$

Estas propriedades permitem, assim, exprimir o cálculo dos integrais multidimensionais  $H_{ij}$  em termos de integrais dependendo das coordenadas de um e dois electrões.

Há, contudo, dois aspectos de enorme importância a considerar no caso presente:

1) O hamiltoniano  $\mathbf{H}$  comuta com os operadores totais de spin  $\mathbf{S}^2$  e  $\mathbf{S}_z$ , isto é

$$[\mathbf{H}, \mathbf{S}^2] = [\mathbf{H}, \mathbf{S}_z] = 0,$$

uma vez que o hamiltoniano utilizado não inclui qualquer termo dependente do spin. Nestas condições, é possível

provar (por exemplo, BOYS [5]) que, se as funções  $\Phi_i$  forem funções próprias dos operadores  $S^2$  e  $S_z$ , então

$$(\Phi_i | \mathbf{H} | \Phi_j) = 0$$

a não ser que  $\Phi_i$  e  $\Phi_j$  tenham valores próprios iguais relativamente a  $S^2$  e relativamente a  $S_z$ . O valor do integral não nulo é independente do valor próprio respeitante a  $S_z$ .

2) Para átomos, devido à simetria esférica, o hamiltoniano comuta também com os operadores  $L^2$  e  $L_z$  ([5], p. 134) que traduzem o momento orbital total, o que sugere que  $\Phi_i$  devem ser escolhidas de modo a serem também funções próprias destes operadores.

As funções  $\Phi_i$  que satisfazem a estas propriedades, são construídas como combinações lineares de determinantes de Slater, sendo as componentes  $\varphi_j(t_i)$  funções próprias dos operadores  $S_i^2$  e  $S_{iz}$ ,  $L_i^2$  e  $L_{iz}$  relativos ao electrão  $i$ . O processo de obtenção destas funções será explicado pormenorizadamente no capítulo II.

Pelo exposto, vê-se que o uso de tais funções simplifica enormemente o problema do cálculo de vectores e valores próprios, devido ao anulamento de grande número de elementos  $H_{ij}$ ; no entanto, o cálculo dos elementos não nulos torna-se bastante mais difícil. É este cálculo, quer teórico quer prático, que constitui o tema primordial deste trabalho.



## CAPÍTULO II

### ACOPLAMENTO DE VECTORES

Em [I.3] provou-se a existência de um conjunto de funções  $\varphi(m)$  que são funções próprias dos operadores  $\mathbf{I}^2$  e  $\mathbf{I}_z$  e podem ser obtidas por recorrência, usando os operadores  $\mathbf{I}^+$  e  $\mathbf{I}^-$ . Como exemplo, foi apresentado o conjunto de harmônicas esféricas  $Y^{l,m}(\theta, \varphi)$ .

Quando se consideram produtos de tais funções, dependendo de diferentes variáveis tais como  $\theta_1, \varphi_1$  e  $\theta_2, \varphi_2$ , é possível provar que se podem escolher determinadas combinações lineares desses produtos, de tal modo que sejam funções próprias angulares de  $\mathbf{L}^2$  e  $\mathbf{L}_z$  com  $\underline{\mathbf{L}} = \underline{\mathbf{L}}_1 + \underline{\mathbf{L}}_2$ . Por exemplo, a função

$$\begin{aligned} & \sqrt{\frac{1}{3}} Y^{2,2}(\theta_1, \varphi_1) Y^{1,-1}(\theta_2, \varphi_2) + \\ & + \sqrt{\frac{1}{6}} Y^{2,1}(\theta_1, \varphi_1) Y^{1,0}(\theta_2, \varphi_2) - \\ & - \sqrt{\frac{1}{2}} Y^{2,0}(\theta_1, \varphi_1) Y^{1,1}(\theta_2, \varphi_2) = \\ & = \sqrt{\frac{1}{3}} d^2 p^{-1} + \sqrt{\frac{1}{6}} d^1 p^0 - \sqrt{\frac{1}{2}} d^0 p^1 = \\ & = d p D^1 = \\ & = d p \Theta^{2,1} \end{aligned}$$

é uma função própria angular com  $L=2$  e  $M=1$ ; chama-se-lhe *função acoplada*. A construção de tal combinação linear é denominada *acoplamento de vectores*, recebendo os coeficientes o nome de *coeficientes de Wigner*.

A notação espectroscópica para as harmónicas esféricas é apresentada na segunda expressão, e a correspondente para funções acopladas na terceira. A quarta expressão introduz a notação usada no presente trabalho. As letras  $s, p, d, f, g, \dots$  são usadas para indicar as funções próprias do operador  $\underline{L}$  com  $l=0, 1, 2, 3, 4, \dots$ , respectivamente.

O processo de construção de combinações lineares que são funções próprias de somas de operadores angulares não é limitado a harmónicas esféricas, e aplica-se a quaisquer conjuntos próprios angulares, quer os correspondentes valores de  $l$  e  $m$  sejam inteiros ou semi-inteiros (teorema [I.3.2]), quer sejam já funções acopladas dependendo de mais de uma variável.

Os coeficientes de Wigner derivam, segundo um método independente, dos conjuntos próprios angulares considerados. O seu método de cálculo e as principais propriedades vão ser introduzidos pelos teoremas que se seguem:

**TEOREMA 1** — *Sejam  $A(m)$  e  $B(n)$  dois conjuntos próprios angulares dos operadores  $\underline{J}$  e  $\underline{K}$  respectivamente, com  $A(m)$  e  $\underline{J}$  dependentes de variáveis diferentes das de  $B(n)$  e  $\underline{K}$ . Sejam  $a$  e  $b$  os valores principais destes conjuntos próprios. Então, para  $a \geq b$  existe um conjunto de coeficientes  $C_i$  tais que*

$$D(a+m) = C_1 A(a) B(m) + C_2 A(a-1) B(m+1) + \dots \\ \dots + C_{b-m+1} A(a-b+m) B(b)$$

$$(1) \quad \mathbf{L}^+ D(M) \equiv (\mathbf{J}^+ + \mathbf{K}^+) D(M) = 0$$

$$(2) \quad \mathbf{L}_z D(M) = M D(M)$$

$$(3) \quad (D(M) \mid D(M)) = 1$$

$$(4) \quad C_i > 0$$

Para  $a < b$  existe também um conjunto de coeficientes  $C_i$  satisfazendo

$$D(b + m) = C_1 A(a) B(b - a + m) + \dots \\ \dots + C_{m+1-a} A(m) B(b)$$

e as relações (1), (2), (3) e (4).

DEMONSTRAÇÃO — Considere-se o caso  $a \geq b$ . Então

$$\mathbf{L}^+ D(a + m) = A(a) B(m + 1) (N_{b,m}^+ C'_1 + N_{a,a-1}^+ C'_2) + \\ + A(a - 1) B(m + 2) (N_{b,m+1}^+ C'_2 + N_{a,a-2}^+ C'_3) + \dots \\ \dots + A(a - b + m + 1) B(b) \cdot \\ \cdot (N_{b,b-1}^+ C'_{b-m} + N_{a,a-b+m}^+ C'_{b-m+1})$$

por aplicação do operador  $\mathbf{L}^+$  à expressão

$$D(a + m) = C'_1 A(a) B(m) + C'_2 A(a - 1) B(m + 1) + \dots \\ \dots + C'_{b-m+1} A(a - b + m) B(b).$$

Uma possível solução de  $\mathbf{L}^+ D(a + m) = 0$  pode ser obtida pondo  $C'_1 = 1$ , calculando  $C'_2$  de modo a satisfazer

$$N_{b,m}^+ C'_1 + N_{a,a-1}^+ C'_2 = 0,$$

calculando então  $C'_3$  a partir da relação

$$N_{b,m+1}^+ C'_2 + N_{a,a-2}^+ C'_3 = 0,$$

e assim sucessivamente. Dividindo estes valores  $C'_k$  por  $\sqrt{\sum_i C_i'^2}$ , os coeficientes obtidos  $C_k$  satisfazem a condição

$$(D(M) | D(M)) = 1.$$

É óbvio também que

$$L_z D(M) = M D(M)$$

e as condições do teorema são satisfeitas.

Os coeficientes  $C_k$  são únicos. Com efeito, os termos  $A(m) B(n)$  são ortogonais, sendo, por conseguinte, necessário o anulamento dos respectivos coeficientes na expressão

$$L^+ D(a + m) = 0.$$

O caso  $a < b$  pode demonstrar-se análogamente.

**TEOREMA 2**—*É possível obter a partir das funções  $D(M)$ , por intermédio do operador  $L^-$ , conjuntos próprios ortogonais de  $\underline{L}$  com*

$$L = (a+b), (a+b-1), \dots, |a-b|,$$

*os quais podem ser indicados por  $AB\Theta^{L,M}$ , com  $AB\Theta^{L,L} = D(L)$ . Estes conjuntos próprios angulares formam um sistema completo de funções para os produtos  $A(m) B(n)$ .*

DEMONSTRAÇÃO — De

$$L^2 D(M) = (L^- L^+ + L_z^2 + L_z) D(M) = M(M+1) D(M)$$

e

$$L_z D(M) = M D(M)$$

conclui-se que  $D(M)$  é a função *superior* de um conjunto próprio angular e, assim, todas as outras funções do mesmo conjunto podem ser obtidas por aplicação sucessiva do operador  $L^-$ .

Como a função inicial é normada, o mesmo sucede a todas as outras.

As funções que formam os conjuntos próprios angulares são também ortogonais, uma vez que correspondem a diferentes valores próprios de  $L^2$  ou de  $L_z$ .

O número total de funções obtidas é

$$\sum_{L=|a-b|}^{a+b} (2L+1) = (2a+1)(2b+1),$$

precisamente igual ao número de funções iniciais  $A(m) B(n)$ . É pois impossível obter mais do que  $(2a+1)(2b+1)$  combinações lineares ortonormadas, e o conjunto é completo.

Os coeficientes definidos pelo processo exposto são denominados *coeficientes de Wigner* e indicados por  $X(L, M, a, b, m)$  <sup>(1)</sup>. Deste modo tem-se

$$AB\Theta^{L,M} = \sum_m X(L, M, a, b, m) A(m) B(M-m)$$

(1) Estes coeficientes, também conhecidos na literatura científica por coeficientes de acoplamento de vectores ou coeficientes de Clebsch-Gordan, são usados em lugar dos coeficientes  $V$  de Racah e dos símbolos  $3-j$  de Wigner, que aliás gozam de maior simetria.

Utilizam-se diversas notações, como se pode ver em EDMONDS ([11], p. 52).

TEOREMA 3—Se  $A(m)$  e  $B(n)$  são dois conjuntos próprios angulares de  $(2a+1)$  e  $(2b+1)$  funções, respectivamente, e

$$AB\Theta^{L,M} = \sum_m X(L, M, a, b, m) A(m) B(M-m)$$

então

$$A(m) B(n) = \sum_L X(L, m+n, a, b, m) AB\Theta^{L, m+n}$$

é uma identidade a respeito dos coeficientes dos conjuntos  $A(m) B(n)$ .

DEMONSTRAÇÃO—Se  $A(m)$  e  $B(n)$  são dois conjuntos próprios angulares do teorema, existem coeficientes  $C_{L,M}$  tais que

$$A(m) B(n) = \sum_{L,M} C_{L,M} AB\Theta^{L,M},$$

visto  $AB\Theta^{L,M}$  formarem um conjunto completo. Assim, atendendo a que  $AB\Theta^{L,M}$  são funções ortonormadas,

$$\begin{aligned} C_{L',M'} &= (AB\Theta^{L',M'} | A(m) B(n)) = \\ &= \delta(M', m+n) X(L', m+n, a, b, m), \end{aligned}$$

o que prova a primeira parte do teorema.

Devido à ortogonalidade dos produtos  $A(m) B(n)$ , se se desenvolver a função  $AB\Theta^{L,M}$ , os coeficientes de cada  $A(m) B(n)$  são necessariamente os mesmos em ambos os membros da igualdade, e esta é uma identidade.

Os teoremas seguintes apresentam-nos algumas propriedades importantes de grande utilidade no capítulo imediato.

$$\text{TEOREMA 4} - AB\theta^{L, M} = (-1)^{a+b-L} BA\theta^{L, M}.$$

DEMONSTRAÇÃO — Por definição,  $AB\theta^{L, M}$  e  $BA\theta^{L, M}$  são funções normadas e completas para os produtos  $A(m) B(n)$ ; por isso, apenas podem diferir no sinal:

$$AB\theta^{L, M} = (-1)^k BA\theta^{L, M},$$

onde  $k$  é um inteiro independente de  $M$  <sup>(1)</sup>.

Considerando o caso  $M=L$  e admitindo  $a \geq b$ , tem-se

$$\begin{aligned} \sum_m X(L, L, a, b, m) A(m) B(L-m) &= \\ &= (-1)^k \sum_m X(L, L, b, a, n) B(n) A(L-n), \end{aligned}$$

donde

$$X(L, L, a, b, m') = (-1)^k X(L, L, b, a, n')$$

com  $m' + n' = L$ .

Em particular, para  $n'=b$ ,

$$X(L, L, a, b, L-b) = (-1)^k X(L, L, b, a, b),$$

e como  $X(L, L, b, a, b)$  é positivo por definição,  $k$  é determinado pelo sinal de  $X(L, L, a, b, L-b)$ . Contudo, pelo

---

<sup>(1)</sup> Basta operar com  $L^+$  e tem-se

$$AB\theta^{L, M+1} = (-1)^k BA\theta^{L, M+1}.$$

teorema 1, os  $X(L, L, a, b, m)$  têm, para valores consecutivos de  $m$ , sinais opostos, e como

$$X(L, L, a, b, a) > 0,$$

segue-se que o sinal de  $X(L, L, a, b, L-b)$  é dado por

$$(-1)^{a-(L-b)},$$

o que prova o teorema.

Para o caso  $b > a$ , poder-se-ia aplicar o mesmo argumento a  $BA\Theta^{L,M}$ .

$$\text{TEOREMA 5} - X(0, 0, l, l, m) = \frac{(-1)^{l-m}}{\sqrt{2l+1}}.$$

DEMONSTRAÇÃO -- Se  $l$  é o valor principal de  $A(m)$ , pode escrever-se

$$AA\Theta^{0,0} = \sum_m X(0, 0, l, l, m) A(m) A(-m)$$

por definição dos coeficientes de Wigner.

Aplicando o operador  $L^-$  tem-se

$$L^- AA\Theta^{0,0} = 0 = \sum_m (N_{l,m}^- X(0, 0, l, l, m) + \\ + N_{l,1-m}^- X(0, 0, l, l, m-1)) A(m-1) A(-m),$$

e então

$$N_{l,m}^- X(0, 0, l, l, m) + N_{l,1-m}^- X(0, 0, l, l, m-1) = 0.$$



Contudo,

$$\begin{aligned} N_{l,m}^- &\equiv \sqrt{l(l+l) - m(m-1)} = \\ &= \sqrt{l(l+1) - (1-m)(-m)} \equiv N_{l,1-m}^- \end{aligned}$$

e assim todos os coeficientes  $X(0,0,l,l,m)$  têm o mesmo valor absoluto e sinais opostos para consecutivos valores de  $m$ .

Como  $AA\Theta^{0,0}$  é uma função normada

$$\sum_m X^2(0,0,l,l,m) = 1,$$

logo

$$\left| X(0,0,l,l,m) \right| = \frac{1}{\sqrt{2l+1}}.$$

Mas,  $X(0,0,l,l,l)$  é positivo, por definição; então o sinal de  $X(0,0,l,l,m)$  é

$$(-1)^{l-m},$$

o que prova o teorema.

TEOREMA 6 —

$$X(L,M,a,b,m) = (-1)^{a+b-L} X(L,-M,a,b,-m).$$

DEMONSTRAÇÃO — Considere-se o caso  $a \geq b$ .

Por desenvolvimento de ambos os membros da equação

$$L^- AB\Theta^{L,M} = N_{L,M}^- AB\Theta^{L,M-1}$$

tem-se

$$\begin{aligned} & \sum_m \left( N_{a, m+1}^- X(L, M, a, b, m+1) + \right. \\ & \left. + N_{b, M-m}^- X(L, M, a, b, m) \right) A(m) B(M-m-1) = \\ & = \sum_m N_{L, M}^- X(L, M-1, a, b, m) A(m) B(M-1-m). \end{aligned}$$

Em particular, o coeficiente do termo com o menor valor de  $m$  é dado por

$$\begin{aligned} N_{L, M}^- X(L, M-1, a, b, m') = \\ & = N_{a, m'+1}^- X(L, M, a, b, m'+1) + \\ & \quad + N_{b, M-m'}^- X(L, M, a, b, m'), \end{aligned}$$

sendo nula uma das parcelas do segundo membro. Com efeito, se  $m'$  é o menor valor de  $m$  no desenvolvimento de  $AB\Theta^{L, M-1}$ , o termo de  $AB\Theta^{L, M}$  com menor valor de  $m$  será

$$X(L, M, a, b, m'+1) A(m'+1) B(-b)$$

quando  $m' = M + b - 1$ , ou

$$X(L, M, a, b, -a) A(-a) B(M+a)$$

quando  $m' = -a$ . Em qualquer dos casos, origina uma única contribuição para  $X(L, M-1, a, b, m')$  e nenhum outro termo de  $AB\Theta^{L, M}$  contribui para ele. Assim, uma vez que os coeficientes  $N_{l, m}^-$  são sempre positivos, os coeficientes de Wigner correspondentes aos menores valores possíveis de  $m$  nos desenvolvimentos de  $AB\Theta^{L, M}$  e de  $AB\Theta^{L, M-1}$  têm o mesmo sinal; pode portanto afirmar-se que o sinal do termo de  $AB\Theta^{L, M}$  para um  $L$  fixo e para o menor valor de  $m$  é independente de  $M$ .

Atendendo ao teorema 4, o sinal do último coeficiente  $X(L, L, a, b, L-b)$  de  $AB\Theta^{L,L}$  é dado por  $(-1)^{a+b-L}$ , e então os últimos coeficientes de  $AB\Theta^{L,M}$ , para todos os valores de  $M$ , têm esse mesmo sinal; em particular, o sinal de  $X(L, -L, a, b, -a)$ , último coeficiente de  $AB\Theta^{L,-L}$ , é dado por

$$(-1)^{a+b-L}.$$

De

$$L^- AB\Theta^{L,-L} = 0$$

tem-se

$$N_{b,-L+m}^- X(L, -L, a, b, -m) + N_{a,-m+1}^- X(L, -L, a, b, -m+1) = 0,$$

e de

$$L^+ AB\Theta^{L,L} = 0$$

vem

$$N_{b,L-m}^+ X(L, L, a, b, m) + N_{a,m-1}^+ X(L, L, a, b, m-1) = 0.$$

Como

$$(5) \quad N_{b,-L+m}^- = N_{b,L-m}^+ \quad e \quad N_{a,-m+1}^- = N_{a,m-1}^+,$$

então

$$\frac{X(L, L, a, b, m)}{X(L, -L, a, b, -m)} = \frac{X(L, L, a, b, m-1)}{X(L, -L, a, b, -m+1)} = k$$

e a condição de normalização

$$\sum_m X^2(L, L, a, b, m) = \sum_m X^2(L, -L, a, b, -m) = 1$$

impõe

$$k = \pm 1.$$

Viu-se já que o sinal de  $X(L, -L, a, b, -a)$  é  $(-1)^{a+b-L}$ , e o sinal de  $X(L, L, a, b, a)$  é positivo por definição; então

$$(6) \quad X(L, L, a, b, m) = (-1)^{a+b-L} X(L, -L, a, b, -m).$$

Comparando os desenvolvimentos de  $L^- AB\theta^{L, L}$  e  $L^+ AB\theta^{L, -L}$  e usando as relações (5) e (6), prova-se que

$$\begin{aligned} X(L, L-1, a, b, m) &= \\ &= (-1)^{a+b-L} X(L, -L+1, a, b, -m), \end{aligned}$$

e análogamente para outros valores de  $M$ .

### CAPÍTULO III

#### REACOPLOAMENTO DE VECTORES. ACOPLAMENTO TRANSVERSO

O presente capítulo descreve a teoria que serve de base ao cálculo das fórmulas de redução de integrais de Schrödinger envolvendo funções acopladas. O método é geral e, por conseguinte, pode ser aplicado a qualquer integral desse tipo. Porém, devido à sua complexidade, destina-se aos integrais mais complicados, uma vez que os mais simples são usualmente calculados por métodos particulares e mais práticos.

É de especial interesse notar que apenas são necessários seis teoremas para estabelecer o método. Este permite, como será visto no capítulo IV, o uso de máquinas automáticas, o que muito facilita a sua aplicação prática.

É conveniente apresentar sob a forma de um teorema, embora conhecido e em certa medida óbvio, a existência dos denominados *coeficientes de reacoplamento de vectores* ou *coeficientes de Racah*:

TEOREMA 1 — *Se os coeficientes  $U$  são definidos pela relação*

$$U \begin{pmatrix} a & b & c & d \\ e & f & & \end{pmatrix} = \sum_{m_1, m_2} X(d, d, e, c, m_2) X(e, m_2, a, b, m_1) \cdot X(f, d - m_1, b, c, m_2 - m_1) X(d, d, a, f, m_1),$$

então

$$A B \Theta^e C \Theta^{L, M} = \sum_f A (B C \Theta^f) \Theta^{L, M} U \begin{pmatrix} a & b & c & L \\ e & f & & \end{pmatrix},$$

onde  $A, B, C$  são, respectivamente, quaisquer conjuntos de  $(2a+1)$ ,  $(2b+1)$ ,  $(2c+1)$  funções.

DEMONSTRAÇÃO — Sejam  $A, B, C$  conjuntos próprios angulares; então as funções  $A B \Theta^e C \Theta^{L, M}$  formam um sistema completo para os produtos  $A(m_a) B(m_b) C(m_c)$ , e  $A(B C \Theta^f) \Theta^{L, M}$  pode exprimir-se em termos delas.

Devido à ortogonalidade, os coeficientes são

$$(2) \quad (A B \Theta^e C \Theta^{L, M} | A (B C \Theta^f) \Theta^{L, M}) = U \begin{pmatrix} a & b & c & L \\ e & f & & \end{pmatrix}$$

e daí a expressão (1) do teorema.

A definição dos coeficientes de Wigner e o teorema [II.3] permitem escrever

$$\begin{aligned} A B \Theta^e C \Theta^{L, M} &= \sum_{m_2} X(L, M, e, c, m_2) A B \Theta^{e, m_2} C(M - m_2) = \\ &= \sum_{m_1, m_2} X(L, M, e, c, m_2) X(e, m_2, a, b, m_1) \cdot \\ &\quad \cdot A(m_1) B(m_2 - m_1) C(M - m_2) = \\ &= \sum_{m_1, m_2} X(L, M, e, c, m_2) X(e, m_2, a, b, m_1) \cdot \\ &\quad \cdot \sum_f X(f, M - m_1, b, c, m_2 - m_1) A(m_1) B C \Theta^{f, M - m_1} = \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &= \sum_{m_1, m_2} X(L, M, e, c, m_2) X(e, m_2, a, b, m_1) \\
 &\quad \cdot \sum_{f, L} X(f, M - m_1, b, c, m_2 - m_1) \\
 &\quad \cdot X(L, M, a, f, m_1) A(BC\Theta^f) \Theta^{L, M}.
 \end{aligned}$$

A substituição desta expressão em (2) e a ortogonalidade das funções acopladas demonstram o teorema.

TEOREMA 2 (1) — Se  $\underline{L}$  é um conjunto de operadores angulares, o mesmo sucede a

$$\bar{\underline{L}} = -\underline{L}^*.$$

DEMONSTRAÇÃO — Para qualquer função  $f$ , tem-se

$$\begin{aligned}
 & [(-\underline{L}_x^*) (-\underline{L}_y^*) - (-\underline{L}_y^*) (-\underline{L}_x^*)] f^* = \\
 &= \underline{L}_x^* (\underline{L}_y f)^* - \underline{L}_y^* (\underline{L}_x f)^* = [(\underline{L}_x \underline{L}_y - \underline{L}_y \underline{L}_x) f]^* = \\
 &= -i \underline{L}_z^* f^*
 \end{aligned}$$

e, análogamente, as outras componentes de  $\bar{\underline{L}}$  satisfazem as propriedades comutativas que definem operadores angulares.

NOTAÇÃO — É conveniente, por vezes, utilizar a notação seguinte:

$$(F | G) = \int F^*(t_i) G(t_i) dt_i =$$

---

(1) Ver Boys [4].

$$= \int \mathbf{P} \begin{pmatrix} t_1 \\ t'_1 \end{pmatrix} F^*(t_1) G(t'_1) dt_1 \equiv \\ \equiv ( \| F^*(t_1) G(t'_1) ) .$$

Esta notação permite definir o conjunto de operadores angulares  $\underline{\mathbf{K}} = \underline{\mathbf{L}}' - \underline{\mathbf{L}}^*$ , onde  $\underline{\mathbf{L}}$  e  $\underline{\mathbf{L}}'$  designam operadores angulares dependendo, exactamente do mesmo modo, das variáveis  $t_1$  e  $t'_1$ , respectivamente. Este conjunto de operadores conduz ao teorema seguinte, que foi provado por BOYS [4] para um caso mais particular:

TEOREMA 3 — Sendo  $\underline{\mathbf{K}} = \underline{\mathbf{L}}' - \underline{\mathbf{L}}^*$  e  $G$  uma função qualquer das variáveis  $t_1$  e  $t'_1$ , então

$$(\underline{\mathbf{K}} \| G) = 0 .$$

Se  $F^{L,M}(t_1, t'_1)$  é um conjunto próprio angular de  $\underline{\mathbf{K}}$ , então

$$(\| F^{L,M}) = 0 ,$$

a não ser que  $L = M = 0$ .

DEMONSTRAÇÃO — Admitindo que uma função de dois conjuntos de variáveis pode sempre exprimir-se como uma combinação linear de produtos de duas funções, cada uma dependendo de seu conjunto (COURANT e HILBERT [10]), tem-se

$$G = \mathcal{L} G_1^*(t_1) G_2(t'_1) ,$$

designando deste modo uma combinação linear de termos cuja forma geral se indica depois do símbolo  $\mathcal{L}$ .



Assim,

$$\begin{aligned}
 (\underline{\mathbf{K}} \parallel \mathbf{G}) &= \mathcal{L}(\underline{\mathbf{K}} \parallel G_1^*(t_1) G_2(t'_1)) = \\
 &= \mathcal{L}(\parallel -(\underline{\mathbf{L}} G_1)^* G_2 + G_1^*(\underline{\mathbf{L}} G_2)) = \\
 &= \mathcal{L}((- \underline{\mathbf{L}} G_1 \mid G_2) + (G_1 \mid \underline{\mathbf{L}} G_2)) = \\
 &= \mathcal{L}(G_1 \mid \underline{\mathbf{L}} - \underline{\mathbf{L}} \mid G_2) = \\
 &= 0.
 \end{aligned}$$

Por outro lado, se  $L \neq 0$ , tem-se

$$L(L+1) F^{L, M} = \mathbf{K}^2 F^{L, M}$$

e

$$(\parallel F^{L, M}) = \frac{1}{L(L+1)} (\mathbf{K}^2 \parallel F^{L, M}) = 0,$$

o que prova a segunda parte do teorema.

TEOREMA 4<sup>(1)</sup> — Se  $\bar{A}(m) = i^{2m} A^*(-m)$ , então  $\bar{A}(m)$  são funções próprias de  $\bar{\mathbf{L}} = -\underline{\mathbf{L}}^*$ .

É válida também a relação

$$A B \bar{\Theta}^{L, M} = \bar{B} \bar{A} \Theta^{L, M}.$$

---

(1) Ver Boys [4].

DEMONSTRAÇÃO — Por definição de  $\bar{\mathbf{L}}$ ,

$$\begin{aligned}\bar{\mathbf{L}}_z \bar{\mathbf{A}}(m) &= -\mathbf{L}_z^* i^{2m} \mathbf{A}^*(-m) = -i^{2m} [\mathbf{L}_z \mathbf{A}(-m)]^* = \\ &= m i^{2m} \mathbf{A}^*(-m) = m \bar{\mathbf{A}}(m).\end{aligned}$$

Anàlogamente se verificaria que

$$\bar{\mathbf{L}}^2 \bar{\mathbf{A}}(m) = l(l+1) \bar{\mathbf{A}}(m).$$

Tem-se também

$$\begin{aligned}\bar{\mathbf{L}}^\pm \bar{\mathbf{A}}(m) &= -i^{2m} [(\mathbf{L}_x \mp i\mathbf{L}_y) \mathbf{A}(-m)]^* = \\ &= N_{a, -m}^\mp i^{2m+2} \mathbf{A}^*(-m \mp 1) = \\ &= N_{a, m}^\pm \bar{\mathbf{A}}(m \pm 1)\end{aligned}$$

e, assim, as funções  $\bar{\mathbf{A}}(m)$  constituem um conjunto próprio angular de  $\bar{\mathbf{L}} = -\mathbf{L}^*$ .

Usando a simetria dos coeficientes de Wigner (teoremas [II.6] e [II.4]), segue-se que

$$\begin{aligned}A B \bar{\Theta}^{L, M} &= i^{2M} A^* B^* \Theta^{L, -M} = \\ &= \sum_m i^{2M} X(L, -M, a, b, m) A^*(m) B^*(-M-m) = \\ &= \sum_m (-1)^{a+b-L} X(L, M, a, b, -m) \bar{\mathbf{A}}(-m) \bar{\mathbf{B}}(M+m) = \\ &= (-1)^{a+b-L} \bar{\mathbf{A}} \bar{\mathbf{B}} \Theta^{L, M} = \bar{\mathbf{B}} \bar{\mathbf{A}} \Theta^{L, M},\end{aligned}$$

o que prova o teorema.

TEOREMA 5 — Se  $F$  e  $G$  são conjuntos próprios angulares do operador  $\underline{L}$  com valor principal  $L$ , então, qualquer que seja  $M$ , tem-se

$$i^{2L} \sqrt{2L + 1} (F(M) | \mathbf{H} | G(M)) = (\mathbf{H} || \bar{F}G) \Theta_{\bar{F}G}^{0,0}.$$

DEMONSTRAÇÃO — Considerando o segundo membro da expressão dada no teorema, tem-se

$$\begin{aligned} (\mathbf{H} || \bar{F}G) \Theta_{\bar{F}G}^{0,0} &= \sum_m X(0,0,L,L,m) i^{2m} (\mathbf{H} || F^*(-m) G(-m)) = \\ &= (F(m) | \mathbf{H} | G(m)) f(L), \end{aligned}$$

uma vez que o integral é independente do valor de  $m$  (teorema [I.4]) e onde  $f(L)$  designa

$$\sum_m X(0,0,L,L,m) i^{2m} = i^{2L} \sqrt{2L + 1},$$

pelo teorema [II.5].

Note-se que, no caso de  $F$  e  $G$  serem conjuntos próprios angulares dos operadores  $\underline{L}$  e  $\underline{S}$  com valores principais  $L$  e  $S$ , respectivamente, então, qualquer que seja  $M_L$  e  $M_S$ , o teorema afirma que

$$\begin{aligned} i^{2(L+S)} \sqrt{(2L+1)(2S+1)} (F(M_L, M_S) | \mathbf{H} | G(M_L, M_S)) = \\ = (\mathbf{H} || \bar{F}G) \Theta_{\bar{F}G}^{0,0,0,0}. \end{aligned}$$

Assim, um *integral acoplado*  $(F | \mathbf{H} | G)$  é transformado numa forma que, à primeira vista, poderá parecer mais

complicada. Todavia, tem a vantagem de todos os acoplamentos estarem encadeados, terminando num acoplamento *superior*, o que permite fazer mais alterações na ordem dos acoplamentos, misturando as componentes das funções F e G até que as funções das mesmas coordenadas estejam acopladas directamente. Este facto será apresentado no próximo teorema, onde, por conveniência, se usará  $\Theta^0$  em vez de  $\Theta^{0,0,0,0}$  para designar o acoplamento *final* com  $L = M = S = U = 0$ .

**TEOREMA 6** — *Se num integral ocorrer a sequência  $FG\Theta^T H\Theta^L$ , onde F, G, H podem ser funções próprias angulares já acopladas ou não do tipo  $\bar{A}(t)$  ou  $A(t')$ , então é possível a mudança de forma*

$$\begin{aligned} & (\mathbf{Q} \parallel \dots FG\Theta_{F,G}^T \mathbf{H} \Theta_{FG,H}^{L,S} \dots \Theta^0) = \\ & = \sum_{L_V, S_V} U \begin{pmatrix} L_F & L_G & L_H & L \\ & L_T & L_V & \end{pmatrix} U \begin{pmatrix} S_F & S_G & S_H & S \\ & S_T & S_V & \end{pmatrix} . \\ & \cdot (\mathbf{Q} \parallel \dots F(GH\Theta_{GH}^V) \Theta_{F,GH}^{L,S} \dots \Theta^0) . \end{aligned}$$

Se  $\mathbf{Q}_{12}$  é a parte de  $\mathbf{Q}$  dependendo das variáveis  $t_1$  e  $t_2$ , este integral pode ser transformado em combinações lineares da forma

$$\begin{aligned} & \mathcal{L}(\mathbf{Q}_{12} \parallel a(t_1) a'(t'_1) \Theta^{L,S} b(t_2) b'(t'_2) \Theta^{L,S} . \\ & \cdot c(t_3) \cdot c'(t'_3) \Theta^0 \dots \Theta^0) = \\ & = \mathcal{L}(\mathbf{Q}_{12} \parallel a(t_1) a'(t'_1) \Theta^{L,S} b(t_2) b'(t'_2) \Theta^{L,S}) \Theta^0 . \\ & \cdot (c(m, u) \mid c'(m, u)) \dots \end{aligned}$$

DEMONSTRAÇÃO — A demonstração deste teorema é imediata. De facto, a primeira expressão é consequência directa do teorema 1, e a segunda, resulta de aplicações sucessivas dessa primeira expressão. O facto de surgirem unicamente termos da forma  $c(t_3) c'(t'_3) \Theta^0$  é devido a que, noutras circunstâncias, ter-se-ia

$$( || cc \Theta^{L, S, m_L, m_S} ) = 0 ,$$

como mostra o teorema 3. A repetição da expressão na forma quântica usual, põe em evidência a simplicidade dos integrais finais.

Note-se que a última expressão não é mais do que uma combinação linear de integrais dependendo das coordenadas de dois electrões, visto que os integrais do tipo  $(c | c)$  são iguais a 0 ou a 1, para um sistema ortonormado de funções elementares.

O facto de se dar especial relevo aos operadores dependendo das coordenadas de dois electrões é devido a que  $\mathbf{H}$  não é mais do que a soma de operadores desse tipo e de operadores dependendo das coordenadas de um só electrão. Quanto a estes, não oferecem dificuldades de maior, dando origem a combinações lineares da forma

$$\begin{aligned} & \mathcal{L} (\mathbf{Q}_1 || a(t_1) a'(t'_1) \Theta^0 b(t_2) b'(t'_2) \Theta^0 \dots \Theta^0) = \\ & = \mathcal{L} (\mathbf{Q}_1 || a(t_1) a'(t'_1)) \Theta^0 (b(m, u) | b'(m, u)) \dots \end{aligned}$$

onde  $\mathbf{Q}_1$  é a parte de  $\mathbf{Q}$  dependendo do electrão 1.

É de frisar que, até ao presente, apenas era conhecido um método geral de redução de integrais acoplados (BOYS [3], [4], [5]), que não permitia o uso de calculadores electrónicos ou, pelo menos, não era fácil a sua aplicação.

O esquema de RACAII ([18] [19]) aplica-se unicamente ao caso diagonal, e o uso de operadores de projecção, viável em casos particulares, torna-se de difícil, senão impossível aplicação ao caso presente, em que surgem acoplamentos sucessivos.

O método agora exposto é de aplicação complicada; contudo, tem o mérito de ser adequado ao uso de máquinas de calcular, conforme já se referiu e se tornará claro no capítulo IV. A vantagem prática deste novo método é portanto enorme, visto o cálculo de qualquer integral acoplado ser mais rápido, não depender de cálculos anteriores, nem de tabelas previamente elaboradas.

## CAPÍTULO IV

### CÁLCULO PRÁTICO DE INTEGRAIS ACOPLADOS

#### 1. Introdução

A base teórica do método de redução de integrais acoplados multidimensionais a integrais envolvendo as coordenadas de um ou dois electrões foi apresentada no capítulo III. Designe-se um desses integrais por

$$I \equiv (\overbrace{a_1 a_2 a_3 a_4 \dots} \mid \mathbf{H} \mid \overbrace{b_1 b_2 b_3 b_4 \dots})$$

onde  $a_1, a_2, a_3, a_4, \dots, b_1, b_2, b_3, b_4, \dots$  são *funções básicas* e  $\overbrace{a_i a_j}$  indica uma *função composta* construída a partir dos conjuntos próprios angulares  $a_i$  e  $a_j$  pelo método descrito no capítulo II.

O método de redução referido pode esquematizar-se como se segue:

a) Todas as funções complexas  $a_i^*$  são substituídas pelas funções correspondentes  $\bar{a}_i$  e ambos os lados do integral são acoplados.

Pelos teoremas [III-4] e [III-5], tem-se:

$$I = C (\overbrace{\bar{a}_1 \bar{a}_2 \bar{a}_3 \bar{a}_4 \dots} \mid \mathbf{H} \mid \overbrace{b_1 b_2 b_3 b_4 \dots}) \equiv \\ \equiv C I_1,$$

onde os valores principais do acoplamento superior (ou transverso) são iguais a zero e  $C$  é o coeficiente correspondente, cujo cálculo será descrito no § 3.

b) A ordem de acoplamento é alterada sucessivamente até que as funções de cada electrão estejam acopladas entre si. Assim,

$$I = \left( \mathbf{H} \left| \begin{array}{c} \bar{a}_1 \\ b_1 \end{array} \right. \begin{array}{c} \bar{a}_2 \\ b_2 \end{array} \begin{array}{c} \bar{a}_3 \\ b_3 \end{array} \begin{array}{c} \bar{a}_4 \\ b_4 \end{array} \dots \right) \Theta_{12}^0 \Theta_{12,3}^0 \dots \Theta^0 \equiv \\ \equiv \mathcal{L} I_2,$$

onde  $\left. \begin{array}{c} \bar{a}_i \\ b_i \end{array} \right)$  designa também um acoplamento envolvendo os conjuntos  $\bar{a}_i$  e  $b_i$  e  $\mathcal{L}$  designa uma combinação linear de todos os integrais do tipo cuja expressão se lhe segue, integrais esses que diferem apenas nos valores principais dos acoplamentos  $\left. \begin{array}{c} \bar{a}_i \\ b_i \end{array} \right)$ . Estes acoplamentos  $\left. \begin{array}{c} \bar{a}_i \\ b_i \end{array} \right)$  são ainda acoplados entre si com valor principal nulo, conforme se mostra na expressão  $I_2$ .

c) Os integrais  $I_2$  são finalmente reduzidos a integrais dependendo unicamente das coordenadas de um ou dois electrões, de acordo com o teorema [III-6], sendo efectuada a integração a respeito das variáveis angulares. Uma descrição pormenorizada será apresentada no § 6.

Por conveniência de exposição, os integrais do tipo  $I_1$  são denominados *integrais horizontais*, e os do tipo  $I_2$  *integrais verticais*.

Os processos indicados nas alíneas a) e c) são triviais; contudo, tal não sucede com o da alínea b). Para este, foi obtido um método de alteração da ordem de acoplamento. Consiste em definir operações - tipo (§ 4) que, aplicadas sis-



tematicamente, conduzem a qualquer ordem de acoplamento previamente estabelecida. É este facto que permite o uso de máquinas automáticas de calcular na redução de integrais acoplados.

A ordem pela qual as operações-tipo são aplicadas é descrita no § 5. Códigos para os integrais acoplados são apresentados no § 2, e diagramas com as operações principais são incluídos no § 7. Estes são de grande utilidade na programação do cálculo para qualquer computador electrónico. Aliás, na exposição que se segue, tem-se sempre em vista o uso dessas máquinas automáticas, sem as quais os integrais acoplados complicados continuariam a ser praticamente impossíveis de calcular.

## 2. Códigos para integrais acoplados.

A utilização de máquinas automáticas para o cálculo de integrais acoplados implica, em primeiro lugar, a necessidade de utilização de códigos numéricos para especificar na máquina o integral cujo cálculo se pretende fazer.

A representação que se segue não é única e nem sequer se pretendeu escolher a melhor. Para evitar qualquer ambiguidade, especificam-se as funções básicas  $a_1, a_2, a_3, a_4, \dots, b_1, b_2, b_3, b_4, \dots$ , a ordem pela qual são acopladas e os respectivos valores principais.

Com o fim de facilitar a exposição, considere-se o caso particular do integral acoplado

$$(s d D^3 p P^2 | \mathbf{H} | s d D^3 p P^2),$$

paralelamente ao caso geral.

Cada função básica  $a_i$  é considerada como o produto de uma harmónica esférica e de uma função de spin, correspondendo-lhe, por conseguinte, dois valores principais  $l_{a_i}$  e  $s_{a_i}$ . Estes valores são duplicados no presente código, de

modo a evitar o uso de semi-inteiros. Assim, as funções básicas são especificadas pela *lista básica*

$$2l_{a_1}, 2s_{a_1}, 2l_{a_2}, 2s_{a_2}, \dots, 2l_{b_1}, 2s_{b_1}, 2l_{b_2}, 2s_{b_2}, \dots,$$

onde os valores de spin seguem sempre os correspondentes valores orbitais.

Para o exemplo considerado, a lista básica será

$$0, 1, 4, 1, 2, 1, 0, 1, 4, 1, 2, 1,$$

onde

0, 1 especifica a função s, para a qual  $l = 0$  e  $s = 1/2$ ;  
 4, 1 especifica a função d, para a qual  $l = 2$  e  $s = 1/2$ ;  
 2, 1 especifica a função p, para a qual  $l = 1$  e  $s = 1/2$ ;  
 etc.

Para designar a ordem pela qual as funções básicas estão acopladas, uma outra lista — *o título* — é construída por pares de números, cada par indicando um acoplamento e os seus elementos designando os conjuntos nele envolvidos.

Atendendo a que cada função básica é considerada como produto de uma função espacial por uma função de spin, associa-se com cada uma destas um número — a ordem pela qual o seu valor principal surge na lista básica — que é usado no título para as especificar.

Para funções compostas consideram-se os números

$$(2n + 1), (2n + 3), (2n + 5), \dots$$

associados com os acoplamentos referentes ao primeiro, ao segundo, ao terceiro, ... pares do título, onde  $2n$  é o número de valores da lista básica.

Assim, para o exemplo referido, o título será:

1,3; 2,4; 13,5; 15,6; 7,9; 8,10; 21,11; 23,12;

o primeiro par 1,3 significa que a função cujo valor principal surge em primeiro lugar na lista básica é acoplada com a função cujo valor principal surge em terceiro lugar. Por outras palavras, 1,3 designa o acoplamento entre as partes espaciais das primeiras funções  $s$  e  $d$ . Anàlogamente, o par 2,4 significa que os spins das mesmas funções  $s$  e  $d$  estão acoplados entre si. O par 13,5 significa que a função especificada pelo número 13 está acoplada com a função especificada pelo número 5. Como a lista básica tem apenas 12 elementos, 13 ( $= 2n + 1$ ) especifica a função composta designada pelo primeiro par (1,3) do título, e, assim, 13,5 designa o acoplamento entre as partes orbitais das primeiras funções  $D^3$  e  $p$ . Do mesmo modo, o par 15,6 designa o acoplamento envolvendo as funções compostas indicadas pelo segundo par do título e a função básica cujo valor principal é sexto na lista básica, isto é, 15,6 significa que os spins das mesmas funções  $D^3$  e  $p$  estão acoplados entre si. E anàlogamente para os outros pares do título.

Finalmente, os valores principais correspondentes às funções compostas são dados por um *código auxiliar* onde, como anteriormente, esses valores são duplicados. A ordem pela qual surgem é a seguinte: o primeiro valor corresponde à função  $(2n + 1)$ , isto é, corresponde à função acoplada especificada pelo primeiro par de números do título; o segundo valor do código auxiliar corresponde à função  $(2n + 3)$ , isto é, à função composta especificada pelo segundo par de números do título, e assim sucessivamente.

Para o exemplo considerado, o código auxiliar será:

4, 2, 2, 1, 4, 2, 2, 1;

4 designa o valor principal da função referente ao primeiro par (1,3) do título, que é 2; 2 do código auxiliar indica que

o valor principal do segundo acoplamento (2,4) é 1. Assim, estes dois valores 4,2 especificam que a função obtida por acoplamento das funções  $s$  e  $d$  dadas é uma função  $D^3$ .

Do mesmo modo, os valores seguintes 2,1 do código auxiliar indicam que as funções designadas pelos pares (13,5) e (15,6) no título têm valores principais 1 e  $1/2$ , respectivamente, isto é, a função  $D^3$  e  $p$  estão acopladas dando origem a uma função  $P^2$ . Anàlogamente para os outros valores do código auxiliar.

Assim, uma lista básica, um título e um código auxiliar especificam qualquer integral acoplado.

Durante o processo de redução, o integral dado origina uma combinação linear de integrais envolvendo as mesmas funções básicas, acopladas pela mesma ordem, embora com valores principais diferentes. Para este caso, uma lista básica e um título são especificados como anteriormente, mas é necessária uma lista de códigos auxiliares, cada um destes associado com um coeficiente. O conjunto, um coeficiente e o seu código auxiliar correspondente, representam um termo da combinação linear.

O caso de um único integral acoplado pode, evidentemente, ser incluído no caso geral, associando o coeficiente 1 ao único código auxiliar existente.

É conveniente iniciar cada código auxiliar por dois números, denominados *números de exclusão*. Pelo teorema [III-6] os integrais verticais não nulos não podem ter mais do que dois acoplamentos verticais entre funções

básicas (do tipo  $\left. \begin{matrix} a_i \\ b_i \end{matrix} \right)$ ) com valores principais diferentes de

zero. Os números de exclusão são usados para especificar esses acoplamentos verticais com valores principais não nulos. A vantagem da sua utilização é, como o seu nome indica, permitir a exclusão de integrais da lista de códigos auxiliares (cujo valor é igual a zero) sem ser necessário efectuar o seu cálculo.

Por conveniência prática, para o cálculo de um dado integral  $I$ , o integral  $I_1$  correspondente é dado em código com os acoplamentos superiores: orbital e spin (ambos com valores principais nulos) acoplados; o cálculo do coeficiente correspondente — *coeficiente inicial* — é descrito no § 3.

Assim, para o exemplo considerado

$$(s d D^3 p P^2 | \mathbf{H} | s d D^3 p P^2),$$

devem ser dados os códigos seguintes:

a lista básica

$$0, 1, 4, 1, 2, 1, 0, 1, 4, 1, 2, 1,$$

o título

$$1, 3; 2, 4; 13, 5; 15, 6; 7, 9; 8, 10; 21, 11;$$

$$23, 12; 17, 25; 19, 27; 29, 31;$$

e o código auxiliar

$$0, 0, 4, 2, 2, 1, 4, 2, 2, 1, 0, 0, 0.$$

Os dois zeros iniciais do código auxiliar serão substituídos, durante o processo de redução, pelos números de exclusão; são aqui introduzidos apenas por conveniência prática.

A representação indicada não é única e outras podem ser utilizadas para especificar o mesmo integral; por exemplo:

$$1, 3; 2, 4; 7, 9; 8, 10; 13, 5; 15, 6; 17, 11; 19, 12;$$

$$21, 25; 23, 27; 29, 31;$$

para o título e

$$0, 0, 4, 2, 4, 2, 2, 1, 2, 1, 0, 0, 0$$

para o código auxiliar.

Para tornar mais claro como o código total é construído, considere-se outro exemplo.

O integral acoplado

$$((dd) P^3 (dd) P^3 S^1 | \mathbf{H} | (dd) P^3 (ff) P^3 S^1)$$

pode ser representado pela lista básica

$$4, 1, 4, 1, 4, 1, 4, 1, 4, 1, 4, 1, 6, 1, 6, 1,$$

pelo título

$$1, 3; 2, 4; 5, 7; 6, 8; 17, 21; 19, 23; 9, 11; 10, 12; \\ 13, 15; 14, 16; 29, 33; 31, 35; 25, 37; 27, 39; 41, 43;$$

e pelo código auxiliar

$$0, 0, 2, 2, 2, 2, 0, 0, 2, 2, 2, 2, 0, 0, 0, 0, 0.$$

### 3. O coeficiente inicial.

Como foi referido, o primeiro passo na redução de um integral acoplado consiste no cálculo do coeficiente  $C$  da expressão

$$I = (A \Theta^{*L, S, M, U} | \mathbf{H} | B \Theta^{L, S, M, U}) = \\ = C (\bar{A} \Theta^{L, S} | \mathbf{H} | B \Theta^{L, S}) \Theta_{AB}^0 \equiv C I_1;$$

$A$  e  $B$  designam as funções acopladas construídas a partir das funções básicas  $a_i$  e  $b_i$ , respectivamente, por acoplamentos sucessivos, e  $I_1$  é o integral horizontal correspondente a  $I$ .

Uma vez que o valor de  $I$  é independente de  $M$  e  $U$ , tem-se:

$$I = (A \Theta^{*L, S, L, S} | \mathbf{H} | B \Theta^{L, S, L, S})$$

e também (teorema [III-4])

$$I = i^{2L} i^{2S} (A \bar{\Theta}^{L, S, -L, -S} | \mathbf{H} | B \Theta^{L, S, L, S}).$$

Por analogia com o caso de dois conjuntos próprios (teorema [III-4])

$$\begin{aligned} a b \bar{\Theta}^{L, M} &= \bar{b} \bar{a} \Theta^{L, M} = (-1)^{l_a + l_b - L} \bar{a} \bar{b} \Theta^{L, M} \equiv \\ &\equiv (-1)^\Delta \bar{a} \bar{b} \Theta^{L, M}, \end{aligned}$$

tem-se para o caso geral

$$A \bar{\Theta}^{L, S, -L, -S} = (-1)^{\sum_i \Delta_i} \bar{A} \Theta^{L, S, -L, -S},$$

onde  $\bar{A} \Theta$  designa a função acoplada obtida a partir dos  $\bar{a}_i$  tal como  $A \Theta$  de  $a_i$  e onde o somatório  $\sum_i$  se refere a todos os pares acoplados em A.

Assim, tem-se

$$I = (-1)^{\sum_i \Delta_i} i^{2(L+S)} (\bar{A} \Theta^{L, S, -L, -S} | \mathbf{H} | B \Theta^{L, S, L, S})$$

e, pelo teorema [III-5],

$$I = (-1)^{\sum_i \Delta_i} \frac{i^{2L+6S}}{\sqrt{(2L+1)(2S+1)}} (\bar{A} \Theta^{L, S} | \mathbf{H} | B \Theta^{L, S}) \Theta_{\bar{A} B}^{0, 0, 0, 0},$$

donde

$$C = (-1)^{\sum_i \Delta_i} i^{2L+6S} [(2L+1)(2S+1)]^{-1/2}.$$

Na prática, é conveniente considerar  $C$  como o produto  $C'' C'$  com

$$C' = C \prod_r \chi_r,$$

onde

$$\chi_r = [(2l_r + 1)(2s_r + 1)]^{1/2} i^{2(l_r + s_r)}$$

para todas as funções  $a_r$  usadas em  $A$ .

Assim

$$I = C'' C' I_1$$

e, em primeiro lugar, calcular-se-á  $C' I_1$ ; após isso, obtém-se  $I$  por multiplicação do resultado por  $C''$ .

Note-se que  $\chi_r$  é precisamente (§ 6) o valor do integral

$$(\bar{a}_r | a_r) \Theta^{0,0},$$

que surge no desenvolvimento final dos integrais verticais em termos dos integrais dependendo das coordenadas de um e dois electrões (teorema [III-6]).

#### 4. Operações-tipo.

Este parágrafo descreve as alterações de ordem de acoplamento que constituem as operações-tipo; posteriormente mostrar-se-á que, por aplicações sucessivas destas, é possível obter uma combinação linear de integrais verticais para qualquer integral horizontal.

O método consiste em aplicar operações-tipo em sucessão até que seja obtido o acoplamento (pretendido no integral final) envolvendo um par de funções básicas  $a_i b_i$  previamente seleccionado. Um novo par  $a_j b_j$  é então escolhido e o processo repetido, terminando esta sucessão de operações quando se tenham obtido todos os acoplamentos pretendidos.



Note-se que o integral foi transformado num conjunto de funções acopladas indistintamente de estas serem funções próprias de  $\underline{L}$  ou de  $\underline{S}$ . Por conveniência, descrever-se-ão todas as mudanças como correspondendo a funções próprias de  $\underline{L}$ , uma vez que o processo de alteração de ordem de acoplamento não depende da natureza dessas funções.

A importância principal do método é baseada no facto de haver apenas três tipos de alterações em todo o processo.

a) Considere-se

$$(R P) \Theta_S,$$

onde R e P são funções básicas ou compostas.

A operação A consiste em substituir esta função pela sua equivalente

$$(R P) \Theta_S = (-1)^{L_R + L_P - L_S} (P R) \Theta_S.$$

O factor (-1) resulta do teorema [II-4].

b) Considere-se a função acoplada indicada por

$$(1) \quad (P (Q T) \Theta_R) \Theta_S,$$

onde P, Q e T são funções básicas ou compostas. A operação B consiste na substituição seguinte:

$$(P (Q T) \Theta_R) \Theta_S = \sum_{R'} U' (R') (Q (T P) \Theta_{R'}) \Theta_S.$$

c) A operação C é também aplicada a uma função acoplada da forma (1) e consiste na substituição

$$(P (Q T) \Theta_R) \Theta_S = \sum_{R''} U'' (R'') (T (Q P) \Theta_{R''}) \Theta_S.$$

Os coeficientes  $U' (R')$  e  $U'' (R'')$  são ainda funções dos valores principais  $L_P, L_Q, L_T, L_S$  e  $L_R$ .  $L_{R'}$  e  $L_{R''}$  podem

ter todos os valores possíveis de acordo com as regras da teoria do acoplamento de vectores (capítulo II).

Expressões para  $U'(R')$  e  $U''(R'')$  podem ser obtidas como se segue:

Para o caso da alínea b) tem-se:

$$\begin{aligned} (P(QT)\Theta_R)\Theta_S &= (-1)^{L_P + L_R - L_S} ((QT)\Theta_R P)\Theta_S = \\ &= (-1)^{L_P + L_R - L_S} \sum_{R'} U \begin{pmatrix} L_Q & L_T & L_P & L_S \\ & L_R & L_{R'} & \end{pmatrix} \cdot (Q(TP)\Theta_{R'})\Theta_S, \end{aligned}$$

onde

$$U \begin{pmatrix} L_Q & L_T & L_P & L_S \\ & L_R & L_{R'} & \end{pmatrix}$$

são coeficientes de reacoplamento definidos pelo teorema [III-1], e o factor  $(-1)$  deriva do teorema [II-4].

Assim

$$U'(R') = (-1)^{L_P + L_R - L_S} U \begin{pmatrix} L_Q & L_T & L_P & L_S \\ & L_R & L_{R'} & \end{pmatrix}.$$

Anàlogamente para o caso da alínea c), tem-se

$$\begin{aligned} (P(QT)\Theta_R)\Theta_S &= (-1)^{L_P + L_R - L_S} ((QT)\Theta_R P)\Theta_S = \\ &= (-1)^{L_P + L_R - L_S} (-1)^{L_Q + L_T - L_R} ((TQ)\Theta_R P)\Theta_S = \\ &= (-1)^{L_P + L_Q + L_T - L_S} \sum_{R''} U \begin{pmatrix} L_T & L_Q & L_P & L_S \\ & L_R & L_{R''} & \end{pmatrix} \cdot (T(QP)\Theta_{R''})\Theta_S \end{aligned}$$

e assim

$$U''(R'') = (-1)^{L_P + L_Q + L_T - L_S} U \begin{pmatrix} L_T & L_Q & L_P & L_S \\ & L_R & L_{R''} & \end{pmatrix}.$$

Praticamente, para calcular os coeficientes de reacoplamento, é preferível usar as expressões obtidas por EDMONDS [11]. Este partindo de uma definição equivalente para os coeficientes X e U, obteve (pág. 92) a seguinte relação entre os coeficientes de reacoplamento e o símbolo 6-j de Wigner:

$$U \begin{pmatrix} a & b & c & d \\ e & f & & \end{pmatrix} = [(2e + 1)(2f + 1)]^{1/2} (-1)^{a+b+c+d} \begin{Bmatrix} a & b & e \\ c & d & f \end{Bmatrix}$$

e também (pág. 99) a expressão seguinte para o símbolo 6-j:

$$\begin{Bmatrix} a & b & e \\ c & d & f \end{Bmatrix} = \Delta(a, b, e) \Delta(a, d, f) \Delta(c, b, f) \Delta(c, d, e) \omega \begin{Bmatrix} a & b & e \\ c & d & f \end{Bmatrix}$$

onde

$$\Delta(a, b, e) = \left[ \frac{(a + b - e)! (a - b + e)! (-a + b + e)!}{(a + b + e + 1)!} \right]^{1/2}$$

e

$$\omega \begin{Bmatrix} a & b & e \\ c & d & f \end{Bmatrix} = \sum_z \frac{(-1)^z (z + 1)!}{(z - a - b - e)! (z - a - d - f)! (z - c - b - f)! (z - c - d - e)!} \cdot \frac{1}{(a + b + c + d - z)! (b + e + d + f - z)! (e + a + f + c - z)!}$$

O somatório  $\sum_z$  refere-se a todos os valores inteiros de z de tal modo que nenhum factorial nos denominadores tenha argumento negativo.

### 5. A selecção de acoplamentos.

Nos parágrafos anteriores deste capítulo esquematizou-se o método de redução de qualquer integral acoplado a uma combinação linear de integrais verticais. Consiste em aplicar para cada par seleccionado de funções básicas  $a_i$   $b_i$ , operações-tipo sucessivas até que  $a_i$  e  $b_i$  estejam acopladas entre si.

Tendo-se definido as operações-tipo, é ainda necessário estabelecer um processo para, em qualquer altura da transformação, definir unívocamente os acoplamentos aos quais as operações-tipo devem ser aplicadas.

O método de selecção destes acoplamentos será descrito em termos gerais, após o que se seguirá um exemplo.

A base do método está na construção do que será denominado uma *lista de acoplamentos* para uma dada função básica  $a$ . A parte principal desta lista é a sucessão de valores  $h_1, h_2, h_3, \dots, h_m$ , onde  $h_{i+1}$  é o número que especifica o acoplamento que liga  $h_i$  a um outro conjunto. Assim,  $h_1$  é o número especificando o acoplamento que tem  $a$  como componente,  $h_2$  o que acopla  $h_1$  a um outro conjunto próprio, ..., e  $h_m$  é o acoplamento final do integral.

É conveniente incluir na lista os números auxiliares  $\alpha_i$ , que são os *parâmetros de posição* de cada função  $h_{i-1}$  no acoplamento designado por  $h_i$ . Assim, convencionou-se:  $\alpha_1=1$  se  $a$  ocorre em primeiro lugar no acoplamento especificado por  $h_1$ , e  $\alpha_1=0$  se  $a$  ocorre em segundo lugar;  $\alpha_2=1$  se  $h_1$  ocorre em primeiro lugar no acoplamento  $h_2$ , e  $\alpha_2=0$  se  $h_1$  ocorre em segundo lugar; etc.

A lista de acoplamentos para a função básica  $a$  tem, pois, a forma

$$m, \alpha_1, h_1, \alpha_2, h_2, \dots, \alpha_m, h_m,$$

onde inserimos o valor  $m$  — a *extensão* da lista — que nos dá o número dos seus elementos.

Suponha-se agora que se escolhe o par  $a_i$   $b_i$  de funções

que desejamos acoplar. Para cada uma destas funções básicas, constroem-se as listas de acoplamentos; sejam

$$m, \alpha_1, h_1, \alpha_2, h_2, \dots, \alpha_m, h_m$$

$$n, \alpha'_1, h'_1, \alpha'_2, h'_2, \dots, \alpha'_n, h'_n$$

as correspondentes a  $a_i$  e  $b_i$ , respectivamente.

Pelo método de construção destas listas,  $h_m$  e  $h'_n$  são iguais e correspondem ao acoplamento superior. Estas listas são então comparadas a fim de se encontrar o acoplamento *inferior* (aquele cujo número representativo é menor) comum a ambas. Para isso, compare-se  $h_{m-1}$  com  $h'_{n-1}$ ,  $h_{m-2}$  com  $h'_{n-2}$ , etc., até encontrar um  $h_{i-1}$  diferente de  $h'_{j-1}$ .

As listas de acoplamentos são então reduzidas à forma

$$i, \alpha_1, h_1, \dots, \alpha_{i-1}, h_{i-1}, \alpha_i, h_i$$

$$j, \alpha'_1, h'_1, \dots, \alpha'_{j-1}, h'_{j-1}, \alpha'_j, h'_j,$$

onde  $h_i = h'_j$  mas  $h_{i-1} \neq h'_{j-1}$ ;  $i$  e  $j$  são as extensões das novas listas.

Considere-se, em primeiro lugar, o acoplamento  $h_i = h'_j$  que designamos por  $S$ , e sejam  $P$  e  $R$  as suas componentes,  $P$  sendo o *menor* dos acoplamentos  $h_{i-1}, h'_{j-1}$  e  $R$  o *maior*. Dois casos possíveis podem ocorrer:

$$1) \quad (PR)\Theta_S \quad \text{em que} \quad \alpha(P) = 1$$

$$2) \quad (RP)\Theta_S \quad \text{em que} \quad \alpha(P) = 0.$$

No primeiro caso,  $(PR)\Theta_S$  não é alterado; no segundo, intervém a operação  $A$  e obtém-se  $(PR)\Theta_S$ . Correspondentemente, os últimos parâmetros de posição das listas de acoplamentos trocam de valor e tem-se

$$\alpha(P) = 1, \quad \alpha(R) = 0.$$

Após esta transformação preliminar, considere-se o acoplamento  $R$  e sejam  $Q$  e  $Y$  as suas componentes,  $Q$  envolvendo  $a_i$  ou  $b_i$  (isto é:  $Q$  é  $h_{i-2}$  ou  $h'_{j-2}$  conforme  $R$  é  $h_{i-1}$  ou  $h'_{j-1}$ ).

Dois casos podem surgir:

$$1) \quad (P(QY)\Theta_R)\Theta_S \quad \text{em que} \quad \alpha(Q) = 1$$

$$2) \quad (P(YQ)\Theta_R)\Theta_S \quad \text{em que} \quad \alpha(Q) = 0.$$

No primeiro caso aplica-se a operação  $C$  e no segundo a operação  $B$ . Em qualquer dos casos obtém-se

$$(Y(QP)\Theta_{R'})\Theta_S,$$

sendo  $R'$  o novo acoplamento inferior envolvendo  $a_i$  e  $b_i$ .

As listas de acoplamentos são correspondentemente alteradas, como se descreve a seguir:

$$1) \quad \text{Caso } P = h_{i-1}.$$

Designem-se por

$$\dots, h_{i-2}, P, S$$

$$\dots, h'_{j-2}, R, S$$

as partes finais das listas de acoplamentos; estas são alteradas pela operação  $B$  ou  $C$ , dando origem a

$$\dots, h_{i-2}, P, R', S$$

$$\dots, h'_{j-2}, R', S$$

as quais podem ser reduzidas a

$$\dots, h_{i-2}, P, R'$$

$$\dots, h'_{j-2}, R'.$$

2) *Caso*  $P = h'_{j-1}$ .

Neste caso, a operação B ou C transforma as listas de acoplamentos

$$\dots, h_{i-2}, R, S$$

$$\dots, h'_{j-2}, P, S$$

em

$$\dots, h_{i-2}, R', S,$$

$$\dots, h'_{j-2}, P, R',$$

que podem ser reduzidas à forma

$$\dots, h_{i-2}, R'$$

$$\dots, h'_{j-2}, P, R'.$$

Em qualquer dos casos, a extensão de uma das listas diminuiu. A mudança do acoplamento R para o acoplamento R' é feita no título e obtém-se um novo desenvolvimento em códigos auxiliares pelas fórmulas dadas no parágrafo anterior para as operações-tipo.

O processo descrito é novamente repetido, examinando-se primeiramente o novo acoplamento inferior no título, e dispondo-se as componentes, se necessário, por ordem crescente dos números que as representam (operação A). De acordo com as listas de acoplamentos, aplica-se uma operação-tipo (B ou C) como foi descrito. Atendendo a que cada operação-tipo reduz em uma unidade a

extensão de uma das listas de acoplamentos, é óbvio que repetições sucessivas do processo descrito conduzem à situação em que as listas de acoplamentos têm a forma seguinte:

$$1, \alpha_1, h_1$$

$$1, \alpha'_1, h_1,$$

o que significa que  $a_i$  e  $b_i$  estão acoplados entre si.

Em tal caso, o par  $a_i b_i$  é colocado na posição  $i$  do título, se necessário, e a alteração correspondente é feita nos códigos auxiliares. Esta é apenas uma alteração de números representativos e não é essencial ao método.

Um novo par  $a_j b_j$  (que necessita ser acoplado nos integrais verticais) é seleccionado, e todo o processo é repetido. Termina quando todos os pares  $a_1 b_1, a_2 b_2, a_3 b_3, \dots$  estão acoplados entre si, isto é, quando se obtiver a combinação linear de integrais verticais correspondente ao integral acoplado inicial.

Para exemplificar o método, considere-se o integral acoplado

$$(\text{sdD}^3 \text{pP}^2 | \mathbf{H} | \text{sdD}^3 \text{pP}^2),$$

o qual, de acordo com o § 2, pode ser especificado pela lista básica

$$0, 1, 4, 1, 2, 1, 0, 1, 4, 1, 2, 1,$$

pelo título

$$1, 3; 2, 4; 13, 5; 15, 6; 7, 9; 8, 10; 21, 11; 23, 12; \\ 17, 25; 19, 27; 29, 31;$$

e pelo código auxiliar com o respectivo coeficiente

$$C_1$$

$$0, 0, 4, 2, 2, 1, 4, 2, 2, 1, 0, 0, 0.$$



Operações-tipo sucessivas devem ser aplicadas de tal modo que as funções básicas designadas pelos números 1 e 7, 2 e 8, 3 e 9, 4 e 10, 5 e 11, 6 e 12, venham a ser acopladas entre si.

Considere-se, em primeiro lugar, o par designado pelos números 6 e 12. As listas de acoplamentos correspondentes a essas funções básicas são, respectivamente,

3, 0, 19, 1, 31, 0, 33

3, 0, 27, 0, 31, 0, 33;

na primeira, 3 designa a extensão da lista; o par 0, 19, especifica que  $\alpha(6)=0$  no acoplamento 19; 1, 31, especifica que  $\alpha(19)=1$  no acoplamento 31; e 0, 33, especifica que  $\alpha(31)=0$  no acoplamento 33; análogamente para a outra lista de acoplamentos.

Comparando estas duas listas, vê-se que o acoplamento 33 lhes é comum, e o mesmo sucede ao acoplamento 31; mas os anteriores (19 e 27) são diferentes. Assim, o acoplamento 31 é o acoplamento inferior que envolve as funções básicas consideradas (6 e 12).

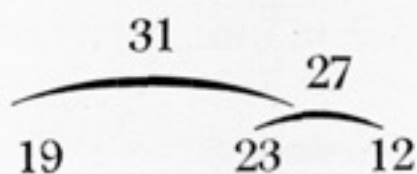
As listas podem ser reduzidas e tem-se

2, 0, 19, 1, 31

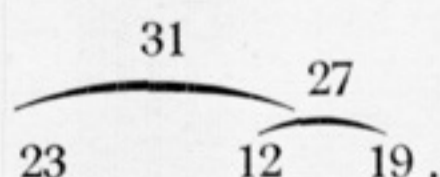
2, 0, 27, 0, 31.

Examinando o acoplamento 31, verifica-se que as funções nele envolvidas (19 e 27) estão já por ordem crescente.

Uma vez que o último parâmetro de posição da segunda lista é zero, o valor de  $\alpha$  anterior dá o tipo de operação a aplicar. Assim, atendendo a que o  $\alpha$  anterior ao acoplamento 27 é zero, deve-se aplicar uma operação B ao conjunto representado pelo diagrama



obtendo-se



O título toma a forma

1, 3; 2, 4; 13, 5; 15, 6; 7, 9; 8, 10; 21, 11; 12, 19;  
17, 25; 23, 27; 29, 31;

as listas de acoplamentos,

2, 0, 19, 0, 27  
1, 1, 27

e obtêm-se diversos códigos auxiliares da forma

0, 0, 4, 2, 2, 1, 4, 2, 2,  $L_{R'}$ , 0, 0, 0,

cada um associado com um coeficiente

$$C'_{R'} = C_1 U'(R').$$

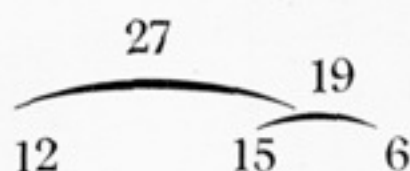
Nas presentes circunstâncias, só se tem um código auxiliar, pois  $L_{R'} = 0$  é impossível, atendendo a que  $L_{23} = 2$  e  $L_{31} = 0$  (capítulo II).

O processo é repetido como segue:

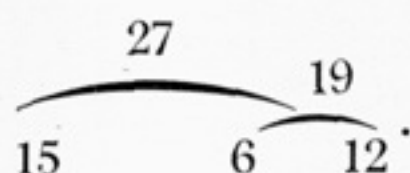
1) 27 é o acoplamento inferior comum a ambas as listas. Por simples exame, verifica-se que as suas componentes (12 e 19) estão em ordem crescente, não sendo por conseguinte necessário alterar a sua ordem.

2) Uma vez que o último parâmetro de posição da primeira lista é igual a zero, o anterior — zero — indica que se deve aplicar uma operação B.

3) O conjunto



é alterado, originando



O título vem

1, 3; 2, 4; 13, 5; 6, 12; 7, 9; 8, 10; 21, 11; 15, 19;  
17, 25; 23, 27; 29, 31 ;

as listas de acoplamentos tomam a forma

1, 0, 19  
1, 1, 19

e os códigos auxiliares serão

0, 0, 4, 2, 2,  $L_{R''}$ , 4, 2, 2, 2, 0, 0, 0,

onde  $L_{R''}$  pode ter os valores 0 e 2.

O facto de surgir o valor 1 no início de ambas as listas indica que as funções básicas 6 e 12 estão já acopladas.

Como se pretendem os integrais verticais sob a forma dada pelo título

1, 7; 2, 8; 3, 9; 4, 10; 5, 11; 6, 12; ... ,

uma ligeira alteração é necessária. Assim, trocando a posição dos acoplamentos 19 e 23, obtém-se

1, 3; 2, 4; 13, 5; 8, 10; 7, 9; 6, 12; 21, 11; 15, 23;  
17, 21; 19, 27; 29, 31;

e os valores principais correspondentes a esses acoplamentos devem também trocar a posição em todos os códigos auxiliares. A lista destes vem, pois,

$$\begin{array}{l}
 C_0'' \\
 0, 0, 4, 2, \underline{2}, 2, 4, \underline{0}, 2, 2, 0, 0, 0 \\
 C_2'' \\
 3, 0, 4, 2, \underline{2}, 2, 4, \underline{2}, 2, 2, 0, 0, 0,
 \end{array}$$

onde 3, no segundo código auxiliar, é um número de exclusão. O número 3 foi escolhido visto as funções 6 e 12 serem os spins da terceira função básica (a função p dada).

Seguidamente, escolhe-se um outro par entre

$$1, 7; \quad 2, 8; \quad 3, 9; \quad 4, 10; \quad 5, 11;$$

e o processo descrito é totalmente repetido.

Algo deve ser dito acerca da selecção dos pares  $a_i b_i$  a acoplar durante a redução dos integrais horizontais à forma vertical. Uma escolha óbvia seria  $a_1 b_1$ , em primeiro lugar;  $a_2 b_2$ , depois;  $a_3 b_3$ , em seguida, e assim sucessivamente. Contudo, na prática verificou-se que tal ordem não é, em geral, a melhor. Teoricamente, o desenvolvimento final é independente da ordem pela qual os acoplamentos são seleccionados, mas os desenvolvimentos intermediários já dependem dessa escolha.

Note-se que o número de termos do desenvolvimento aumenta em geral nas primeiras alterações, para diminuir nas últimas, visto muitos dos termos se anularem e, por conseguinte, serem excluídos. Assim, é conveniente estabelecer um método de selecção do *melhor* par  $a_i b_i$  a acoplar, de tal modo que o aumento de termos seja tão lento quanto possível e que a exclusão se inicie também tão cedo quanto possível.

Um processo prático consiste em associar um número com cada par  $a_i, b_i$  a acoplar e seleccionar o par  $a$  que corresponde o menor, não nulo, desses valores. A regra para estabelecer esses números pode ser a seguinte:

$$\begin{aligned} 100 (l_a + l_b) + n, & \text{ para as partes espaciais} \\ 2 (s_a + s_b) + n, & \text{ para spins} \\ 0 & \text{ para pares já acoplados;} \end{aligned}$$

$l_a, l_b, s_a$  e  $s_b$  são os valores principais das funções básicas e  $n$  é o número de operações-tipo que é necessário aplicar para obter os correspondentes pares acoplados. Os números 2 e 100 são arbitrários e devem ser escolhidos conforme a conveniência prática. Note-se que o critério usado consiste em acoplar em primeiro lugar todos os spins e só depois as partes espaciais; em qualquer dos casos, são primeiramente acopladas as funções básicas que necessitam menor número de operações-tipo, bem como as que originam menor número de termos no desenvolvimento em códigos auxiliares.

A diminuição em tempo de cálculo devido à introdução deste critério depende da integração particular a efectuar, mas pode afirmar-se que, em geral, é suficientemente grande para o justificar.

## 6. Redução final.

A última parte da redução de qualquer integral acoplado é descrita neste parágrafo. Pelos métodos já expostos, obteve-se uma combinação linear de integrais verticais. Considere-se, por exemplo, o seguinte:

$$I_2 = \left( \frac{1 - \mathbf{P}_{uv}}{r_{uv}} \left\| \begin{array}{c} \bar{a}_1 \\ b_1 \end{array} \right\| \bar{a}_2 \right) \cdots \left( \begin{array}{c} \bar{a}_i(t_u) \\ b_i(t_u) \end{array} \right) \cdots \left( \begin{array}{c} \bar{a}_j(t_v) \\ b_j(t_v) \end{array} \right) \cdots \left( \begin{array}{c} \bar{a}_n \\ b_n \end{array} \right) \Theta_{12}^0 \cdots \Theta^0 .$$

Uma vez que  $\frac{1 - \mathbf{P}_{uv}}{r_{uv}}$  opera unicamente nas coordenadas dos electrões u e v, tem-se

$$I_2 = \left( \frac{1 - \mathbf{P}_{12}}{r_{12}} \begin{vmatrix} \bar{a}_i & \bar{a}_j \\ b_i & b_j \end{vmatrix} \right) \Theta^0 (\bar{a}_1 | b_1) \Theta^0 (\bar{a}_2 | b_2) \Theta^0 \dots \\ \dots (\bar{a}_n | b_n) \Theta^0 \Theta^0 \dots \Theta^0,$$

onde os sufixos 1 e 2 foram usados em lugar de u e v, especificando que  $\frac{1 - \mathbf{P}_{12}}{r_{12}}$  opera nas coordenadas do primeiro e segundo electrões que ocorrem no integral.

Pelo teorema (II-6), os valores de  $l_r$  e  $s_r$  dos acoplamentos  $(\bar{a}_r | b_r) \Theta^0$  ( $r \neq i, j$ ) deverão ser nulos para um  $I_2$  diferente de zero. Por essa razão, e atendendo a que o acoplamento final é nulo, a teoria do acoplamento de vectores (capítulo II) exige que  $l_i = l_j (\equiv l)$  e  $s_i = s_j (\equiv s)$ .

Assim,

$$I_2 = \left( \frac{1 - \mathbf{P}_{12}}{r_{12}} \begin{vmatrix} \bar{a}_i & \bar{a}_j \\ b_i & b_j \end{vmatrix} \Theta_i^{l,s} \Theta_j^{l,s} \right) \Theta_{ij}^0 \prod_{r \neq i,j} (\bar{a}_r | b_r) \Theta_r^0 \Theta^0 \dots \Theta^0 \equiv \\ \equiv I_{ij} \prod_{r \neq i,j} I_r.$$

$I_{ij}$  pode ainda ser dividido:

$$I_{ij} = \left( \frac{1}{r_{12}} \begin{vmatrix} \bar{a}_i & \bar{a}_j \\ b_i & b_j \end{vmatrix} \Theta_i^{l,s} \Theta_j^{l,s} \right) \Theta_{ij}^0 - \left( \frac{\mathbf{P}_{12}}{r_{12}} \begin{vmatrix} \bar{a}_i & \bar{a}_j \\ b_i & b_j \end{vmatrix} \Theta_i^{l,s} \Theta_j^{l,s} \right) \Theta_{ij}^0 \equiv \\ \equiv I_{ij}^{(1)} + I_{ij}^{(2)},$$

e cada um destes ser tratado separadamente.

1) Redução de  $I_{ij}^{(1)}$ .

Desenvolvendo  $\Theta^0$ , tem-se

$$\begin{aligned}
 I_{ij}^{(1)} &= \sum_{m, u} X(0, 0, s, s, u) X(0, 0, l, l, m) \cdot \\
 &\quad \cdot \left( \frac{1}{r_{12}} \left\| \begin{array}{c} \bar{a}_i \\ b_i \end{array} \right. \Theta_i^{l, s, m, u} \begin{array}{c} \bar{a}_j \\ b_j \end{array} \Theta_j^{l, s, -m, -u} \right) = \\
 &= \sqrt{(2l+1)(2s+1)} i^{2(l+s)} \cdot \\
 &\quad \cdot \left( \frac{1}{r_{12}} \left\| \begin{array}{c} \bar{a}_i \\ b_i \end{array} \right. \Theta_i^{l, s, m, u} \begin{array}{c} \bar{a}_j \\ b_j \end{array} \bar{\Theta}_j^{*l, s, m, u} \right),
 \end{aligned}$$

uma vez que

$$i^{2m} \bar{\Theta}^{*l, m} = i^{2m} [i^{2m} \Theta^{*l, -m}]^* = \Theta^{l, -m}$$

pelo teorema [III-4],

$$X(0, 0, l, l, m) = \frac{i^{2(l-m)}}{\sqrt{2l+1}}$$

pelo teorema [II-5], e haver  $(2l+1)(2s+1)$  termos independentes do valor de  $m$  e de  $u$ .

Pode finalmente escrever-se (Boys [6])

$$\begin{aligned}
 I_{ij}^{(1)} &= \delta(s, 0) \sqrt{2l+1} i^{2l} Q(a_i b_i | a_j b_j | l) \cdot \\
 &\quad \cdot [a_i^* b_i | a_j^* b_j]^l,
 \end{aligned}$$

onde

$$Q(a_i b_i | a_j b_j | l) = -2 J_{a_i b_i}^l J_{a_j b_j}^l,$$

$$J_{a_i b_i}^l = X(l, 0, l_{a_i}, l_{b_i}, 0) \sqrt{\frac{(2l_{a_i}+1)(2l_{b_i}+1)}{2l+1}},$$

$$\begin{aligned}
 \delta(s, 0) &= 1 \quad \text{se } s=0 \\
 &= 0 \quad \text{se } s \neq 0
 \end{aligned}$$

e

$$[a_i^* b_i | a_j^* b_j]^l = \iint a_i^*(r_1) b_i(r_1) a_j^*(r_2) b_j(r_2) \{r_1, r_2\}^l dr_1 dr_2,$$

$$\{r_1 r_2\}^l = r_{<}^{l+2} / r_{>}^{l-1};$$

$r_{<}$  designa o menor dos valores  $r_1, r_2$  e  $r_{>}$  o maior;  $a_i(r)$  designa a parte radial do conjunto de funções  $a_i$ .

## 2) Redução de $I_{ij}^{(2)}$ .

Pelo teorema [III-4] e simples mudanças da ordem de acoplamento, tem-se

$$\begin{aligned} I_{ij}^{(2)} &\equiv - \left( \frac{\mathbf{P}_{12}}{r_{12}} \left\| \begin{array}{cc} \bar{a}_i & \bar{a}_j \\ b_i & b_j \end{array} \right. \Theta_i^{l,s} \Theta_j^{l,s} \right) \Theta^0 = \\ &= \left( -\frac{1}{r_{12}} \left\| \begin{array}{cc} \bar{a}_i & \bar{a}_j \\ b_j & b_i \end{array} \right. \right) \Theta_i^{l,s} \Theta_j^{l,s} \Theta^0 = \\ &= -(-1)^{l_{a_i} + l_{b_i} + l_{a_j} + l_{b_j}} (-1)^{s_{a_i} + s_{b_i} + s_{a_j} + s_{b_j}} \cdot \\ &\quad \cdot \sum_{l, s'} U \left( \begin{array}{cc} l_{a_i} & l_{b_j} \\ l & l' \end{array} \begin{array}{cc} l_{a_j} & l_{b_i} \end{array} \right) U \left( \begin{array}{cc} s_{a_i} & s_{b_j} \\ s & s' \end{array} \begin{array}{cc} s_{a_j} & s_{b_i} \end{array} \right) \cdot \\ &\quad \cdot \left( \frac{1}{r_{12}} \left\| \begin{array}{cc} \bar{a}_i & \bar{a}_j \\ b_j & b_i \end{array} \right. \Theta_i^{l',s'} \Theta_j^{l',s'} \right) \Theta^0. \end{aligned}$$

Reduziu-se assim  $I_{ij}^{(2)}$  a um integral do tipo  $I_{ij}^{(1)}$ , que foi estudado anteriormente.



3) Cálculo de  $(\bar{a}_r | b_r) \Theta_r^0$ .

Como  $\bar{a}_r$  e  $b_r$  estão acoplados com valor principal igual a zero, tem-se

$$l_{a_r} = l_{b_r} (\equiv l) \quad \text{e} \quad s_{a_r} = s_{b_r} (\equiv s)$$

para um integral diferente de zero.

Por desenvolvimento de  $\Theta_r^0$  e usando as expressões dadas pelo teorema [II-5] para os coeficientes X, tem-se

$$\begin{aligned} I_r \equiv (\bar{a}_r | b_r) \Theta_r^0 &= \sum_{m, u} X(0, 0, l, l, m) X(0, 0, s, s, u) (\bar{a}_r | b_r) = \\ &= \sqrt{(2l+1)(2s+1)} i^{2(l+s)} (a_r^* | b_r) = \\ &= \sqrt{(2l+1)(2s+1)} i^{2(l+s)} = \\ &= \chi_r, \end{aligned}$$

visto  $(a_r^* | b_r) = 1$ , e onde  $\chi_r$  foi definido no § 3.

A fim de se obter a expressão exacta para o integral acoplado I (§ 3), é necessário multiplicar a fórmula obtida pelo coeficiente

$$C' = \frac{1}{\prod_r \chi_r}.$$

Assim, para obter o coeficiente de cada  $I_{ij}$  no desenvolvimento de I, basta dividir o coeficiente de  $I_{ij}$  no desenvolvimento de  $C'I_1$  por  $\chi_i \chi_j$ .

Para calcular  $X(l, 0, l_1, l_2, 0)$ , pode usar-se a expressão seguinte, apresentada por EDMONDS ([11] pág. 50):

$$X(l, 0, l_1, l_2, 0) = \begin{pmatrix} l_1 & l_2 & l \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \sqrt{(2l+1)} (-1)^{(l_1-l_2)}$$

onde

$$\begin{pmatrix} l_1 & l_2 & l \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} = (-1)^{l/2} \left[ \frac{(L-2l_1)! (L-2l_2)! (L-2l)!}{(L+1)!} \right]^{1/2} \cdot \frac{(L/2)!}{(L/2-l_1)! (L/2-l_2)! (L/2-l)!}$$

e onde  $L = l + l_1 + l_2$  deve ser um número par para um coeficiente  $X$  diferente de zero.

Os coeficientes  $Q$  obtêm-se então facilmente e o cálculo dos coeficientes  $U$  foi descrito no § 4.

## 7. Notas sobre programação.

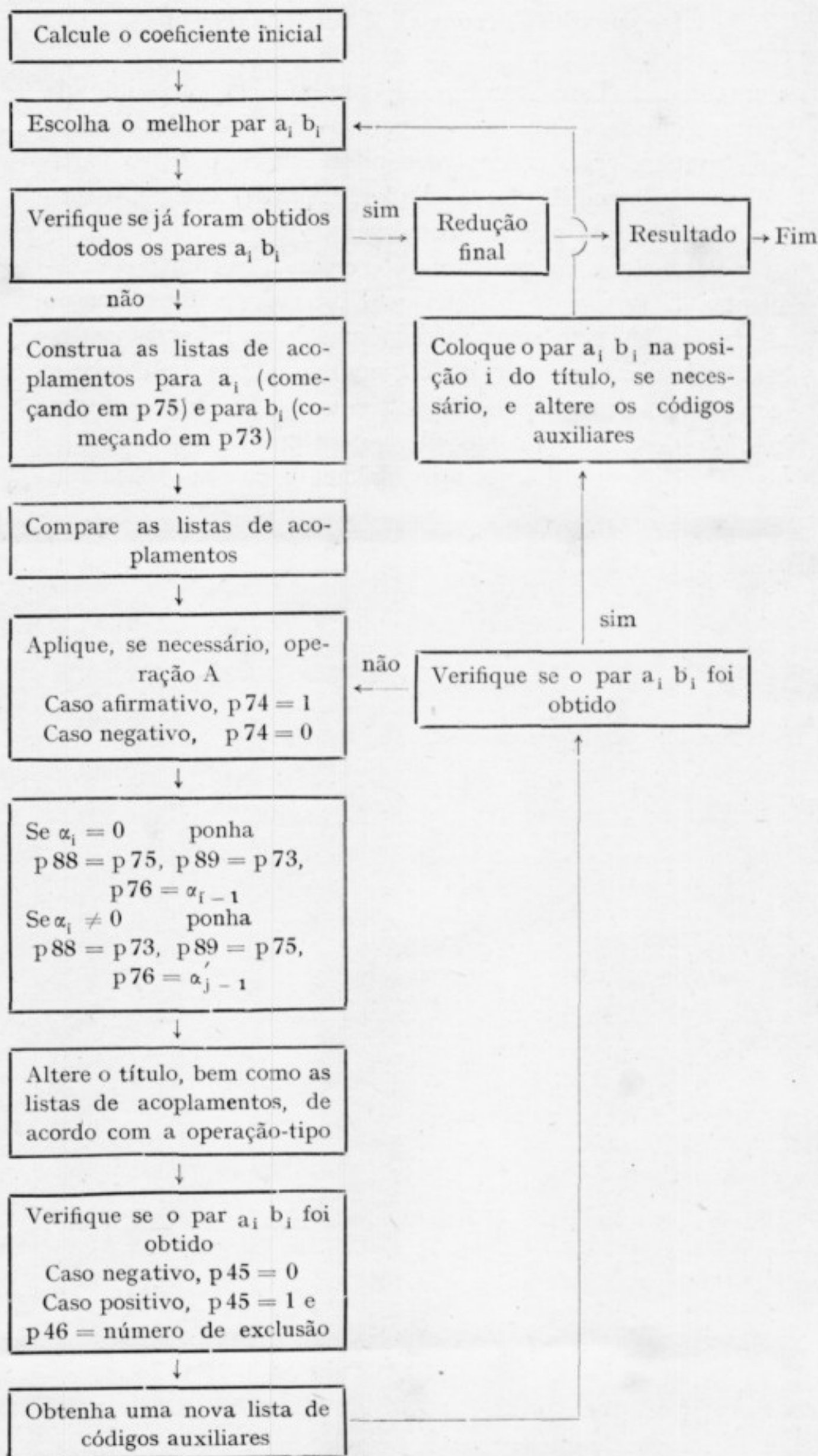
O método de redução de qualquer integral acoplado a integrais dependendo das coordenadas de um e dois electrões foi descrito nos parágrafos anteriores. A exposição feita teve sempre em vista o facto de o método se destinar à construção de um programa para uma máquina automática de calcular e, assim, diversas alusões se fizeram referentes a essa construção.

O diagrama 1, que apresentamos neste parágrafo, torna mais claras as diversas operações a efectuar, bem como as suas posições relativas. O diagrama 2 descreve, em pormenor, a construção de uma nova lista de códigos auxiliares a partir da anterior. Nestes diagramas faz-se uso de símbolos da forma p 70, p 71, ..., cuja significação particular é dada

numa lista. Estes constam de um número precedido da letra  $p$ , que serve unicamente para os distinguir dos inteiros que contêm. São usados para referência de posições particulares da memória do computador.  $N(p31)$  designa o conteúdo da posição  $p31$  da memória.

Pormenores de programação, como o cálculo dos coeficientes  $U'(b')$  e  $U''(b'')$  (no qual intervém a determinação de factoriais), problemas de economia de posições da memória (tais como manter os códigos auxiliares sob formas compactas, evitar repetições destes nas listas, etc.) e outros, não são descritos, por dependerem em grande escala do tipo de computador a utilizar e, principalmente, da sua capacidade.

# DIAGRAMA 1



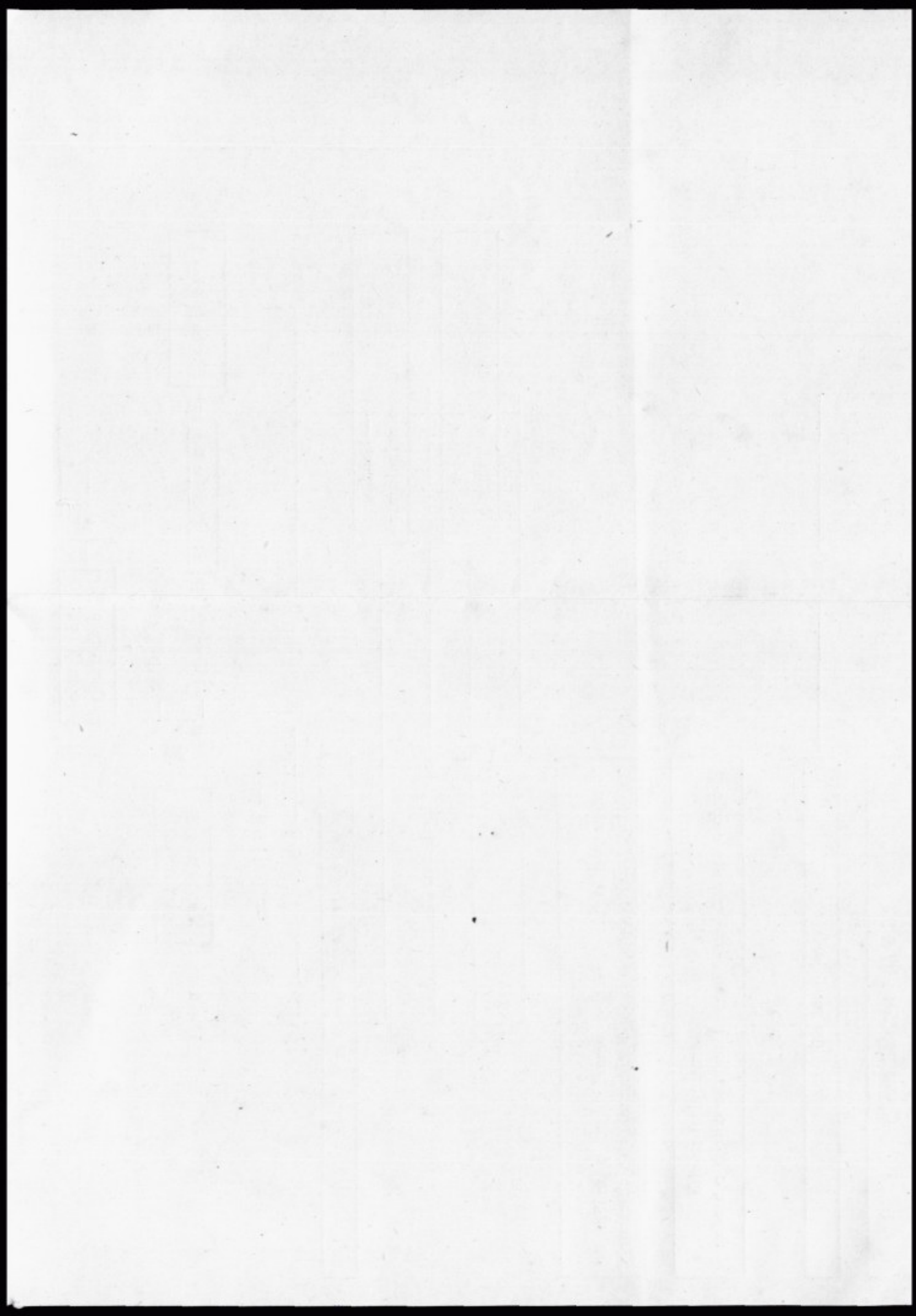
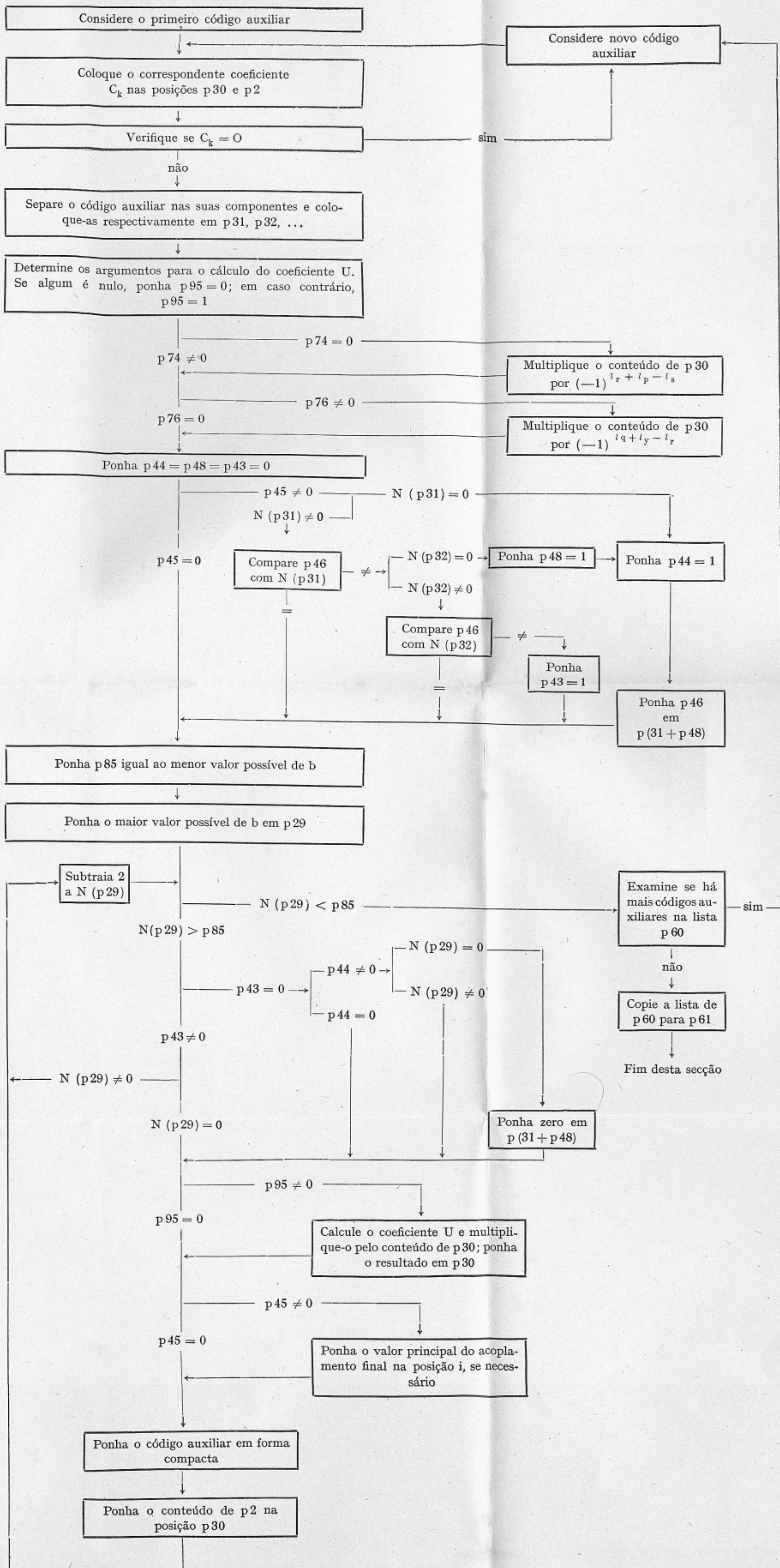


DIAGRAMA 2



THE UNIVERSITY OF CHICAGO  
LIBRARY

1000 S. UNIVERSITY AVENUE  
CHICAGO, ILL. 60607

1000 S. UNIVERSITY AVENUE  
CHICAGO, ILL. 60607

1000 S. UNIVERSITY AVENUE  
CHICAGO, ILL. 60607

1000 S. UNIVERSITY AVENUE  
CHICAGO, ILL. 60607

1000 S. UNIVERSITY AVENUE  
CHICAGO, ILL. 60607

1000 S. UNIVERSITY AVENUE  
CHICAGO, ILL. 60607

1000 S. UNIVERSITY AVENUE  
CHICAGO, ILL. 60607

1000 S. UNIVERSITY AVENUE  
CHICAGO, ILL. 60607

1000 S. UNIVERSITY AVENUE  
CHICAGO, ILL. 60607

1000 S. UNIVERSITY AVENUE  
CHICAGO, ILL. 60607

1000 S. UNIVERSITY AVENUE  
CHICAGO, ILL. 60607

## Lista de símbolos usados nos diagramas e seu significado

- p 95 = 0: O cálculo do coeficiente de reacoplamento  $U$  não é necessário, visto  $U=1$ .  
= 1: É necessário calcular o coeficiente  $U$ .
- p 76 : Especifica a operação-tipo a aplicar (B ou C).
- p 74  $\neq$  0: Foi aplicada uma operação A.
- p 45  $\neq$  0: Foi obtido um acoplamento vertical.
- p 46 : Número de exclusão.
- p 44  $\neq$  0: É necessário atender ao problema de exclusão.
- p 48 = 0: Não existe nenhum número de exclusão no código auxiliar considerado.  
 $\neq$  0: Existe já um número de exclusão no código auxiliar considerado.
- p 43  $\neq$  0: Existem já dois números de exclusão no código auxiliar considerado.
- p 60 : Posição onde a primeira lista de códigos auxiliares começa.



- p 61 : Posição onde a nova lista de códigos auxiliares começa.
- p 75 : Posição onde a lista de acoplamentos referente a  $a_1$  começa.
- p 73 : Posição onde a lista de acoplamentos referente a  $b_1$  começa.
- p 88 : Posição onde começa a lista de acoplamentos cujo último parâmetro de posição é igual a zero.
- p 89 : Posição onde começa a lista de acoplamentos cujo último parâmetro de posição é diferente de zero.

## CAPÍTULO V

### FUNÇÕES PRÓPRIAS EQUIVALENTES. COEFICIENTES FRACCIÓNIAIS DE PARENTESCO. A CONFIGURAÇÃO $g^3$

#### 1. Método de Slater.

A técnica, descrita anteriormente, de obtenção de funções anti-simétricas por acoplamento de conjuntos próprios angulares, não pode ser aplicada no caso de entre estes haver alguns conjuntos idênticos. De facto, por simples inspecção, pode verificar-se que

$$\mathcal{A} \text{ pp } {}^1P \equiv \mathcal{A} \text{ pp } \Theta^{1,0} = 0$$

e

$$(\mathcal{A} \text{ pp } {}^1S | \mathcal{A} \text{ pp } {}^1S) = 4,$$

o que mostra que, para o caso citado, a técnica de acoplamento dá origem a funções que nem sempre existem, não são normadas e há casos em que nem são ortogonais. Tal facto é devido a que o operador anti-simetrizante  $\mathcal{A}$  e as operações de acoplamento não são independentes.

As deficiências apresentadas podem, contudo, ser remediadas utilizando um método (SLATER [24]) que se baseia na análise do cálculo de todos os determinantes de Slater

construídos com as mesmas funções. Para o descrever, considerem-se, por exemplo, todos os possíveis determinantes de Slater formados com três funções  $p$  ( $l=1, s=1/2$ ), que se apresentam na tabela I, onde se usa uma notação abreviada:  $(1^\alpha 1^\beta 0^\alpha)$ , designa o determinante

$$\mathcal{A} p(1, 1/2) p(1, -1/2) p(0, 1/2)$$

especificando, assim, os valores de  $m$  e  $u$ .

TABELA I

$M_L \backslash M_S$	$3/2$	$1/2$	$-1/2$	$-3/2$
2		$(1^\alpha 1^\beta 0^\alpha)$	$(1^\alpha 1^\beta 0^\beta)$	
1		$(1^\alpha 1^\beta -1^\alpha)$ $(1^\alpha 0^\alpha 0^\beta)$	$(1^\alpha 1^\beta -1^\beta)$ $(1^\beta 0^\alpha 0^\beta)$	
0	$(1^\alpha 0^\alpha -1^\alpha)$	$(1^\alpha 0^\alpha -1^\beta)$ $(1^\alpha 0^\beta -1^\alpha)$ $(1^\beta 0^\alpha -1^\alpha)$	$(1^\alpha 0^\beta -1^\beta)$ $(1^\beta 0^\alpha -1^\beta)$ $(1^\beta 0^\beta -1^\alpha)$	$(1^\beta 0^\beta -1^\beta)$
-1		$(1^\alpha -1^\alpha -1^\beta)$ $(0^\alpha 0^\beta -1^\alpha)$	$(1^\beta -1^\alpha -1^\beta)$ $(0^\alpha 0^\beta -1^\beta)$	
-2		$(0^\alpha -1^\alpha -1^\beta)$	$(0^\beta -1^\alpha -1^\beta)$	

Estes determinantes de Slater estão tabelados do seguinte modo: os determinantes com o mesmo valor de  $M_L$  e  $M_S$  estão colocados num mesmo quadrado e dentro deste os determinantes surgem por ordem decrescente do valor de  $m_l$  da primeira componente; para valores iguais de  $m_l$ , os determinantes são dispostos por ordem decres-

cente de  $m_s$ . No caso de a primeira componente ter  $m_l$  e  $m_s$  iguais, o mesmo critério é aplicado com respeito à segunda componente, e, se necessário, à terceira.

Neste esquema, a primeira função é

$$(1^\alpha 1^\beta 0^\alpha).$$

Pode verificar-se directamente que

$$\mathbf{L}^+ (1^\alpha 1^\beta 0^\alpha) = 0 = \mathbf{S}^+ (1^\alpha 1^\beta 0^\alpha)$$

$$\mathbf{L}_z (1^\alpha 1^\beta 0^\alpha) = 2 (1^\alpha 1^\beta 0^\alpha) \equiv M_L (1^\alpha 1^\beta 0^\alpha)$$

$$\mathbf{S}_z (1^\alpha 1^\beta 0^\alpha) = 1/2 (1^\alpha 1^\beta 0^\alpha) \equiv M_S (1^\alpha 1^\beta 0^\alpha)$$

e, assim, pelo teorema [II.2] esta função deve ser o elemento superior de um conjunto angular dos operadores  $\underline{\mathbf{L}}$  e  $\underline{\mathbf{S}}$  com os valores principais  $L=2$  e  $S=1/2$ . Designe-se tal conjunto por  $\mathcal{A}p^3 \ ^2D$  e o elemento superior por  $\mathcal{A}p^3 \ ^2D^{2, 1/2}$ ; o símbolo  $D$  especifica o valor de  $L$ , o índice anterior o valor  $(2S+1)$  e os índices posteriores os valores  $M_L, M_S$ .

Os restantes elementos do mesmo conjunto angular podem ser obtidos por aplicação de  $\mathbf{L}^-/N^-$  e  $\mathbf{S}^-/N^-$ . Assim,

$$\frac{\mathbf{L}^-}{N^-} (1^\alpha 1^\beta 0^\alpha) = \frac{1}{\sqrt{2}} (1^\alpha 1^\beta - 1^\alpha) - \frac{1}{\sqrt{2}} (1^\alpha 0^\alpha 0^\beta) \equiv \ ^2D^{1, 1/2}$$

e

$$\frac{\mathbf{S}^-}{N^-} (1^\alpha 1^\beta 0^\alpha) = (1^\alpha 1^\beta 0^\beta).$$

Considere-se o quadrado seguinte ( $M_L = 1, M_S = 1/2$ ) e neste a primeira função ( $1^\alpha 1^\beta - 1^\alpha$ ), tornando-a ortogonal com  ${}^2D^{1,1/2}$ , o que dá

$$\frac{1}{\sqrt{2}} (1^\alpha 1^\beta - 1^\alpha) + \frac{1}{\sqrt{2}} (1^\alpha 0^\alpha 0^\beta).$$

Indicando esta função por  $g$ , tem-se

$$\begin{aligned} 0 = ({}^2D^{1,1/2} | g) &= \left( \frac{L^-}{N^-} \frac{L^+}{N^+} {}^2D^{1,1/2} | g \right) = \\ &= \frac{1}{N^-} ({}^2D^{2,1/2} | L^+ g), \end{aligned}$$

o que implica que  $L^+ g = 0$ .

Anàlogamente pode ver-se que  $S^+ g = 0$ , e  $g$  deve ser o elemento superior de um conjunto angular com  $L=1$  e  $S=1/2$ .  $\mathcal{A}p^3 {}^2P^{1,1/2}$  indica o elemento superior e  $\mathcal{A}p^3 {}^2P$  todo o conjunto angular que pode ser obtido a partir daquele elemento por aplicação de  $L^-/N^-$  e  $S^-/N^-$ .

Visto não haver no quadrado  $M_L = 1, M_S = 1/2$  qualquer outra combinação ortogonal com as obtidas, considere-se então ( $1^\alpha 0^\alpha - 1^\alpha$ ), que é a função com  $M_S$  superior e com o maior dos restantes valores  $M_L$ . Como

$$L^+ (1^\alpha 0^\alpha - 1^\alpha) = 0 = S^+ (1^\alpha 0^\alpha - 1^\alpha),$$

esta função é também o elemento superior de um conjunto angular com  $L=0$  e  $S=3/2$ , o qual será designado por  $\mathcal{A}p^3 {}^4S$ .

Anàlogamente pode ver-se que se obtêm três funções  ${}^2D^{0,1/2}$ ,  ${}^2P^{0,1/2}$  e  ${}^4S^{0,1/2}$  como combinações lineares dos

determinantes agrupados no quadrado com  $M_L=0$  e  $M_S=1/2$ . Estas funções são ortogonais devido a corresponderem a valores próprios distintos do operador  $L^2$ , não sendo, por conseguinte, possível obter qualquer outra combinação ortogonal desses determinantes. O mesmo sucede a respeito dos outros quadrados, obtendo-se deste modo todos os conjuntos possíveis.

Para tornar o método mais evidente, tome-se, agora, o caso da configuração  $d^3$  e construa-se nova tabela, onde, para simplificação, apenas se consideram os quadrados com valores positivos de  $M_L$  e  $M_S$  e, nestes, apenas se inscreve o número de determinantes.

TABELA II

$M_L \backslash M_S$	$3/2$	$1/2$	Termos resultantes	
5	0	1	$^2H$	
4	0	2	$^2G$	
3	1	4	$^4F$	$^2F$
2	1	6	$^2D$	$^2D$
1	2	8	$^4P$	$^2P$
0	2	8		

Anàlogamente ao caso anterior vê-se, em primeiro lugar, que um conjunto angular  $^2H$  (com  $L=5$  e  $S=1/2$ ) pode ser obtido do único elemento do quadrado  $(5, 1/2)$  ( $M_L=5$  e  $M_S=1/2$ ). Há uma combinação independente ( $2-1=1$ ) no quadrado  $(4, 1/2)$  dando origem a um conjunto angular  $^2G$ . Um conjunto  $^4F$  é iniciado no quadrado  $(3, 3/2)$  e

este, com os dois considerados acima, deixa apenas uma combinação ( $4 - 3 = 1$ ) no quadrado ( $3, 1/2$ ), que dá origem a um conjunto  ${}^2F$ . Nenhum conjunto se inicia no quadrado ( $2, 3/2$ ) e, então, dois conjuntos começam no quadrado ( $2, 1/2$ ), visto haver duas possíveis combinações ortornormadas. Para evitar ambiguidade na definição, considere-se, a primeira, obtida pelo processo de Schmidt do primeiro determinante (na ordem citada para a tabela I) que não é ortogonal com os conjuntos considerados previamente, e a segunda, a partir do próximo determinante ortogonal com aqueles.

Em geral, para um conjunto angular de funções  $a$ , tem-se

$$\mathcal{A} a^n \Theta^{r, L, S, M_L, M_S} = \sum_t Y(r, L, S, M_L, M_S, n, L_a, t) \cdot$$

$$\cdot \mathcal{A} a(m_p, u_p) a(m_q, u_q) \dots,$$

onde  $Y$  designam os coeficientes obtidos pelo processo referido;  $r$  foi introduzido para numerar os conjuntos com o mesmo valor de  $L$  e  $S$  que porventura surjam (como no caso  $d^3$ ):  $r=1$  indica o primeiro conjunto,  $r=2$  o segundo, e assim sucessivamente;  $t$  designa o determinante particular de componentes  $m_p, u_p, m_q, u_q, \dots$

O método de construção descrito (obtenção de combinações lineares, a partir das funções anteriores, até não existirem quaisquer outras combinações ortogonais) estabelece o facto de qualquer determinante poder ser expresso em termos dos conjuntos angulares obtidos:

$$\begin{aligned} & \mathcal{A} a(m_1, u_1) a(m_2, u_2) \dots = \\ & = \sum_{r, L, S} Y(r, L, S, m_1 + m_2 + \dots, u_1 + u_2 + \dots, n, L_a, t') \mathcal{A} a^n \Theta^{r, L, S}, \end{aligned}$$

$t'$  designando o determinante particular de componentes  $(m_1, u_1, m_2, u_2, \dots)$ .

Foi já afirmado que se obtém um conjunto completo ortonormado de funções, quando conjuntos próprios angulares independentes são acoplados. Anàlogamente, o sistema de funções

$$\mathcal{A} a^{n_a} \Theta^{r_a, L_a, S_a} b^{n_b} \Theta^{r_b, L_b, S_b} \Theta^{L_{ab}, S_{ab}} \dots c^{n_c} \Theta^{r_c, L_c, S_c} \Theta^{L_{ab,c}, S_{ab,c}} \dots \Theta^{L, S, M_L, M_S}$$

para um dado conjunto de valores de  $n_a, n_b, n_c, \dots$  e incluindo todos os valores possíveis de  $r_a, L_a, S_a, r_b, L_b, S_b, L_{ab}, S_{ab}, \dots, L, S, M_L, M_S$ , é um conjunto completo ortonormado de funções para todos os determinantes de Slater formados de  $n_a$  componentes do conjunto a, de  $n_b$  componentes de conjunto b, etc.

Uma demonstração deste teorema devida a BOYS é apresentada por CARVALHO [8].

## 2. Representação fraccional de parentesco.

Uma alternativa do método descrito, mais geralmente usado na literatura científica, é conhecido pelo nome de representação fraccional de parentesco <sup>(1)</sup>. Este esquema foi proposto inicialmente por GOUDSMIT e BACHER [14] e, mais tarde, desenvolvido por RACAHA ([20] [21]). Adop-ta-se aqui a definição de BOYS [5] por ser mais sistemática e remover qualquer possível ambiguidade. O método de cálculo é também baseado num teorema provado por BOYS [5], que será aqui substituído por um enunciado equivalente, mas mais geral.

---

<sup>(1)</sup> Em inglês, «Fractional parentage representation».



A teoria, a seguir descrita, tem também a vantagem de poder ser aplicada tanto ao caso atômico como ao caso nuclear.

À primeira vista, a representação fraccional de parentesco consiste em desenvolver as funções  $\mathcal{A} a^n \Theta$  como combinações lineares das funções  $\mathcal{A} a^{n-1} \Theta$  acopladas com uma nova função  $a$ , isto é,

$$\mathcal{A} a^n \Theta^{r, L, S} = \sum \eta [\mathcal{A} a^{n-1} \Theta^{r', L', S'}] a \Theta^{L, S}.$$

Nenhum operador anti-simetrizante actua na nova função  $a$ , visto os coeficientes  $\eta$  serem tais que a função obtida é automaticamente simétrica. Assim, é conveniente usar uma nova notação  $a^n \Theta_f^{r, L, S}$  para representar esta característica e escrever a última expressão como se segue:

$$a^n \Theta_f^{r_k, L_k, S_k} = \sum_l \eta_{lk} a^{n-1} \Theta_f^{r_l, L_l, S_l} a \Theta^{L_k, S_k}.$$

Os coeficientes  $\eta_{lk}$  são denominados *coeficientes fraccionais de parentesco* (1).

Na maior parte dos casos, as funções que assim surgem são iguais às obtidas pelo método de Slater já descrito; contudo, nos casos de mais de um valor de  $r$ , estas podem ser transformações ortogonais das anteriores.

**TEOREMA 1** — *Se as funções  $a^n \Theta_f^{r, L, S}$  constituem um sistema unívocamente definido e completo para qualquer função da configuração  $a^n$ , então é possível obter um conjunto de coeficientes  $\eta_{lk}$  tais que*

$$a^n \Theta_f^{r_k, L_k, S_k, M_L, M_S} = \sum_l \eta_{lk} a^{n-1} \Theta_f^{r_l, L_l, S_l} a \Theta^{L_k, S_k, M_L, M_S}.$$

(1) Em inglês, «Fractional parentage coefficients».

DEMONSTRAÇÃO — O teorema é demonstrado por indução. Assim, uma vez que é evidentemente verdadeiro para  $n=2$ , provar-se-á que, sendo verdadeiro para  $n-1$ , o será também para  $n$ .

Atendendo a que é possível desenvolver qualquer função  $a^n \Theta$  como combinação linear de produtos ordenados  $a(m_1, u_1) a(m_2, u_2) \dots$ , tem-se

$$\begin{aligned} a^n \Theta_{r, k, L, S, M_L, M_S} &= \mathcal{L} a^{n-1} \Theta_{r, l, L', S', M_L, M_S} a(m, u) = \\ &= \mathcal{L} a^{n-1} \Theta_r' a \Theta^{L, S, M_L, M_S}, \end{aligned}$$

o que prova o teorema.

Note-se que o facto da função ser anti-simétrica a respeito das primeiras variáveis  $t_1$  a  $t_{n-1}$  permitiu exprimi-la como uma combinação linear das funções  $a^{n-1} \Theta_r$  na primeira igualdade. A segunda é consequência imediata do teorema [II.3].

TEOREMA 2 — *Para um conjunto particular de valores  $n, L, S, M_L, M_S$ , qualquer dos dois conjuntos de funções*

$$a^n \Theta_{r, L, S, M_L, M_S} \quad (r = 1, 2, \dots)$$

e

$$\mathcal{B}_{n-1} \Phi^k a \Theta^{L, S, M_L, M_S}$$

*é completo a respeito do outro.*

O último satisfaz ao desenvolvimento

$$\mathcal{B}_{n-1} \Phi^k \text{ a } \Theta^{L,S,M_L,M_S} = \sum_l \mu_{lk} \Phi^l \text{ a } \Theta^{L,S,M_L,M_S}$$

e qualquer conjunto ortonormado completo destas combinações lineares é relacionado com um dado conjunto  $\Theta_f^{r,L,S,M_L,M_S}$  por uma transformação unitária, sendo também uma representação adequada de  $\Theta_f^{r,L,S,M_L,M_S}$ .

( $\Phi^k$  designa o conjunto  $\Theta_f^{r,L,S,M_L,M_S}$ , e  $\mathcal{B}_{n-1}^{(1)}$  o operador anti-simetrizante necessário para passar de  $\mathcal{A}_{n-1}$  a  $\mathcal{A}_n$ ).

DEMONSTRAÇÃO — Uma vez que  $\Phi^k$  são funções anti-simétricas, tem-se

$$\mathcal{B}_{n-1} \Phi^k \text{ a } \Theta^{L,S,M_L,M_S} = \sqrt{(n-1)!} \mathcal{B}_{n-1} \mathcal{A}_{n-1} \Phi^k \text{ a } \Theta^{L,S,M_L,M_S},$$

o que mostra que estas funções são anti-simétricas a respeito de todas as variáveis. Assim,

$$\mathcal{B}_{n-1} \Phi^k \text{ a } \Theta^{L,S,M_L,M_S}$$

---

(1) É definido por

$$\mathcal{B}_{n-1} = 1 - \sum_{i=1}^{n-1} \mathbf{P}(t_i, t_n | t_n, t_i)$$

e satisfaz a relação

$$\mathcal{B}_{n-1} \mathcal{A}_{n-1} = \sqrt{n} \mathcal{A}_n.$$

podem ser desenvolvidas em termos de  $a^n \Theta_f^{r, L, S, M_L, M_S}$ , que são completas para funções anti-simétricas e também, pelo teorema anterior, podem ser desenvolvidas em termos de

$$\Phi^l a \Theta^{L, S, M_L, M_S}.$$

Deste modo, o desenvolvimento apresentado no enunciado do teorema é sempre possível.

Por outro lado, operando na equação do último teorema com  $\mathcal{B}_{n-1}/n$ , tem-se

$$a^n \Theta_f^{r, L_k, S_k, M_L, M_S} = \sum_l \frac{1}{n} \eta_{lk} \mathcal{B}_{n-1} \Phi^l a \Theta^{L_k, S_k, M_L, M_S},$$

o que mostra que  $\mathcal{B}_{n-1} \Phi^l a \Theta^k$  formam um sistema completo para as funções  $a^n \Theta^k$ .

Note-se que, embora o conjunto  $\mathcal{B}_{n-1} \Phi^l a \Theta^k$  seja completo, nem todas as funções são independentes. É possível, contudo, obter a partir delas um conjunto de combinações ortonormadas, desprezando as restantes combinações lineares dependentes, para o que se pode usar, por exemplo, o processo de Schmidt.

Uma vez que cada um dos dois conjuntos de funções é completo a respeito do outro, qualquer combinação ortonormada de um está relacionada com o outro conjunto ortonormado por uma transformação unitária, podendo, nas presentes circunstâncias, ser uma representação adequada para o conjunto  $a_n \Theta^{r, L, S, M_L, M_S}$ .

A ordem pela qual as funções  $\Phi^l$  são tomadas é a seguinte: ou

$$L_l > L_{l+1}$$

ou

$$L_l = L_{l+1}, \quad S_l > S_{l+1}$$

ou

$$L_l = L_{l+1}, \quad S_l = S_{l+1}, \quad r_l > r_{l+1}.$$

TEOREMA 3 — Se  $\mu_{kl}$  designam os coeficientes do teorema anterior e se for usada a notação abreviada  $\Phi^k = a^{n-1} \Theta_f^{r_k, L_k, S_k}$ , então

$$\begin{aligned} \mu_{kl} &= \left( \Phi^k a \Theta^{L, S, M_L, M_S} \mid \mathcal{B}_{n-1} \Phi^l a \Theta^{L, S, M_L, M_S} \right) = \\ &= \delta_{l-1} - (n-1) \sum_j \gamma_{jk} \gamma_{jl} \left( \mathbf{P}_{aa} \left\| \begin{array}{l} X a \Theta^{L_k, S_k} a \Theta^{L, S, M_L, M_S} \\ X a \Theta^{L_l, S_l} a \Theta^{L, S, M_L, M_S} \end{array} \right. \right), \end{aligned}$$

onde  $X$  é qualquer conjunto próprio angular com valores principais  $L_j, S_j$  e  $\mathbf{P}_{aa}$  uma transposição operando nas funções  $a$ .

DEMONSTRAÇÃO — Designe-se a transposição  $\mathbf{P}(t_i, t_j \mid t_j, t_i)$  por  $\Xi_{ij}$ , e por  $\Xi'_{ij}$  a transposição correspondente operando nas funções das variáveis  $t'_i$ . Então

$$\begin{aligned} \mu_{kl} &= \left( \left( 1 - \sum_{i=1}^{n-1} \Xi'_{in} \right) \left\| \begin{array}{l} \Phi^k a \Theta^{L, S, M_L, M_S} \\ \Phi^l a \Theta^{L, S, M_L, M_S} \end{array} \right. \right) = \\ &= \left( 1 - \sum_{i=1}^{n-1} \Xi_{i, n-1} \Xi'_{i, n-1} \Xi'_{i, n} \left\| \begin{array}{l} \Phi^k a \Theta^{L, S, M_L, M_S} \\ \Phi^l a \Theta^{L, S, M_L, M_S} \end{array} \right. \right) = \\ &= \left( 1 - \sum_{i=1}^{n-1} \Xi'_{n-1, n} (-\Xi_{i, n-1}) (-\Xi'_{i, n-1}) \left\| \begin{array}{l} \Phi^k a \Theta^{L, S, M_L, M_S} \\ \Phi^l a \Theta^{L, S, M_L, M_S} \end{array} \right. \right) = \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &= \left( 1 - (n-1) \Xi'_{n-1, n} \begin{vmatrix} \Phi^k a \Theta^{L, S, M_L, M_S} \\ \Phi^l a \Theta^{L, S, M_L, M_S} \end{vmatrix} \right) = \\
 &= \delta_{kl} - (n-1) \sum_j \eta_{jk} \eta_{jl} \cdot \\
 &\quad \cdot \left( \Xi'_{n-1, n} \begin{vmatrix} a^{n-2} \Theta_r^{r_j, l_j, s_j} a \Theta^{L_k, S_k} a \Theta^{L, S, M_L, M_S} \\ a^{n-2} \Theta_r^{r_j, l_j, s_j} a \Theta^{L_l, S_l} a \Theta^{L, S, M_L, M_S} \end{vmatrix} \right).
 \end{aligned}$$

A primeira alteração consistiu em introduzir em cada termo  $\Xi_{i, n-1} \Xi_{i, n-1}$  operando em toda a função integranda; o valor do termo não é alterado, visto tal introdução corresponder apenas a uma troca de símbolos de determinadas variáveis.

Na segunda alteração, a posição dos operadores  $\Xi_{i, n-1}$  e  $\Xi'_{i, n-1}$  foi trocada com a de  $\Xi_{i, n}$ , o que o alterou para  $\Xi'_{n-1, n}$ .

Em seguida,  $(-\Xi_{i, n-1})$  e  $(-\Xi'_{i, n-1})$  foram omitidos, visto que cada um destes operando numa função anti-simétrica das variáveis  $t_1$  a  $t_{n-1}$  não a altera.

Na última expressão, a função  $a^{n-1}$  foi substituída pelo respectivo desenvolvimento segundo a representação fraccional de parentesco.

TEOREMA 4 — O valor do integral

$$Q_{jkl} \equiv (X_j a \Theta^k a \Theta^l | \mathbf{P}_{a a} | X_j a \Theta^l a \Theta^k)$$

é dado pela relação

$$\sum_c \bar{U} \begin{pmatrix} j & a & a & d \\ k & c & & \end{pmatrix} \bar{U} \begin{pmatrix} j & a & a & d \\ l & c & & \end{pmatrix} q_c,$$

onde

$$q_c = (a a \Theta^c | \mathbf{P}_{aa} | a a \Theta^c) = \bar{\bar{U}} \left( \begin{matrix} a & a & a & a \\ c & 0 & & \end{matrix} \right) \frac{2a+1}{\sqrt{2c+1}}$$

e os símbolos  $j, k, \dots$  indicam somas a respeito de todos os pares de valores  $(L_j, S_j), (L_k, S_k), \dots$ ;  $d$  designa o par  $L, S$  e o símbolo  $\bar{\bar{U}}$  é definido pela relação

$$\bar{\bar{U}} \left( \begin{matrix} a & b & c & d \\ e & f & & \end{matrix} \right) = U \left( \begin{matrix} L_a & L_b & L_c & L_d \\ L_e & L_f & & \end{matrix} \right) U \left( \begin{matrix} S_a & S_b & S_c & S_d \\ S_e & S_f & & \end{matrix} \right).$$

DEMONSTRAÇÃO — Por simples alteração da ordem de acoplamento em ambos os lados do integral, tem-se

$$Q_{jkt} = \sum_{c,e} \bar{\bar{U}} \left( \begin{matrix} j & a & a & d \\ k & e & & \end{matrix} \right) \bar{\bar{U}} \left( \begin{matrix} j & a & a & d \\ l & e & & \end{matrix} \right) \cdot (X_j a a \Theta^c \Theta^d | \mathbf{P}_{aa} | X_j a a \Theta^e \Theta^d).$$

Este integral é nulo, a não ser que  $c=e$  ( $\mathbf{P}_{aa}$  comuta com  $\underline{\mathbf{L}}$  e  $\underline{\mathbf{S}}$ ) e o seu valor é independente de  $X$  e do seu acoplamento. Assim, está reduzida à expressão  $q_c$  dada no enunciado, a qual pode ser calculada explicitamente como se segue:

$$\begin{aligned} q_c &= \frac{i^{4a}}{\sqrt{2c+1}} \bar{\bar{U}} \left( \begin{matrix} a & a & a & a \\ c & 0 & & \end{matrix} \right) ((\| \bar{a} a) \Theta^{0,0})^2 = \\ &= \frac{2a+1}{\sqrt{2c+1}} \bar{\bar{U}} \left( \begin{matrix} a & a & a & a \\ c & 0 & & \end{matrix} \right), \end{aligned}$$

o que prova o teorema.

### 3. Aplicação prática. Resultados.

Os dois teoremas apresentados dão-nos uma relação explícita para o cálculo dos coeficientes  $\mu_{kl}$  a partir dos quais os coeficientes fraccionais de parentesco  $\eta_{kl}$  podem ser obtidos imediatamente.

Tal expressão pode ser abreviadamente escrita do seguinte modo:

$$\mu_{kl} = \delta_{kl} - \sum_c W_c \sum_b U'_{kb} U'_{lb}$$

onde

$$W_c = \frac{(n-1)(2a+1)}{\sqrt{2c+1}} \bar{U} \left( \begin{matrix} a & a & a & a \\ c & 0 & a & a \end{matrix} \right)$$

e

$$U'_{kb} = \bar{U} \left( \begin{matrix} b & a & a & d \\ k & c & a & d \end{matrix} \right) \eta_{kb}^{n-1}.$$

A soma  $\sum_c$  diz respeito a todos os pares de valores L,S para os quais  $aa\Theta^{L,S}$  existe, e  $\sum_b$  refere-se a todos os conjuntos r,L,S de  $a^{n-2} \Theta_r^{r,L,S}$ .

Assim, para calcular os coeficientes fraccionais de parentesco da configuração  $a^n$ , é necessário conhecer os correspondentes à configuração  $a^{n-1}$ , bem como os conjuntos r,L,S respeitantes à configuração  $a^{n-2}$ .

O facto de os coeficientes  $\mu_{kl}$  serem dados por intermédio de somas de um número finito de produtos de coeficientes de Racah, bem como a simplicidade da fórmula apresentada, permitem o uso de máquinas automáticas de calcular.

Os coeficientes correspondentes à configuração  $g^3$  (dados na tabela III) foram calculados pela EDSAC II do



Mathematical Laboratory de Cambridge, fazendo uso de um programa que se baseia no método aqui apresentado.

A primeira coluna contém os diversos conjuntos  $2L, 2S, 2r$  correspondentes à configuração  $g^2$ . Cada configuração  $g^3$  é também especificada pelos números  $2L, 2S, 2r$ , os quais são dados na primeira linha de cada coluna.

As configurações  $s^n, p^n, d^n$  foram estudadas por diversos autores e os resultados são do conhecimento geral.

Os coeficientes fraccionais de parentesco para as configurações  $f^2, f^3, f^4$  foram estudadas por REILLY [22]; e os relativos à configuração  $f^5$  por CARVALHO [8], utilizando o método exposto no presente trabalho.

TABELA III

Coefficientes fraccionais de parentesco para a configuração  $g^3$

	22 1 1	20 1 1	18 3 1	18 1 1
16 0 1	0,707 106 8	0,505 525 0	0,000 000 0	0,605 530 1
14 2 1	-0,707 106 8	0,707 106 8	0,877 058 0	-0,339 683 1
12 0 1	0,000 000 0	-0,494 413 2	0,000 000 0	0,365 148 4
10 2 1	0,000 000 0	0,000 000 0	-0,480 384 5	-0,620 173 7
	16 1 1	16 1 2	14 3 1	14 1 1
16 0 1	0,566 138 5	0,000 000 0	0,000 000 0	0,581 039 5
14 2 1	0,179 743 4	0,683 880 3	0,729 018 9	-0,074 380 4
12 0 1	-0,260 535 6	0,557 592 2	0,000 000 0	0,139 409 0
10 2 1	0,683 880 3	-0,179 743 4	0,427 008 4	-0,496 662 0
8 0 1	-0,334 078 4	-0,434 845 9	0,000 000 0	0,378 098 3
6 2 1	0,000 000 0	0,000 000 0	-0,534 972 2	-0,497 789 5
	14 1 2	12 3 1	12 1 1	12 1 2
16 0 1	0,000 000 0	0,000 000 0	0,576 340 0	0,000 000 0
14 2 1	0,478 260 7	0,487 608 7	0,026 444 3	0,616 781 6
12 0 1	-0,663 446 4	0,000 000 0	-0,063 564 2	0,370 639 6
10 2 1	-0,402 689 4	-0,800 640 8	0,295 261 7	0,303 821 8
8 0 1	0,244 619 9	0,000 000 0	-0,308 390 8	0,343 775 8
6 2 1	0,330 314 9	0,348 155 3	0,641 966 7	-0,165 144 6
4 0 1	0,000 000 0	0,000 000 0	-0,262 081 8	-0,494 413 2
	10 3 1	10 1 1	10 1 2	10 1 3
16 0 1	0,000 000 0	0,577 552 1	0,000 000 0	0,000 000 0
14 2 1	0,608 154 9	-0,007 163 2	0,561 268 7	0,000 000 0
12 0 1	0,000 000 0	0,022 449 8	-0,214 477 1	0,672 670 4
10 2 1	0,506 369 7	-0,135 191 1	-0,276 060 3	-0,526 601 3
8 0 1	0,000 000 0	0,186 793 3	-0,593 263 2	-0,207 788 9
6 2 1	0,291 287 6	-0,544 377 7	-0,164 758 0	0,366 174 1
4 0 1	0,000 000 0	0,361 991 5	0,319 434 4	0,065 555 7
2 2 1	-0,537 483 9	-0,430 493 8	0,285 697 4	-0,297 670 3

	8 3 1	8 1 1	8 1 2	8 1 3
16 0 1	0,000 000 0	0,577 327 8	0,000 000 0	0,000 000 0
14 2 1	0,568 535 2	0,001 240 8	0,581 706 4	0,000 000 0
12 0 1	0,000 000 0	-0,005 335 4	0,081 855 6	0,474 790 6
10 2 1	-0,304 290 3	0,042 503 0	0,148 609 6	0,655 600 8
8 0 1	0,000 000 0	-0,077 687 6	0,501 944 1	-0,391 287 3
6 2 1	0,679 671 1	0,308 541 2	0,331 482 8	-0,252 873 6
4 0 1	0,000 000 0	-0,301 105 4	0,243 744 6	0,277 626 7
2 2 1	0,349 603 0	0,634 818 3	-0,172 197 7	0,079 009 9
0 0 1	0,000 000 0	-0,264 507 6	-0,426 544 8	-0,210 693 1

	6 3 1	6 3 2	6 1 1	6 1 2
14 2 1	0,578 694 5	0,000 000 0	0,576 677 0	0,000 000 0
12 0 1	0,000 000 0	0,000 000 0	-0,020 610 9	0,613 056 1
10 2 1	0,109 079 7	0,847 862 5	-0,054 730 7	-0,362 794 6
8 0 1	0,000 000 0	0,000 000 0	-0,272 656 5	0,317 778 4
6 2 1	0,598 575 7	-0,432 621 8	-0,300 334 9	-0,370 231 9
4 0 1	0,000 000 0	0,000 000 0	-0,652 099 4	-0,152 246 7
2 2 1	0,543 066 6	0,000 000 0	-0,272 483 3	0,480 945 3

	4 1 1	4 1 2	2 3 1	2 1 1
12 0 1	0,568 535 2	0,000 000 0	0,000 000 0	0,000 000 0
10 2 1	0,161 374 3	0,688 446 3	0,693 888 7	0,509 175 1
8 0 1	-0,252 825 0	0,564 974 7	0,000 000 0	-0,707 106 8
6 2 1	0,688 446 3	-0,161 374 3	0,720 082 3	-0,490 653 4
4 0 1	-0,335 927 4	-0,425 210 0	0,000 000 0	0,000 000 0

## CAPÍTULO VI

### RESULTADOS FINAIS

Os teoremas do capítulo III mostram como os integrais acoplados podem ser obtidos para configurações do tipo

$$a^{n_a} b^{n_b} c^{n_c} \dots$$

desde que  $n_a = n_b = n_c = \dots = 1$ . No capítulo IV expôs-se o método prático de efectuar tal cálculo.

No capítulo V estudaram-se, em pormenor, as configurações do tipo  $a^{n_a}$ , as quais se podem representar como combinações lineares das funções  $a^{n_a-1}$  acopladas com uma nova função  $a$ .

Este facto permite desenvolver um integral acoplado com  $n_a \neq 1$ , por exemplo, em termos de integrais com  $n_a$  diminuído de uma unidade; o mesmo processo pode ser aplicado a estes, e  $n_a$  diminui de novo em uma unidade, e assim sucessivamente até  $n_a = 1$ , caso em que os métodos descritos no presente trabalho podem ser aplicados directamente.

Este método é muito laborioso, embora não impossível de realizar na prática; contudo, diversos estudos têm sido efectuados no sentido de automatizar também este cálculo, e uma série de teoremas demonstrados por BOYS permitem fazer a sua redução (CARVALHO [8]).

Considere-se, por exemplo, o integral acoplado

$$(p^4 P^3 f^2 P^3 S^1 | \mathbf{H} | p^4 P^3 f^2 P^3 S^1).$$

Para o calcular determinam-se, pelos processos descritos no capítulo IV, os coeficientes  $C_r$  do desenvolvimento

$$\begin{aligned} I &= \left( (\Theta^{L,S} p) P^3 (f_1 f_2) P^3 S^1 | \mathbf{H} | (\Theta^{L,S} p) P^3 (f_1 f_2) P^3 S^1 \right) = \\ &= \sum_r C_r Y_r + \dots \end{aligned}$$

onde  $Y_r$  designam integrais do tipo  $[pp | ff]^l$  e  $[pf | fp]^l$ , com  $[ab | cd]^l$  dado pelo integral

$$\iint a^*(r_1) b(r_1) c^*(r_2) d(r_2) \{r_1, r_2\}^l dr_1 dr_2$$

e  $\{r_1, r_2\}^l$  representando a quantidade  $r_{<}^{l+2} / r_{>}^{l-1}$  (tabela I).

TABELA I

Coeficientes  $C_r$

$Y_r \backslash \Theta^{L,S}$	$D^2$	$P^2$	$S^4$
$[pp   f_1 f_1]^2$	- 0,020 000 0	0,100 000 0	- 0,200 000 0
$[pf_1   f_1 p]^2$	0,047 142 9	0,064 285 7	0,085 714 3
$[pf_1   f. p]^4$	0,023 809 5	0,047 619 0	- 0,047 619 0

Para calcular os coeficientes correspondentes do integral

$$(p^3 \Theta^{L,S} p P^3 f^2 P^3 S^1 | \mathbf{H} | p^3 \Theta^{L,S} p P^3 f^2 P^3 S^1) = \sum_r C'_r Y'_r + \dots$$

basta atender à definição de  $f^2 P^3$ ; os resultados são dados na seguinte tabela:

**TABELA II**

Coefficientes  $C'_r$

$Y'_r \backslash \Theta^{L,S}$	$D^2$	$P^2$	$S^4$
$[pp   ff]^2$	-0,040 000 0	0,200 000 0	-0,400 000 0
$[pf   fp]^2$	0,094 285 8	0,128 571 4	0,171 428 6
$[pf   fp]^4$	0,047 619 0	0,095 238 2	-0,095 238 2

E finalmente, para o integral pretendido, tem de se atender à definição da configuração  $p^4 P^3$ , que exige o conhecimento dos coeficientes fraccionais de parentesco. Estes, tabelados a seguir, podem ser calculados pelos métodos do capítulo V:

**TABELA III**

Coefficientes fraccionais de parentesco  $\eta_{L'S'}$  de

$$p^4 \Theta^{LS} = \sum_{L',S'} \eta_{L'S'} p^3 \Theta^{L',S'} p \Theta^{L,S}$$

$\Theta^{L',S'} \backslash \Theta^{L,S}$	$P^3$
$D^2$	0,645 497 2
$P^2$	-0,500 000 0
$S^4$	0,577 350 3

Assim, o coeficiente do integral  $[pp|ff]^2$ , por exemplo, é determinado pela expressão

$$4 [ (0,645\ 497\ 2)^2 (-0,04) + (-0,5)^2 (0,2) + (0,577\ 350\ 3)^2 (-0,4) ] = -0,4.$$

Os coeficientes  $C_r''$  correspondentes ao integral pretendido são dados na tabela seguinte:

TABELA IV

Coeficientes  $C_r''$ 

$Y_r$	$C_r''$
$[pp ff]^2$	-0,400 000 0
$[pf fp]^2$	0,514 285 8
$[pf fp]^4$	0,047 619 0

Os coeficientes dos termos  $[pp|ff]^0$ , bem como os dos integrais dependendo de um só electrão, não oferecem dificuldade de maior, podendo ser determinados por simples inspecção (Boys [6]).

Não se descreve o cálculo dos coeficientes de  $[pp|pp]^l$  e  $[ff|ff]^l$ , pois, em geral, é efectuado separadamente. Para estes últimos, por exemplo, bastaria calcular

$$((f_1 f_2) \Theta^{L,S} | \mathbf{H} | (f_1 f_2) \Theta^{L,S}).$$

Determinaram-se também os coeficientes de  $[dd|ff]^l$  e  $[df|fd]^l$ , do desenvolvimento de alguns integrais acoplados da forma

$$(d^4 \Theta_r^{r,L,S} f^2 \Theta^{L',S'} D^5 | \mathbf{H} | d^4 \Theta_r^{r,L,S} f^2 \Theta^{L',S'} D^5);$$

os resultados obtidos são apresentados na tabela V.

TABELA V

Coeficientes  $C_r$  do desenvolvimento  
 $(d^4 \Theta^{r, L, S} f^2 \Theta^{L', S'} D^5 | H | d^4 \Theta^{r, L, S} f^2 \Theta^{L', S'} D^5) =$   
 $= \sum_r C_r Y_r + \dots$

$\Theta_r^{L,S}   \Theta^{L',S'}$ $Y_r$	$D^5   S^1$	$P_1^3   P^3$	$P_2^3   P^3$	$D^3   P^3$
$[dd   ff]^2$	0,000 000 0	0,001 142 9	-0,024 000 0	0,028 571 4
$[dd   ff]^4$	0,000 000 0	0,000 000 0	0,000 000 0	0,000 000 0
$[df   fd]^1$	-0,342 857 1	-0,580 244 9	-0,494 857 1	-0,493 196 8
$[df   fd]^3$	-0,152 381 0	-0,236 299 8	-0,227 238 1	-0,228 454 0
$[df   fd]^5$	-0,173 160 1	-0,239 950 5	-0,264 069 3	-0,262 317 0

$\Theta_r^{L,S}   \Theta^{L',S'}$ $Y_r$	$D^5   P^3$	$F_1^3   P^3$	$F_2^3   P^3$	$D^5   D^1$
$[dd   ff]^2$	-0,200 000 0	-0,234 285 8	0,085 714 3	-0,044 898 0
$[dd   ff]^4$	0,000 000 0	0,000 000 0	0,000 000 0	-0,032 653 1
$[df   fd]^1$	-0,100 000 0	-0,320 816 3	-0,488 434 5	-0,134 693 9
$[df   fd]^1$	-0,088 095 3	-0,252 108 8	-0,203 854 8	-0,163 038 5
$[df   fd]^5$	-0,075 757 5	-0,244 279 6	-0,301 999 5	-0,190 680 1



$\Theta_r^{L,S}   \Theta^{L',S'}$	$P_1^3   F^3$	$P_2^3   F^3$	$D^3   F^3$	$D^5   F^3$
$[dd   ff]^2$	0,001 523 8	-0,032 000 0	-0,002 698 2	0,019 047 6
$[dd   ff]^4$	0,000 000 0	0,000 000 0	-0,024 943 4	-0,047 619 1
$[df   fd]^1$	-0,057 469 4	-0,564 571 4	-0,065 561 3	-0,368 571 4
$[df   fd]^3$	-0,188 081 6	-0,239 492 0	-0,206 122 2	-0,247 936 5
$[df   fd]^5$	-0,348 794 1	-0,236 652 2	-0,281 127 6	-0,302 308 8

$\Theta_r^{L,S}   \Theta^{L',S}$	$F_1^3   F^3$	$F_2^3   F^3$	$G^3   F^3$	$H^3   F^3$
$[dd   ff]^2$	-0,020 153 7	0,015 079 4	0,007 482 8	-0,027 513 3
$[dd   ff]^4$	0,003 968 3	0,003 968 3	-0,008 024 3	-0,037 518 0
$[df   fd]^1$	-0,399 523 8	-0,292 857 1	-0,273 605 0	-0,071 292 6
$[df   fd]^3$	-0,203 007 0	-0,198 280 5	-0,184 301 1	-0,190 768 5
$[df   fd]^5$	-0,288 199 4	-0,333 092 8	-0,354 634 8	-0,394 096 6

$\Theta_r^{L,S}   \Theta^{L',S'}$	$F_1^3   H^3$	$F_2^3   H^3$	$G^3   H^3$	$H^3   H^3$
$[dd   ff]^2$	0,282 010 6	-0,103 174 4	-0,024 761 8	0,058 624 3
$[dd   ff]^4$	-0,009 379 5	-0,009 380 0	0,018 879 6	-0,023 088 0
$[df   fd]^1$	-0,542 391 4	-0,123 469 6	-0,066 802 8	0,048 435 4
$[df   fd]^3$	-0,177 185 8	-0,199 056 0	-0,174 134 4	-0,155 898 2
$[df   fd]^5$	-0,371 856 8	-0,384 683 2	-0,404 655 9	-0,418 641 1

## BIBLIOGRAFIA

1. M. J. M. BERNAL e S. F. BOYS — *Phil. Trans. Roy. Soc. London*, A **245** (1952), 116.
2. S. F. BOYS — *Proc. Roy. Soc. London*, A **200** (1950), 542.
3. S. F. BOYS — *Proc. Roy. Soc. London*, A **206** (1951), 489.
4. S. F. BOYS — *Proc. Roy. Soc. London*, A **207** (1951), 181.
5. S. F. BOYS — *Proc. Roy. Soc. London*, A **207** (1951), 197.
6. S. F. BOYS — *Phil. Trans. Roy. Soc. London*, A **245** (1952), 95.
7. M. BORN e J. R. OPPENHEIMER — *Ann. der Phys.*, **84** (1927), 457.
8. J. A. F. CARVALHO — *Automatic calculation of vector coupled integrals and atomic wave functions*, Ph. D. thesis, Cambridge University (1962).
9. E. U. CONDON e G. H. SHORTLEY — *The theory of Atomic Spectra*, Cambridge University Press (1959).
10. R. COURANT e D. HILBERT — *Methods of Mathematical Physics*, I, Interscience Publ. (1953).
11. A. R. EDMONDS — *Angular momentum in Quantum Mechanics*, Princeton University Press (1957).
12. H. EYRING, J. WALTER e G. KIMBALL, *Quantum Chemistry*, John Wiley & Sons (1956).
13. U. FANO e G. RACAH — *Irreducible tensorial sets*, Academic Press (1959).
14. S. GOUDSMIT e R. F. BACHER — *Phys. Rev.*, **46** (1934), 948.
15. B. R. JUDD — *Operator techniques in Atomic Spectroscopy*, Mac-Graw Hill Co. (1963).
16. E. C. KEMBLE — *The fundamental principles of Quantum Mechanics with elementary applications*, Dover Publ. (1958).
17. J. K. L. MAC-DONALD — *Phys. Rev.*, **43** (1933), 830.
18. G. RACAH — *Phys. Rev.*, **61** (1942), 186.

19. G. RACAH — *Phys. Rev.*, **62** (1942), 438.
20. G. RACAH — *Phys. Rev.*, **63** (1943), 63.
21. G. RACAH — *Phys. Rev.*, **76** (1949), 1352.
22. E. F. REILLY — *Phys. Rev.*, **91** (1953), 876.
23. B. C. SAHNI e S. F. BOYS—*Phil. Trans. Roy. Soc. London*, A **246** (1954), 463.
24. J. C. SLATER — *Quantum theory of Atomic Structure*, Mac-Graw Hill Book Co. (1960).

# S O N N E T S   E T   C H A N S O N S

A MEMÓRIA DE JEAN ROUSÉ

## SONNET I

J'y vais! Je ne sais ni ne saurait où...  
Je sais que, n'étant pas la nuit, je suis l'image  
d'une nuit future qui se cache  
au-delà de la montagne du paysage.  
J'y vais!... Pourquoi m'appelles-tu, voix qui présage,  
si tu as tracé le chemin de mon vol?  
Sans moi, ton ombre ne s'éteint pas.  
Ange de glace, attends-moi... J'y vais!  
Il est beau, le monde. L'amour rêve encore  
le fruit et la fleur d'azur de sa tige.  
Elle est belle la terre, et le ciel. Mais elle est horrible  
la nuit avec laquelle tu as illuminé la vie.  
J'y vais! O nuit, ô mon ombre d'aujourd'hui,  
laisse-moi être le jour qui me fuit!

## SONNET II

Je ne te veux pas, éternité! C'est à peine  
si j'aime cette goutte d'eau de mon fleuve,  
filet froid qui vient des eaux sereines,  
rêve aujourd'hui du voyage du navire.  
Je ne te veux pas, éternité! Bien que  
je sache que tout vers toi chemine,  
j'aime mieux la certitude de cette heure  
qui, étant à toi, éternité, m'appartient.

Laisse-moi m'appeler, aujourd'hui, éternité!  
 Je ne veux pas retourner dans l'océan mystérieux!  
 Je ne veux pas retourner dans la clarté  
 ni dans l'ombre du nuage d'où je viens.  
 Je ne te veux pas, ô nuit, ô lumière effroyable  
 et absolue! En moi l'instant rêve.

## SONNET III

— Ombre des ombres, je veux que tu me laisses!  
 Nuit, cueille ces fruits odorants!  
 Bois les eaux du fleuve, et mange les poissons...  
 car d'autres eaux viendront, d'autres sources.  
 Pourquoi ne fauches-tu pas, plutôt, cette moisson?  
 — Homme, le fruit et les blés ne sont pas à nous!  
 Ils sont à ce matin de lumière plus claire  
 qui point dans la blancheur de tes os!  
 — Pourquoi n'emportes-tu pas cette lumière du jour,  
 là-bas, vers ta nuit sans clair de lune?  
 — Parce que mon royaume obscur s'illumine  
 avec la lumière qui dans tes yeux s'éteindra!  
 — Emporte alors avec toi la vie, emporte-la,  
 si un autre jour se lève dans mes ténèbres!

## SONNET IV

Plus j'aime la terre, plus je me sens  
 noyé dans l'intimité de son amour pour moi!  
 Ainsi, de mon instinct,  
 vient la nostalgie et l'amour de la terre et du ciel.  
 Oui, elle qui, vêtue de sa tunique  
 de verdure et de soleil, a confiance et espère;  
 fiancée du ciel, compatissante et unique,  
 elle m'appelle, dans la lumière du printemps.

Elle m'appelle, dans la couleur et la saveur d'un fruit;  
dans un oiseau qui chante, dans le grain de la moisson...  
Elle m'appelle, la terre, mais je lutte  
pour fuir le bien qu'elle m'offre.  
Terre, ô mon port chaque fois plus proche!  
Noire contradiction à la route incertaine!...

## SONNET V

Tous les jours je me lève et m'exclame :  
«Je vois encore la lumière! Et je vois encore  
de ma chambre, le matin si clair et si beau,  
et un oiseau qui chante au soleil, sur une branche.»  
Donne-moi ce bien jusqu'à la fin, ô Jésus!  
Que je puisse voir le monde jusqu'à l'heure  
où je ne saurait plus que la lumière existe,  
et n'entendrai plus l'oiseau chanter, au-dehors.  
Puis, dans l'obscurité, puis... qui sait  
Dans quels abîmes la lumière se transfigure?  
Peut-être serait-je le chant de cet oiseau,  
emplissant la terre et le ciel d'une lumière plus pure.  
Peut-être serai-je l'oiseau, le ciel et le vol,  
dans l'obscurité que la nuit illumina!

## SONNET VI

Peur d'être l'obscurité du puits,  
où les eaux ont séché en lumière du ciel;  
Peur d'être, au-dedans, nerfs et os,  
enveloppé dans les plis de ce voile.  
Peur de la lumière qui mangera les ténèbres,  
peur de la nuit qui dévore le jour;  
peur du vent obscur qui m'emporte,  
sans savoir pourquoi il emporte cette joie.

Peur du ciel, même faux sur la toile,  
 où j'ai nourri d'illusions mon vol captif d'oiseau;  
 Peur même de la vérité avec laquelle je leurre  
 la grande certitude que personne ne sait.  
 Peur de toi, Seigneur, peur de moi :  
 Peur de ton commencement dans ma fin!

## SONNET VII

O sombre solitude, quand est donc partie  
 de ton néant la première pensée?  
 As-tu vu naître ton premier fleuve?  
 As-tu vu mourir ta première brise?  
 Quand donc a brillé, dans la solitude du ciel,  
 ton premier astre? Et quand donc s'est ouverte  
 la rose du matin que personne n'a vue  
 et la fleur de la lune que personne n'a cueillie?  
 O silence du monde, ô fleur sans tige,  
 à la corolle tournée vers le sud et le nord :  
 dès que la vie t'a défaite, tu es restée  
 vivante, mourant dans le temps, vie et mort!  
 O pieuse solitude de ma rencontre!  
 «Volupté de n'être point le sommeil de personne»

## SONNET VIII

Il m'a suffi de lever la main comme pour couper  
 deux roses du rosier de la nuit,  
 et dans le jardin sans fin des ténèbres mortes,  
 j'ai cueilli deux étoiles parmi les plus belles.  
 J'en ai élevé une, comme un flambeau, entre mes doigts,  
 et l'ai tournée, en souriant, vers le ciel du nord.  
 J'ai mis l'autre dans la boîte à secrets  
 qui gardait la clarté de ma mort!

Maintenant, portant l'étoile comme un flambeau,  
je monte, dans l'espace, un coursier mort,  
et regarde, d'en haut, la vie d'en bas,  
et la mer de la plaine, sans ondes et sans port.  
A présent, je m'en vais! Mais je vais où me conduit  
l'étoile dans laquelle j'ai enfoui mes ténèbres.

## SONNET IX

Ici, le fleuve bleu, au soleil de l'été;  
là-bas, la montagne, à l'horizon suave.  
Nous savons que la mer attend le fleuve...  
Mais ce qui attend la montagne, personne ne le sait.  
Ici, la vallée, dans la lumière du matin clair;  
plus loin, la moisson, ondoyante, au vent du nord.  
Nous savons que la faim attend la moisson,  
et ignorons quelle vie attend la mort.  
Ici, le filet transparent d'une source;  
là-bas, la vallée qui fleurit le printemps.  
Nous croyons que le ciel attend la montagne,  
et ignorons que la nuit nous attend.  
Ici, la lumière, au sol, de notre image;  
là-bas, nous, qui sommes déjà le paysage!

## SONNET X

Viens, Pégase blanc aux ailes légères  
comme des nuages au soleil! Beau et horrible,  
viens au galop et conduis-moi là où tu porteras  
l'amour, la vie, la mort, la nuit et le rêve.  
Viens, car le jour m'attend, au fond  
de je ne sais quel profond abîme obscur,  
dans la solitude du temps, au-delà du monde,  
au-delà du ciel présent et de la mer future.



Secoue ta crinière d'or et frappe l'espace  
de tes sabots de bronze, et glisse tes flancs  
entre les nuages de l'air nocturne et blafard,  
et hennis et galope sur les montagnes blanches.  
Viens, car mon corps, à présent, attend et dort  
et galope! Et galope dans un rêve informe!!

## SONNET XI

O ténébreux arbre des arbres,  
aux racines de morts dans ton sol!  
Tronc, le silence... et fruit, et feuille, les marbres:  
— Nuit submergée dans la glace et la solitude!  
De toi est faite la mer noire et future  
de la grève sans fin d'ombres qui est ton oeuvre.  
Et le ciel, s'il voulut un azur plus haut et pur,  
descendit sur la branche verte d'un cyprès.  
Puits du temps sans profondeur... Comble  
d'espérance figée en ténèbres et en glace:  
Combien fut doux, après le noir cauchemar,  
le parfum de la rose, tout près du tombeau!  
Combien fut douce, mon Dieu, la vision de la fleur  
de la vie, ouverte dans la semence pourrie!

## SONNET XII

Ce n'est pas toi qui me fais mal, ô nuit absolue...  
Ce sont les morts petites, cachées  
derrière l'arène obscure où on lutte  
et souffre et meurt la mort d'autres vies.  
Il me fait mal, le pauvre cadavre sans sépulture  
travesti en vivant, dans son cortège,  
pleurant, riant, dans l'ombre et dans le tumulte  
de la vérité et de l'erreur que je ne vois point.

Toi, je le sais, tu viendras couper par le milieu  
mon temps d'être, et le diviser  
en terre et en ciel, dans les ténèbres d'où il vint  
et dans la lumière de ton monde plus tranquille.  
Mais vous, ô petites morts infernales,  
vous réduisez en cendre les jours que vous me donnez.

## SONNET XIII

Ces heures du monde sont ici,  
depuis le commencement, et attendent le retour.  
Mais tant que je ne parviens point à ce que je n'ai pas vu,  
voici l'heure pendant laquelle je me souviens et j'oublie.  
Avec elles je fis le trait de mon arc,  
les mâts et les voiles blanches du navire.  
Sur elles je dressai les flots de mon bateau,  
le lit et l'ample rive de mon fleuve.  
Ces heures du monde, qui sont venues  
d'une source dormante, vers ma soif,  
savent que, quelque part, dans le monde, d'autres attendent  
d'autres heures qui sonneront pour celui qui les demande.  
Elles savent qu'elles sont, peut-être, des flots désireux  
de devenir un jour des pétales de roses.

## SONNET XIV

Venez, ô moissonneuses, et apportez les faux!  
Venez, et fauchez la moisson des chansons :  
cette paille sans grain de vers doux,  
— coquelicots et barbes d'épis, au lieu de blé.  
Venez, et emportez l'ivraie pourrie  
que les morts ont épandue sur les routes.  
Pourquoi dois-je moudre le grain moulu  
de ces paroles usées et fatiguées?

Venez, ô moissonneuses, élevez en meules  
 cette paille de sons qui se traîne!  
 Mettez-y le feu! Faites monter les flammes,  
 avec vos chansons, vers la clarté des étoiles.  
 Venez, ô moissonneuses, car la moisson pourrit,  
 et personne ne veut de l'âme qui pourrit.

## SONNET XV

O Seigneur intérieur avec qui je cause,  
 dites-moi qui vous êtes, ô Seigneur obscur.  
 Dites-le-moi! Je veux vous expliquer en prose ou en vers,  
 ô Seigneur caché au-delà du mur!  
 C'est à peine si je connais votre nom... et je sens et je sais  
 qu'au-dedans vous existez et frémissez, ô Seigneur!  
 Mais je ne sais par quelle norme et par quelle loi,  
 ce qui vient aux paroles est différent.  
 O rage! O angoisse! O douleur de n'être tout  
 imparfait ou parfait dans ce que je dis!  
 D'avoir encore les mains pleines de fange  
 du Seigneur intérieur, mon ennemi!  
 O Seigneur intérieur enfermé à clef  
 dites, dans ma voix, tout ce que vous savez!

## SONNET XVI

Le diable était là, les mains jointes!...  
 Un pied dans le fleuve, l'autre sur la montagne.  
 Puis, je ne sais par quel artifice  
 il cracha, et mit la lune et le soleil sur son dos.  
 De la lune il fit la lyre qui vibre, aujourd'hui, sous mes  
 doigts;  
 du soleil, la portée des vérités toutes nues.  
 Il regardait, hautain, l'acier des charrues,  
 et agitait dans l'espace ses ailes d'ange.

Mais le fleuve sécha aux pieds du diable!  
Le sol se vêtit de mort et le ciel de deuil!  
Alors il se mit à ronger sa propre queue,  
en attendant que les pierres donnent leur fruit.  
Laisse le fleuve couler vers la mer!  
Va remettre la lune et le soleil à leur place!

## SONNET XVII

Du nord au sud, le trait d'un éclair  
avait traversé l'espace blafard! Mais aussitôt,  
avec son épée légère et de feu,  
vint un ange, et il coupa en deux le trait.  
Ce trait, c'était moi, avec mon âme et tout!  
Moi, me voyant et me sentant, là, coupé!  
Moi, la moitié de moi-même dans l'espace muet :  
corps d'un côté, et âme de l'autre.  
Je vois ce que je suis et je m'afflige!  
A présent ma soif de nostalgie  
est celle de la divine clarté  
par laquelle j'aspirais à devenir l'épée et l'ange.  
Mais l'épée a fondu dans l'air en flammes,  
et l'ange dont j'ai rêvé s'est défait dans la fange.

## SONNET XVIII

On me donna la vie et les dieux. Nu et muet,  
je reçus mon héritage d'impossibles.  
Humble, j'aimai les dieux invisibles,  
et de la vie et de moi-même je savais tout.  
J'avais la science des choses entre mes doigts :  
enfer et ciel, commencement et fin du monde,  
tout était aussi clair et aussi profond  
que le soleil du matin sur les bocages.

Mais un jour Satan, un dieu pervers,  
apporta une couronne d'or et me fit roi!  
Et moi, seigneur des trônes de l'univers,  
j'expulsai mes dieux et je chantai!  
Que sais-je de la vie maintenant? Rien que cela:  
— Sans vous, beaux fantômes, je n'existe pas!

## SONNET XIX

Oui, j'ai planté un arbre dans ma mémoire!  
Il me donnait la vie exacte, dans le présent,  
du passé qui s'écoulait dans mon histoire,  
qui était l'histoire banale de tout le monde.  
Oui, j'ai planté un arbre! Et je vivais  
à l'ombre fraîche de son feuillage, lorsque  
dans l'azur du printemps le jour se levait  
et dans les feuilles chantait à la lumière une bande  
d'oiseaux, qui venait de la forêt obscure  
de l'antique nuit où je fus dieu! Maintenant,  
ma mémoire vous cherche en vain,  
ô chant, ô lumière, ô ombre accueillante.  
En vain j'étends mon regard misérable  
vers l'ombre, la fleur et le fruit que vous me donniez.

## SONNET XX

Seigneur, mets-en un autre, ici, sur mon visage!  
Un autre pareil à celui que je vois derrière  
le miroir... Mais un autre que je toucherais,  
et non l'image-ombre que tu me donnes.  
Un autre avec son temps et son espace,  
sa chair d'amour dans mon désir...  
et qui s'étreigne aussi lorsque je m'étreins  
et qui s'embrasse aussi lorsque je m'embrasse.

Un autre, — douceur et couleur du même fruit  
pour la faim de l'ombre obscurcie !  
Ainsi, la mort, en moi, ce serait comme  
si je continuais à vivre dans sa vie !  
Mais un autre, à quoi bon, puisque tu m'as créé,  
et je suis, avec toi, la fleur de la même tige?!...

## SONNET XXI

L'ange blanc et noir de mon rêve  
était descendu jusqu'au sol de mon ombre.  
Je ne voyais pas si l'ange était de l'ombre  
ou si c'était l'ange blanc de mon rêve.  
Je voyais, seulement, que l'ange était de cendre  
et portait, suspendues, deux lampes.  
De l'une tombaient des larmes et de la cendre;  
de l'autre sortait le feu des éclairs.  
Je voyais, dans ses yeux verts qui regardaient,  
les eaux d'un lac tranquille et profond.  
Mais du fond de l'abîme de son monde  
venait un grondement lointain d'onde sauvage.  
Et lorsque je vis cet ange entouré de cendre et de larmes,  
je fus l'ombre, le lac, le feu, les larmes.

## SONNET XXII

Mouiller mes doigts dans le paysage, oui !  
Au lieu de le mettre dans mes yeux et de le penser,  
ne parler que de lui, sans parler de moi,  
et le laisser parler avec sa voix.  
Ame, tu n'es pas les choses que tu chantes...  
car les choses du monde sont différentes.  
Tu n'es pas le fleuve, le mont, le soleil et les plantes,  
mais la peinture erronée de ce que tu peins.

A quoi te sert un monde de paroles,  
 — ballets, détours, jeux et caprices,  
 si dans la terre du poème que tu laboures,  
 ne tombe aucune semence d'étoiles ni de bêtes?  
 Veux-tu un chant plus clair et plus profond?  
 Plonge tes mains dans la lumière qui précéda le monde!

## SONNET XXIII

En me chantant, je vous chante, hommes et plantes!  
 Je ne donne que les mots et le sens...  
 car tout ce qui en moi chante est reçu  
 de toi, ô voix du monde qui me chantes.  
 Si je pense fleur ou astre ou onde ou brume,  
 je pense aussi la pensée d'autrui.  
 L'idée de ce que je sens et chante je l'emporte  
 vers la vie des choses d'où elle est venue.  
 Et qu'à l'endroit de la terre qui pourrait nous unir,  
 commence l'esprit rendu libre...  
 Là où la mer n'est plus la mer, et la dune  
 n'est plus la terre verte, ni le désert :  
 et toi, voix de mon chant détachée,  
 tu seras, dans la lumière, l'esprit de la vie.

## SONNET XXIV

Je voudrais être si simple, ho ! si simple,  
 que je conçois mal comment je serais...  
 Je voudrais être une vie simple... simple,  
 comme les eaux d'un fleuve et la lumière du jour !  
 Quand je penserais rose, je voudrais la voir  
 fleurir entre mes doigts ou dans mes yeux !  
 Quand je penserais giroflée, lis, étoile,  
 je voudrais avoir un jardin et un ciel dans mes yeux!

Que ce serait beau et bon, si les choses que je verrais en  
moi,  
dans l'amour d'être comme elles, si simple et si pur,  
étaient la claire lumière de la surface,  
et non l'obscurité de l'abîme obscur.  
Qu'il serait bon d'être pur et simple comme l'essence  
d'une ombre perdue dans l'existence!

## SONNET XXV

Un oiseau chante dans l'air, glorifiant  
la moisson qui sort de la terre verte.  
Et le ciel écoute le chant de l'oiseau, lorsque,  
en chantant, le son se perd dans la lumière de l'air.  
Puis, dans la lumière, la couleur de la moisson reste  
confondue dans le chant, et on ne sait  
où commence la couleur, et où l'air sépare  
la moisson de la terre et le chant de l'oiseau.  
Le soleil fond et harmonise couleur et son.  
Entre la plaine et le ciel, immobile,  
je contemple le doux chant de l'oiseau, avec  
le paysage dans ses plumes et dans son bec.  
Ah ! Si je pouvais, moi aussi, chanter avec toi,  
oiseau du ciel, — futur grain de blé!!

## SONNET XXVI

«Je ne sais rien de la vie morte qui m'a donné,  
à tout jamais, l'affliction de cette halte...  
Moi qui, aux yeux lointains, suis du ciel,  
et aux miens, obscure et dure dans le paysage.  
Ce nuage de l'air fut un fleuve et une onde;  
le tonnerre du ciel était bourrasque.  
Je suis l'ombre de cette mort hideuse,  
immobile, ici, dans l'éternel, hautaine et froide.



La neige seule m'emplit d'illusions, quand elle revêt  
 mon corps de blancheur. Alors, je suppose  
 que je ne suis plus de la terre, mais de la lumière céleste,  
 et la douleur qui ne m'afflige pas est brume et songe.  
 Alors, en rêvant, la douleur de ne point la connaître  
 est presque la vie déjà, presque le plaisir.»

## SONNET XXVII

«Ainsi le printemps me revêtit tout entière  
 de feuillage, de fruits et de grâce,  
 pour donner, verte et heureuse, à celui qui passe,  
 mon ombre et le pain de mes noces.  
 Sur mes branches se posa, avec douceur et souplesse,  
 une bande d'oiseaux qui passa en chantant.  
 Et chaque feuille, en moi, était un oiseau  
 qui n'était pas à la terre, mais à la bande.  
 Déjà mes branches au vent étaient, heureuses,  
 des montagnes, des nuages et des étoiles de l'espace...  
 et la terre, du fond des racines,  
 baisait le ciel posé sur mes bras.  
 Et les hommes qui passèrent et passèrent encor,  
 restèrent avec moi seulement et s'aimèrent.»

## SONNET XXVIII

Mon jour d'azur, sans pensées claires,  
 en toi la lumière du soleil pense pour moi.  
 En toi, ô lumière, j'arrête mes pensées  
 dans la distance du temps d'où je vins.  
 Je ne veux rien de vous, ô regrets insensés !  
 Brûlez dans la rivière en feu de mes nerfs !  
 Fanez-vous, lis de soleil, dans les bouches  
 qui ne savent ni vous taire ni vous contenir.

Et vous, ô mes nuits, avec des teintes déjà  
de la clarté d'une lune que nous ne voyons pas,  
courez comme des navires, et enfermez-vous  
à la surface des ondes, dans le mouvement des rames.  
Et vous, paroles profondes que je ne dis point,  
rêvez seulement, et mourez avec moi!

## SONNET XXIX

Que vienne un autre matin, un autre paysage  
où le mystère, clair, puisse être vu!  
Tout, sauf demeurer à cette halte  
dont je suis déjà la pierre des fondations!  
Sauf être le pilier du pont obscur  
sous lequel passe la voile de mon bateau!  
Sauf être cette vie sans profondeur  
avec l'ombre d'une étoile au ras de la mare!  
Je voudrais un autre paysage, de plaine  
sans commencement ni fin, sans horizons  
posant le ciel au sommet des montagnes,  
où l'on verrait l'âme, où l'on verrait Dieu!  
Je veux voir, de mes yeux d'innocent,  
la fleur de la vie épanouie dans la semence.

## SONNET XXX

Je veux que l'espérance s'arrête et s'attarde.  
Il est de pas à faire mon voyage,  
et non de pas faits, dans le paysage  
usé, tant je l'ai ou et par cœur je le possède.  
Peut-être vaudrait-il mieux n'avoir point d'espérance.  
Plutôt qu'elle s'arrête, que je m'arrête, moi!  
Au lieu de respirer, que je sois l'air, moi...  
le sommeil d'un mort qui repose.

Les pas que je dois faire, qu'un autre les fasse,  
à cheval sur les flots et dans le vent.  
Beau est tout ce que je rêve et que l'on ne voit point.  
Il est beau et bon de penser dans la pensée.  
Je pense mon espérance et, là où je la mets,  
le monde se défait et la lumière du rêve naît.

## SONNET XXXI

Le voyage que je fais en avant,  
sans savoir ce qui reste au-delà de toutes choses,  
est fait de souvenirs et de l'instant  
de ce qu'en moi je rêve, éteins et modifie !  
C'est pourquoi, mon espérance est une nostalgie  
d'eau ou de neige, de brume ou d'ondes,  
qui n'a point de nuit complète où se cacher,  
et ignore si elle est dans les ténèbres ou la clarté.  
C'est pourquoi le réel, obscurci et blafard,  
est presque le ciel des lointains qui m'appelle...  
et la terre claire ou noire, par où je passe,  
illumine d'espoir la fleur et le limon.  
C'est pourquoi, mon espérance fait halte à présent  
dans la lumière de Dieu qui en elle demeure!

## SONNET XXXII

Il existe un mur en moi, large  
et confus, qui ceint ma pensée.  
Et dans le mur, la vie amère  
tremble comme une fleur et un rameau frêle au vent.  
Au fond, les eaux vertes d'un marais...  
Le coassement des crapauds et des grenouilles.  
Et au faite du mur, le ciel bleu  
donnant au monde étoiles et matins.

Déjà dans un clair miroir, à fleur de limon,  
le ciel dans ma vie s'entrelace.  
Et dans le divin et l'humain d'où nous venons,  
une ombre future passe près de nous.  
Amour, au-dehors il y a le printemps!  
Appuie contre le mur une branche de lierre !!

## SONNET XXXIII

Attends, ô Vie! En toi, aujourd'hui commence  
un chemin qui mène je ne sais où!  
O mon fleuve sans embouchure, ne te hâte point...  
A la question que j'ai posée, quelqu'un répond :  
« Ah ! viens — dit une voix nue et lointaine —  
Je suis ton ombre illuminée!  
Je suis la vie qui se trouve au-delà  
de la montagne de l'abîme de ton néant!  
Je suis l'onde que la mer ne défit jamais,  
parce qu'elle ne fut dans la mer qu'un rêve d'onde,  
mais qui s'élèvera une fois seulement  
pour que jamais plus la mer ne la recèle ! »  
— Attends, Amour, laisse le rêve s'enfermer  
dans la brume azurée de la mer terrifiante.

## SONNET XXXIV

Je ne sais quelle lumière, à ce bref instant,  
passa et s'étendit sur tes cheveux...  
Je l'eus dans ma pauvre main fermée, — fleur de glace  
cueillie dans un jardin de fleurs de neige.  
Je vis que le pâle instant était lié  
à ma crainte de le perdre! Et je vis  
que le ciel de cette heure faisait lever en toi  
le soleil d'un monde éloigné de son jour.

Tout était éternel en toi! Lorsque tu parlais,  
 le soleil s'arrêtait, la mer lointaine s'arrêtait,  
 l'air des nuages s'arrêtait. Tu donnais, toi seule,  
 de l'éternité à la lumière de cet instant.  
 Seul un oiseau qui chanta, emporta  
 la couleur de cette heure en fleur dans son vol!

## SONNET XXXV

C'est la lumière d'un autre soleil, qui venait  
 des images des choses que tu as eues  
 dans tes yeux : lumière qui se devine  
 par-delà le monde où tu as vécu.  
 C'est la lumière. Ce n'est aucun de nous,  
 qui sommes encore la vie obscure et blafarde...  
 C'est la lumière de Dieu qui, en moi, pénètre  
 où la parole obscure n'a point de voix.  
 C'est l'espace noir qui sépare,  
 dans le temps, la vie que nous vivons.  
 Mais c'est aussi la lumière du matin clair  
 qui vient du ciel jusqu'aux déserts sereins.  
 C'est la lumière d'un soleil lointain et pur  
 qui demain naîtra sur mon sépulcre.

## SONNET XXXVI

Voici le silence... L'obscurité des déserts,  
 qui vient avec toi, d'où que tu viennes...  
 Voici la nuit qui descend, pour que nous soyons  
 une aile d'ombre et la hauteur des montagnes.  
 Le vent des étoiles arrive, et soulève  
 des tourbillons sataniques de poussière...  
 Mais la clarté de la lumière m'enchanté tellement,  
 que je défie les craintes et je vais seul.

Je vais seul et avec l'amour, la douleur et la mer profonde,  
dans l'ombre de la forêt qui m'emporte  
au-delà de la terre, par-delà le monde,  
sur un chemin de roses et de ténèbres.  
Je vais seul et avec la perfection du monde antique,  
dans le silence de l'amour qui m'accompagne!

## SONNET XXXVII

Voici la mer! — O joie très ancienne  
de l'onde vierge de tourmentes déchaînées!  
A l'endroit où la mer s'étend, le jour se levait...  
Et la mer avait la grandeur que tu lui donnais.  
Maintenant, absent, la mer des ondes, même si  
l'ombre ou la lumière des nuages et des étoiles la traverse,  
tu es, à mon oreille, la mer dans un buccin,  
au vent et au soleil dans les voiles et sur les mâts.  
Bien que l'heure que cette onde a fait surgir,  
appartienne déjà à l'autre mer où tu ne vas point,  
qu'importe, puisque le matin qui s'y est levé,  
se lèvera toujours sur le même quai!?  
Et toi, nuit de la mer, éternelle et obscure,  
tu auras en moi le sol de ta sépulture!

## SONNET XXXVIII

C'était là le commencement du matin.  
Des oiseaux dans le ciel des arbres chantaient  
sur le pommier vert sans fruit  
et l'innocence des mains qui le désiraient.  
Nus, assis à l'ombre du pommier,  
les corps étaient toujours lumière des hauteurs,  
— ombre sur le sol, âme si claire et pure,  
que corps et âme étaient la lumière tout entière.

Rien ne nous séparait de ce que nous voyions.  
Nous regardions seulement à l'entour.  
Et, étant nous les choses, nous existions  
comme le fruit dans le pollen d'une fleur.  
Mais d'une fleur close dans sa pudeur,  
d'où jaillirait la lumière de l'aube.

## SONNET XXXIX

Nous revêtîmes la grâce des innocents,  
lorsque le fruit naquit, et de ses branches  
descendit, comme du feu, sur nos lèvres ardentes,  
et conscients de l'amour nous nous embrassâmes.  
Déjà dans le choeur du ciel le rire  
du démon heureux de son oeuvre sifflait,  
lorsque l'ange descendit au Paradis  
pour vaincre les élans du serpent.  
Certes, Dieu savait tout... et il ne demanda  
même pas où nous étions, car il était en nous  
le ciel et la terre qui voulaient être, et étaient  
le sang éternel de la vie dans notre peau.  
C'est pourquoi l'ange, en nous voyant, brisa aussitôt  
son épée légère et de feu!

## SONNET XL

Je la rencontrerai un jour, je ne sais où...  
Je rencontrerai l'ombre que je cherche  
dans de clairs nuages, et qui dort  
et rêve et se cache sur mon chemin obscur.  
Je rencontrerai l'ombre éblouie  
par quelque astre mourant dans le ciel profond  
et pourrai la voir, rêvant l'aube  
du cadavre du monde déjà sans monde.

Et quand le monde ne sera qu'un souvenir  
dans la mémoire des dieux et de la mort,  
ombre, tu seras déjà la lumière de l'espoir,  
fil éternel de soleil, que personne ne doit couper :  
ombre, lis de la nuit et fleur de la vallée,  
je serai déjà l'ombre de ta frêle tige!



# I M A G E D U J O U R

## SONNET I

Je suis encore le commencement de mon jour.  
Je nais, première lueur dans les yeux d'Eve,  
et je rêve le monde qui sera. La lumière et les ténèbres  
sont dans les mains du futur qui me guide.  
L'océan uni n'a pas encore de voiles...  
C'est une rose close. La grève des dunes,  
vierge de mort, dérobe à nos yeux, entre des colonnes  
d'ombre, la lumière et le jour des étoiles.  
Je chante dans le chant d'oiseaux initiaux  
que l'air n'a pas encore eus. Et je vais avec toi,  
ô vent qui ne sais où tu vas,  
comme je ne vais pas encore à tout ce que je dis!  
Ouvre-toi, ô fleur du verbe, mais ne t'ouvre pas  
plus que l'essence vierge des paroles.

## SONNET II

Belle sera, dans le jour, l'image pure  
de la lumière qui est encore la nuit! Puis, que naissent  
le verbe et la forme vivante, dans la profondeur  
du rêve non rêvé, en fleur et grâce.  
Belle sera, peut-être, une parole  
encore sans pensée, car l'image  
n'existe que dans le fleuve du paysage,  
pour que la mer se ferme et le ciel ne s'ouvre point.

Belle sera la mélodie nouvelle  
sur une autre lyre d'Orphée, chant aérien  
en éclairs et nuages, tant que  
ne sera pas éternelle l'image de mon Jour...  
Car, une fois chantée, elle sera aussitôt  
la beauté enfermée dans une fleur de feu.

## SONNET III

*«Je suis belle, ô mortels!  
comme un rêve de pierre.»*

BAUDELAIRE

A présent seulement la Beauté te dénude,  
fruit du ciel en fleur, presque à la fin!  
A présent seulement elle vient de la nuit muette,  
nuage d'Ange et de Démon sur moi.  
Bien tard elle se révèle! Et je découvre  
à présent seulement son mystère, soleil au charme furtif  
levé depuis si longtemps sur la mer d'octobre  
rouge et usée, dans l'astre consumée.  
Mais, bien que tard, qu'elle vienne et arrête  
encore le temps léger qui se mesure  
au pas vers mon sépulcre! Et qu'elle dise à la mer,  
qu'elle dise aux astres de l'espace et à ma soif  
ces paroles belles et terrifiantes :  
«Je suis le rêve de pierre que tu ne rêves pas!»

## SONNET IV

Belle est la mer. Aussi belle que grande?!  
Mais tout parle de sa grandeur!  
Devant la beauté de la mer que la terre épand,  
toute parole se dessèche et, froide, se tait.

Il ne reste que l'idée d'un sens  
 qui n'est point resté ouvert, la mer étant déjà divisée  
 en gouttes invisibles par un immense  
 et vaste regard, lorsque j'y pense.  
 Mais un monde tient dans chaque goutte; et un astre  
 tient dans chaque onde! Et le vent passe!  
 Et aussi beau que le soleil que la mer embrasse,  
 un vol d'oiseau traverse le matin.  
 Seule ne tient pas dans la mer la fleur suspendue  
 de la beauté de la mer que pense le jour!

## SONNET V

Je m'assieds ici en regardant la mer, et je pense.  
 La pensée se déploie et recule  
 comme les flots de la mer sur la plage nue.  
 Et mer et pensée tout est abîme!  
 Je pense à une mer des ténèbres au-delà du néant,  
 au-delà du ciel, où n'arrivent point les rames,  
 qui garderait le moment où nous mourons,  
 — goutte invisible d'eau illuminée.  
 La mer du présent est constante, depuis l'instant  
 de son éternité, et au commencement  
 de la mémoire qui l'emporte par-delà  
 le monde que je pressens et ignore.  
 Mais la mer du futur commence seulement  
 là où l'ombre de la nuit attend le jour.

## SONNET VI

Ce fut un rêve lié avec deux brins d'osier  
 et un bouquet de coquelicots du champ de blé.  
 Ce fut un rêve de décombres et de crimes  
 sur des plages de ruines et de sel.

Le vent souleva les ailes des mouettes  
et les mena vers les ports, et les offres  
d'épaves de naufragés et de flottes  
de la sombre mer des Indes mystérieuses.  
Là mes bras n'ont point tremblé de peur  
des nuages et des vents, lorsque les vents  
sur la mer brisaient mâts et rochers  
et des coups de tonnerre aux éclairs sanglants.  
Car ce fut un rêve lié en gerbes  
d'ondes, sur la mer des ombres et des poissons.

## SONNET VII

Vol rasant d'oiseau qui ne sait pas  
s'il est oiseau ou feuille. Il est oiseau et il sait, seulement,  
que l'espace existe et que, dans cet espace, tient  
son regard, où n'arrivent point les plumes.  
Et il voit la mer, et il veut que la mer dissimule  
son chant nouveau celé dans sa gorge,  
que sa voix d'oiseau ne chante point,  
parce qu'il ne fut dans la mer qu'un désir d'onde.  
Mais espace et mer, le voyant se traîner,  
étendent encore leur grandeur. Ainsi,  
le ciel élargit l'orbite des astres,  
et la mer limitée veut être la mer sans fin.  
La mort seule, sereine, dans son giron,  
lui promet une ampleur de mer et d'espace.

## SONNET VIII

Des lions, des dragons de feu, à la lueur de l'incendie,  
brûlent, par-delà le mur et les vitres.  
La fureur rougeâtre du tonnerre de l'incendie  
fait voler en éclats les fenêtres closes.

La mer spatiale, autour, est le clair de lune de la nuit.  
 Des flots noirs, recouverts de silence,  
 élèvent, en deçà du ciel et par-delà la nuit,  
 de noirs rochers au silence dense.  
 Mais quand le soleil passera à l'heure courbe  
 et ineffable de l'espace le plus sombre,  
 il viendra de la montagne un nouveau fleuve  
 que la marée descendante ne trouble déjà plus.  
 Le jour se lèvera, parmi des palais d'astres,  
 dans la pureté immortelle des iris chastes.

## SONNET IX

Beauté fragile et agile de gazelle;  
 onde défaite dès que le vent l'enroule,  
 tu ne connais point le bien qui te console  
 et tu ignores la beauté dont tu es belle.  
 Tu es la lumière cachée dans une étoile,  
 dans les yeux aveugles d'une tourterelle :  
 nuage du ciel que la lune déroule  
 et que le vent agite sur les flots.  
 Presque semence encore à fleur de fruit,  
 fleuve de l'origine qui franchis tes vertes rives,  
 tu fais retentir, dans l'espace, l'unique minute  
 ignorée de toi, lorsque tu te perdras.  
 Car ton jour, ô jeunesse, est celui  
 qui ne semble jamais s'obscurcir!

## SONNET X

Matin du monde, dans des eaux de tumulte,  
 et navire sans voile, au soleil des mâts,  
 tu es le jour futur, sans sépulture encore,  
 mais déjà mort dans les flots et dans les astres.

Vierge nue au clair de lune et amour caché  
dans le désir innocent, aux yeux chastes,  
tu poses, sur la terre, l'ombre de ton image,  
et la terre allume le ciel des étoiles usées.  
Tu franchis l'espace et la mer, de pôle à pôle,  
et ni la terre ni la mer n'entendent tes pas.  
Tu es l'étreinte de Vénus et d'Apollon,  
enlacés dans la force de tes bras.  
Déesse avec Dieu à genoux, à tes pieds,  
tu es la fumée de l'incendie que tu ne vois pas.

## SONNET XI

Le soleil ne buvait pas une goutte d'eau !  
Pas un chant d'oiseau ne s'élevait  
sur la branche du matin que la lumière du jour  
faisait trembler au vent de la forêt sauvage !  
Sur le pollen des roses, seulement, un bourdonnement  
d'abeilles en tumulte créait des antennes  
au sens musical et matinal,  
— vol bas d'ombres et de plumes.  
Sur les feuilles et sur les troncs d'arbres gris vert,  
une haleine de Nymphes et de Centaures  
embaumait des ruisseaux d'astres clairs,  
d'une odeur de violettes et de nards.  
Mais la terre rêvait, sous l'impulsion  
des Faunes et du soleil, dans l'amour tremblant.

## SONNET XII

Les Faunes et les Centaures venaient  
des troncs d'arbres de la forêt. Ils dansaient  
un ballet fantastique et funeste  
et enlaçaient les Nymphes qu'ils embrassaient.

Tandis que la danse funèbre des couples  
 tournoyait dans les feuilles, les foins, les fleurs,  
 sur le sol des nuages noirs, dans les airs,  
 galopait un cheval de trois couleurs.  
 Sur son dos allait la Mort. Elle était sur ses os,  
 si élégante et si belle en rose et en eaux,  
 qu'elle rappelait davantage le corps nu des Nymphes  
 que la nuit des fosses et des puits.  
 Et tandis que les couples dansaient, elle riait...  
 elle riait et mangeait la lumière de son orgie.

## SONNET XIII

Je vis le bon Ange de l'Apocalypse,  
 — astre d'or, assis sur un trône  
 dressé dans un crépuscule d'automne  
 plongé dans les fleuves de la plaine.  
 Ses cheveux étaient de neige et d'argent.  
 Et dans sa main gauche, ferme, il tenait  
 et brandissait un grand livre couleur de lave,  
 mais fermé et scellé de sept sceaux.  
 A côté je vis un Ange encore plus fort,  
 beau, qui disait, à grands cris :  
 «Qui ouvrira, parmi vous, fils de la mort,  
 ce livre de Dieu, vivant et scellé?»  
 Ainsi parla-t-il, terrible et tranquille...  
 Mais le livre, personne ne pouvait l'ouvrir!

## SONNET XIV

Personne ne pouvait ouvrir le livre énigmatique!  
 Je souffrais et pleurais, car je savais  
 que, si je perçais le mystère apocalyptique,  
 je verrais l'image future de mon Jour.

Moi seul, mort des vivants, dans ce signe  
tracé avec du sang et du feu sur la paume de ma main  
voyant l'Ange crier, je me crus digne  
d'ouvrir, dans le livre, mes secrets d'âme.  
Moi seul, mort aux noirs cauchemars,  
levé dans mon triomphe et mon déclin,  
je devais ouvrir les portes du domaine  
de ce livre augural aux sept sceaux.  
Car, seul, j'avais besoin, sur mes lèvres,  
de la parole prophétique des sages.

## SONNET XV

Et je vis s'ouvrir le ciel en deux espaces.  
Et sur la courbe de l'horizon descendit  
un nouvel Ange plus beau. Et de ses bras  
sortait un arc-en-ciel, de mont à mont.  
Ses pieds de nuages et de colonnes étaient  
deux langues de feu. L'un reposait  
sur la terre verte et sur les sables des dunes.  
L'autre plongeait dans la mer des ondes.  
Il tenait, dans sa main droite, un livre ouvert.  
Et lorsqu'il éleva sa voix, au loin se tut  
le rugissement des fauves. Et le désert  
des sables du monde fut plus doux.  
«Oh! viens et vois», me dit-il. Et je vis aussitôt  
l'avenir tout entier en cercles de feu!

## SONNET XVI

Dans le premier cercle, sa crinière  
de safran et d'or au vent, courait  
un cheval rouge, entre des collines  
et des montagnes arrêtées, beau et horrible.



Il courait sur des nuages et des rochers,  
 et poussait des cris, des hurlements, des glapissements,  
 bondissait à la cadence de ses pattes et de ses sabots,  
 qui se mouvaient dans la stridence des hennissements.  
 Sur lui était le spectre d'un Cyclope,  
 l'épée brandie au soleil de ciels absents ;  
 et il laissait dans le vent du galop  
 une pluie de sang et de serpents.  
 Et les étoiles s'obscurcirent d'épouvante  
 et dans les plis du ciel se réfugièrent.

## SONNET XVII

Je veux que la fleur du temps en moi se cache.  
 Je regarde un nuage bas dans le ciel froid...  
 Et je ne pense pas que le nuage deviendra fleuve  
 et je ne pense pas que le fleuve sera une onde.  
 Je veux seulement, du temps, la lumière sans couleur,  
 dissimulée dans le fond obscur et dense  
 de la claire pensée que je ne pense point...  
 Car la penser, ce serait le temps, au lieu de la fleur.  
 Je ne désire que le fruit de cette plante  
 invisible dans l'espace, et qui ne sait pas  
 où est sa branche dans le temps. Je ne veux,  
 de l'oiseau qui chante, que son chant harmonieux.  
 Le chant, c'est déjà la fleur de l'éternel. Cependant,  
 l'oiseau devra mourir après son chant !

## SONNET XVIII

Monde, tu sais déjà combien je t'ai aimé,  
 parce que je te croyais fidèle et compatissant.  
 Aujourd'hui je commence à te haïr, car je sais  
 que plus tu restes, moins je vis.

Je veux seulement contempler les roses qui meurent  
dans la lumière froide, à peine écloses sur le rosier...  
Je leur donne l'amour petit de mon jour  
déjà brûlé à terre, et ne les cueille point.  
Et à quoi bon puisque, les roses, je ne les mérite pas,  
et je sais que je vis seulement le jour horrible  
de notre brève clarté? Et je sais que le prix  
de regret et de Poésie est de s'éteindre?  
Puisque je sais que dans le bien par lequel je me leurre,  
le mal est de n'être point un monde, au lieu d'un homme?!!

## SONNET XIX

De l'arbre que je fus, il existe seulement  
une branche. Et, parmi les feuilles de cette branche,  
les pailles d'un nid mort; et le bec et les plumes  
de l'oiseau dont je n'aime plus le chant.  
Le vent passe au ras de terre, sec, en se traînant;  
la branche ne s'agite point sous la bourrasque.  
Elle ne donne son fruit qu'à la clarté des étoiles,  
pour la faim des rêves immortels.  
Mais suspendu sur le fleuve de l'abîme,  
un serpent immobile, enroulé  
au tronc de l'arbre, guette et pense  
la vie que ma branche ne sent déjà plus.  
L'amour uniquement est sensible à ce qui flue  
dans la profondeur du fleuve que je fus.

## SONNET XX

Soleil brun étendu sur le drap;  
terre qui fleurit le ciel du printemps.  
Un corps nubile et petit attend  
la chaleur des semences et du soleil.

Des sources profondes chantent déjà sur les rochers  
des chants lointains d'espérance et d'augures,  
et des promesses et des secrets glissent  
des murailles, en intimes murmures.  
Et le corps nu, allongé, est une racine d'arbre  
plongée dans les flots qui déferlent.  
Statue d'éclairs et de marbre  
qui enflamme d'espoir l'âme jeune.  
Le corps est l'âme éternelle qui s'offre  
au vaste champ de la future moisson.

## SONNET XXI

Je vis et je nais de toi, à chaque instant,  
comme si la main d'un dieu me découvrait  
dans la profondeur du fleuve dans la plaine,  
entre les bords du soleil qui enchanterait le jour.  
Et lorsque le temps, chaque jour, m'ensevelit vivant  
dans les heures qu'il m'offre,  
je reçois de ton corps la lumière cachée  
d'un nouvel espoir qui naît.  
Dans la froide lueur qui s'éteint, j'allume la flamme  
d'une aube intime. Et en Poésie  
je renais, immortel. Car espace et temps  
se défont dans l'heure de celui qui aime.  
Et plus de toi je ressuscite, plus ce don  
est fait d'heures immortelles.

## SONNET XXII

Pour que tu sois plus qu'un moment,  
je te fis Poésie en moi. Je consacrai ton nom  
sans baptême ni lois, et je fis du vent  
et des nuages le pain de ma faim.

Pour que pas même le temps ne te prenne,  
je te fis montagne et fleuve. Mais tu voulus  
jeter l'instant au fleuve, et ton visage  
le plus régulier se défit en sol agreste.  
Pour que les mains sans soleil de ma mort  
se brûlent dans le temps, j'ouvris mes bras  
à l'incendie de la chair, et je fus plus fort  
que l'acier du vent dans l'espace.  
Aujourd'hui la montagne est un fleuve... et le fleuve attend  
les berges du futur printemps.

## SONNET XXIII

Reçois entre tes doigts ces grains  
de sable qui restèrent dans le souvenir des  
instants avec toi. Ferme tes mains...  
Fais, avec eux, un monde d'espérance.  
Enterres-y les vaines pensées,  
et enfouis le désespoir qui nous lasse.  
Qu'il n'y ait point de changement dans ce monde  
hormis celui du temps, là où vont  
les brouillards du fleuve vers la réalité  
certaine des pierres et des plantes.  
Car la vie toujours se renouvelle, se découvre.  
Avec ces grains de sable tu détruis l'enchantement  
du charme de l'heure survenue,  
comme si elle était la vie, avant la vie.

## SONNET XXIV

Des ailes de corbeau volaient dans mon ciel,  
— noirs serpents d'air, sifflant des augures.  
Les mouettes beuglaient comme des taureaux,  
dans la pâleur lunaire aux sinistres frayeurs.

Mon corps flottait à la surface des marais,  
 pourri et gonflé, regardant le ciel sans étoiles.  
 Et dans l'espace les éclairs se croisaient,  
 par-dessus la furie des voiles et des mâts.  
 Je n'étais ni cadavre ni être vivant...  
 J'étais la quille d'un navire, sur les flots déchaînés;  
 une épave fuyant la mer farouche,  
 dont la mer ne voulait point et que la terre n'aimait pas;  
 c'était l'amour défait en sel et en limon,  
 dans tes mains de feu et de tourmente.

## SONNET XXV

Si je veux l'amour des roses?! Je veux les voir  
 sur le rayon de miel des abeilles, là où s'ouvrit  
 un silence enfermé dans les étoiles  
 que la terre n'aima point, et que le ciel demanda.  
 Je ne veux plus l'amour de tout ce qui  
 existe pour être après moi,  
 lorsque je ne vivrai que dans mon chant,  
 — froid racine de la mort dans mon jardin.  
 Mais si je ne veux plus l'amour des choses  
 qui peuvent ressusciter et aimer ailleurs,  
 je veux que toi, en aimant, tu ailles quérir pour moi  
 dans quelque jardin du monde, l'amour des roses.  
 Et un jour viens, au plus profond de la vie,  
 car je veux aussi la rose qui n'est pas encore née.

## SONNET XXVI

Je voudrais nier la nuit presque fausse,  
 que nous donnèrent les morts, qui aussi  
 la reçurent d'autres morts... fausse,  
 parce qu'elle ne donna le jour de personne.

Je voudrais nier la lumière d'autres matins  
que pas même les fleuves ne virent dans leur lit,  
car les poissons et les cailloux avaient fait  
de la parole des morts des choses vaines.  
Mais la nuit appartient aux yeux impollués,  
des Dieux et des Anges, et la nier  
ce serait nier la vie!... ce serait l'éteindre  
dans la promesse des étoiles et des fruits!  
Le jour éclaire les mondes primitifs,  
derrière la montagne d'autres mondes vivants.

## SONNET XXVII

Allez éteindre le soleil, car je ne peux plus le voir!  
Jetez du sang et de la boue au ciel d'azur et aux fleurs!  
Je sais que la vie est bonne; je sais que le monde est beau  
aux yeux de celui qui voit... mais je connais mes douleurs.  
Faites taire ces oiseaux qui, dehors,  
chantent au soleil un air frais et suave.  
Je ne veux point la joie vivante de cette heure...  
Je ne veux pas exister... car mon heure est grave.  
Faites taire cette parole de tendresse  
qui émane, comme un parfum, à la lueur du crépuscule;  
ordonnez à l'Amour de s'arrêter dans sa profondeur,  
car je ne veux pas vivre... car je ne veux point mourir!  
allez demander à présent aux choses qui ne pensent pas,  
l'heure que je n'ai pas eue et la lumière de sa bénédiction!

## SONNET XXVIII

Que le jour soit de glace dans l'air, mort et suspendu!  
Que le monde s'arrête et tout finisse!  
Et la mer sur la grève figée! Et que le vent muet  
éteigne dans mes yeux la lumière que je pense!

Que le sang reste immobile dans les âmes et dans les  
veines!

Que le feu le brûle! Et les eaux de ce fleuve  
deviennent, mortes au soleil, un étroit filet  
enfoui et consumé dans les sables.

Que le silence tragique des mares dorme  
sur la terre des cactus et des morts!

Que le silence gèle! Et se noient, dans les ports,  
les pilotes des morts et des bateaux!

Et que les flots de la mer, marbres glacés,  
soient de noirs tombeaux de cadavres!

### SONNET XXIX

Que le grain, court et léger, brûle aujourd'hui  
dans la main de douleur et d'amour du semeur!

Et qu'il pleuve, des étoiles, du sang et de la neige  
et tombe de la fange et du pus de la pleine lune!

Que le soleil meure dans son univers, et jamais plus  
des os du soleil ne viennent à sa surface!

Ni des roses dans les parterres des tombes  
ni des distances sur l'étendue de la plaine!

Et toi, ô muguet lyrique,

sois une pierre des montagnes, et non une plante!

Que toi, ô oiseau des forêts, tu taises

la chanson lumineuse qui m'enchanté!

Et toi, ô jour qui se lève des montagnes,  
meurs dans les ténèbres et ne viens pas!

### SONNET XXX

Rien dans le monde indécis ne se lève  
de ce sol impossible et gelé.

Pas un soleil ouvrant le fruit d'une plante,

pas un astre illuminé à la clarté du ciel immobile.

Rien dans le fond vert ne se révèle  
dans le lit calme et froid de ce fleuve.  
Ni ombres effilées de mâts ni voiles  
ni nuages sur la mâture du navire.  
La nuit du sol efface et entraîne tout  
sans savoir vers où et pourquoi;  
tout ciel qui s'élève est brouillard et ténèbres  
qui du fond des eaux ne se voient point.  
Mais le fleuve chemine... et la mer absente  
sera l'espoir du courant.

## SONNET XXXI

Le jour ne fut que la promesse  
qui ne voulut ni se définir ni se montrer  
hors de la sombre illusion et dans la fausse apparence  
de celui qui pourrait le poursuivre et lui demander davan-  
tage!

Car le froid des âmes et des os  
gela de douleur ancienne et de fatigue,  
et pleura dans la profondeur des ces puits  
une plus grande hauteur de plus d'espace.  
Et le vent des mystères se noya  
dans les mares au clair de lune de miroirs indécis,  
et le ciel fut plus humain, et plus douce fut  
l'image du matin dans l'azur des lacs.  
Mais le Jour attendu continue  
enfermé et caché au-delà des montagnes nues !

## SONNET XXXII

Des anges morts de la nuit et du silence  
descendent maintenant vers les échos de mon chant,  
dans un clair de lune invisible et suspendu  
que j'élève jusqu'à la brillante lueur des éclairs.



Et si quelqu'un me réveille de ce songe,  
 et me relève de cette mort vivante,  
 tu rêveras à tout jamais, âme captive,  
 — mort sans fin de ma vie incertaine.  
 C'est pourquei, je crie : ô mon rêve, délire!  
 Et toi, nuit des morts, dors, dors  
 dans le jour éternel et le mensonge  
 de la forme informe, de ce rêve énorme!  
 Et vous, aigles des étoiles et de l'épouvante,  
 volez dans les échos de mon chant !

## SONNET XXXIII

Je porte un cadavre pourri sur mon dos!  
 Je voulus le jeter à la mer, et la mer éleva  
 les ondes séculaires au-delà du ciel,  
 et me demanda, me supplia, les mains jointes,  
 de ne point jeter ce cadavre froid  
 dans ses eaux vertes. Je voulus aussi  
 le lancer dans les eaux lumineuses d'un fleuve,  
 mais le fleuve s'agenouilla, comme celui qui,  
 ayant les astres et le ciel dans ses yeux purs,  
 ne veut pas que ses eaux tranquilles soient polluées,  
 dans leur lit immortel, par d'obscurs  
 et impurs squelettes de suicidés.  
 Et je continue à vivre, sous le poids  
 d'une fantôme sans lumière qui ne m'abandonne pas.

## SONNET XXXIV

La lune sème la terre d'une clarté du ciel!  
 Moi, vieux jardinier sans jardin,  
 je sème la voix des oiseaux sans fin,  
 sur le parterre sans soleil que Dieu m'a donné.

J'ai tué les boeufs, j'ai cassé ma charrue,  
 j'ai lancé au feu les codes du labour.  
 Je suis l'*homme des bois*, qui de la lune  
 a fait la semence pure de la parole.  
 Des monts et des rivières j'ai fait la clef  
 qui ouvre la nuit, au-delà. Et j'ai fait  
 de l'amour et de l'espoir un chant d'oiseau  
 suspendu à un peuplier sans racine.  
 Tantôt, ciel, tantôt, clair de lune et fange,  
 quelle lumière attend le jour qui m'appelle?

## SONNET XXXV

Les feuilles chantent. Elles se croient des oiseaux.  
 En volant, les oiseaux se croient des racines.  
 Les nuages passent, oiseaux qui cheminent  
 dans l'espace, heureux et altiers.  
 Les fourmis du sol emplissent tout;  
 elles emportent la vie et la mort avec elles.  
 Et le monde de ces bêtes est aussi muet  
 que l'ombre des troncs d'arbres et de la terre.  
 Eaux et pierres, sous un ciel d'augure.  
 Courtilières et grenouilles dans les champs. Et la nuit  
 informe  
 dort dans les vertes mares le murmure  
 d'une source d'ombres qui ne dort pas.  
 Dans le fleuve, au fond, le monde se défait  
 en nuit et en ciel sur les berges de son lit.

## SONNET XXXVI

Je posai ma main sur la branche où un oiseau  
 venait de chanter. Et alors que  
 l'oiseau volait dans le ciel doux,  
 la branche modulait encore son air suave.

C'était le chant visible d'un oiseau absent  
 qui en fleur et en fruit demeura, là, tandis que  
 la branche se rappelait la semence,  
 maintenant feuille, tronc, fruit et chant.  
 Et son vol laboura l'air ! Et le son,  
 en grains de chant aérien, semait  
 l'espace d'harmonie et de mystère, avec  
 la chanson invisible qu'il chantait.  
 Branche, quelle feuille, quel fruit, quel chant, quel vol  
 laisse, dans le monde, la main qui sur toi s'est posée?!

## SONNET XXXVII

Donnez-moi des lis blancs et des violettes,  
 — jour et nuit de fleurs — donnez-moi des roses,  
 mais non pour le front pâle : de belles  
 roses pour les tombes de mes poètes...  
 Des poètes morts dont je fus — seule  
 aspiration à être ce que je vécus.  
 Donnez-moi la lumière des étoiles pour la tunique  
 du fantôme nocturne dont je me dépouillai!  
 Mais brisez plutôt cette lyre inutile  
 entre les mains du bêcheur et du forgeron  
 qu'adolescent je fus..., plus vrai  
 que le mage à la tunique sans couture.  
 Vous n'avez point les roses, ô dieux, que je vous demande?  
 Couronnez-moi de morts et de feu !

## SONNET XXXVIII

Que mes troupeaux égarés, ces nuages  
 que je garde, dans un ciel aux fleuves glacés,  
 ne retiennent plus d'agneaux parmi les nuages...  
 Car je fus le berger des étoiles, mais je les perdis!

Aujourd'hui, je fais paître un oiseau de laine  
que le vent léger emporte vers un sol de ténèbres,  
mais sans bec ni chant ni matin  
où puisse voler cet oiseau de ténèbres.  
Je suis votre berger, nuages et oiseaux.  
Flûte d'iris au vent, un oeil aveugle  
qui feint d'être vrai, et le ciel des oiseaux  
pour un vol nocturne de chauve-souris.  
Mais je vais, dans les nuages, le bourdon fleuri,  
en chantant, derrière l'oiseau perdu.

## SONNET XXXIX

O ma pureté ingénue d'enfant,  
sans la vie déjà morte dans les sens!  
Claire nudité au soleil. Yeux et oreilles  
ouverts seulement au monde dans l'espoir!  
Alors, toute larme fragile que je versais,  
triste, n'était pas une larme de douleur.  
Elle venait du ciel. Tombait sur mon visage,  
comme de la rosée sur le pollen d'une fleur.  
Et les rêves de mon sommeil, entre ces murs,  
n'étaient pas alors des images denses  
et vivantes du monde. Ils n'étaient que des réseaux  
de lumière dans l'air, fleuris et suspendus.  
Aujourd'hui, mon rêve s'envole en chaînes d'acier  
de démons ailés, à travers l'espace!

## SONNET XL

Humble et esclave me firent les hommes.  
Bientôt ils me donnèrent des codes écrits  
et des *vertus parfaites* qui vinrent  
de montagnes de morts et de mythes.

«Tu dois être ce que furent tes aïeux!  
 Tu es la fin du chemin que nous traçâmes :  
 — singe et perroquet — et, comme nous,  
 tu ne devras arriver que là où nous arrivâmes.  
 Si tu essaies de donner un fruit différent,  
 de noirs démons viendront armés de dagues,  
 qui laisseront tes yeux comme des plaies,  
 aveugles à la lumière du mal originel !»  
 Que viennent des anges de l'enfer et des anges célestes,  
 car je veux donner le fruit que vous n'avez point donné!

## SONNET XLI

Ma patrie est là... où personne  
 ne désire être le roi! Là où la terre  
 attend son printemps éternel,  
 et le printemps, les fruits qu'il n'a point.  
 Ma patrie est un monde et non un pays,  
 enfermé dans des frontières; et il n'est ni ravin  
 ni forêt où les loups, en se traînant,  
 vont dévorer d'autres loups dans leurs tanières.  
 Là où les blés ondoient au vent,  
 entre le ciel et la montagne, et la lune réchauffe  
 les meules à sa clarté, et le sol de la moisson  
 n'appartient qu'à la main du semeur.  
 Mais, ô patrie, quelle main parfaite peut atteindre  
 et mériter ton fruit d'espérance?

## SONNET XLII

Et le soleil existe encore! Et les hommes voient!  
 Et les fauves ne sont point des Anges, lorsque la guerre  
 emplit de sang les mains qui croient encore!  
 Et il y a des fleurs, encore! Il existe encore un ciel et une  
 terre!

Les oiseaux vont encore à travers l'espace,  
en chantant, à la lumière du soleil! Et le beau chant  
des oiseaux ne se fige pas en ténèbres et en glace,  
au sein du feu infernal des bombes d'acier.  
Et tu es encore la mer! — commencement et fin  
de toute création... — et, mer, tu n'es point  
le feu de la forêt de Caïn,  
dans le coeur d'Abel et de Moïse!  
Et tu es encore un monde! Et tu es encore  
une rose fleurissant la haine qui ne tarit point!

## SONNET XLIII

Voici la tombe fermée dans laquelle je m'enterre  
avec le temps et des ombres mortes. Voici la tombe!  
Le mort suit debout son enterrement  
et la terre du corps ne s'en émeut point.  
Il passe, emporté sur le chemin de son espoir,  
sous l'arc des jours, chaque fois  
plus fragile et plus court. Mais il avance,  
vivant mort de lui-même, sur ses pieds.  
Le corps, en marchant, est une âme déjà défaite  
en sable et en rochers. Et du champ de blé  
futur, la faux de la récolte attend,  
avant le grain, les roses des tombeaux.  
Que je t'effeuille encore solennellement, rose  
obscur d'espérance, à la lumière de ma sépulture!

## SONNET XLIV

La vie s'enferma dans mes doigts, brève,  
— froide lumière du matin sur la plaine...  
gazouillement d'oiseau sur un arbre de neige  
que le vent de la montagne secouerait.

Le soir s'enferma dans mes yeux, léger  
comme si la lumière des monts ne le voyait pas...  
et mon silence affligé eut  
la couleur d'une parole que je ne dis point.  
Dense, la nuit se ferma sur mes épaules,  
en cauchemars noirs et prophétiques,  
chargés d'ombres et d'épouvantes.  
Seule, tu demeuras, ô fleur des songes vagues,  
dans l'image de mon Jour, parmi les décombres,  
comme la rose de la lune à la surface des lacs.

# CHANSONNIER D'AMOUR

## CHANSON I

Tu es venue avec la première neige qui descendait.  
Tu es venue lorsque la lumière perdait le jour,  
Déjà dans le vol des ombres qui se posaient  
Sur le rosier de la nuit qui naissait.

Tu es venue, ô vie de mes dernières vies!

Tu es venue, ô moisson née dans la mort de mon champ,  
Au bord de la récolte du vent noir et ample.

Tu es venue, lorsque la nuit tombait sur la vie  
A l'aube de la Poésie.

## CHANSON II

Ton corps est un fleuve qui naît à peine et ne coule point.  
Mais ta beauté est le soleil naissant  
Dans ce fleuve qui ne meurt pas.

Tes yeux sont le fruit futur des arbres  
Qui seront des fleurs en automne.  
Mais ton regard est le vol des oiseaux  
Qui volent sans laisser d'ombre.

Tes mains sont des roses effeuillées  
Dans le vide des miennes.  
Mais ta voix est l'ombre de la lune mouillée  
Dans la mort de mes jours.



## CHANSON III

Tu descendis du haut du chemin,  
De la brume du mont.  
Tu vins, fleuve serein  
Qui ne descend plus le mont.

Et je levai les mains du monde presque usé  
Vers la fraîcheur de la promesse.  
Et les doigts se mouillèrent dans le ciel des étoiles,  
Quand tu me donnas le fruit de la promesse.

## CHANSON IV

Ho! Comme la fleur s'est posée, si compatissante,  
Sur mon dernier adieu!  
Elle est presque venue tomber dans le sépulcre.  
Ho! Comme la fleur s'est posée!

Elle venait si emplie de matin,  
Si fraîche dans sa grâce,  
Que pas même les doigts ne l'ont cueillie...  
Elle n'est restée que dans les yeux.  
Ho! Comme la fleur s'est posée!

## CHANSON V

Quel éclair ai-je été, quel éclair as-tu été  
Sur les carreaux du vitrage.  
Ce fut Dieu dans sa grâce.

Là, il n'y eut point de temps, il n'y eut rien,  
Sauf la terre qui enlace  
La lumière du ciel qui nous pénètre.

## CHANSON VI

Tombe sur mon sol, ombre de rose,  
Tombe sur mon sol!  
Si tu ne peux être lumière dans l'esprit,  
Effeuille-toi en ombre.  
Tombe, ombre de rose!

Ne reviens pas au jardin...  
Je ne te veux pas pour les abeilles...  
Je te veux ombre d'ombre.  
Berce-moi d'illusions toujours!  
Ombre, je ne te défais ni ne t'effeuille.  
Tombe, ombre de rose!

## CHANSON VII

Tu es venue si tard!  
Et j'ai descendu si tôt le mont du matin,  
Sans savoir qu'en montant, de l'autre côté,  
Tu viendrais avec ton troupeau!  
Tu es venue si tard!

Ton troupeau est d'animaux de la terre,  
Jeunes, jeunes de soleil levant.  
Le mien est déjà de fauves et de dragons.

Pouquoi est-tu venue si tard?

Ah! baguette fleurie de poète!  
Bien que tu sois venue tard,  
Je vais changer mon troupeau de fantômes  
Pour des jardins célestes et des bandes d'oiseaux.

## CHANSON VIII

Mes doigts on cueilli des fleurs de la nuit,  
De la nuit pour ton jour...  
Car je ne veux pas ta lumière si vivante  
Et la mienne mourante.

Je sais qu'il me coûta de gravir le mont  
Le plus haut du jardin  
De la nuit, du jardin où fleurissait  
Une guirlande pour tes mains.

Mais je demandai des ailes à mon nuage de poésie,  
Et il me donna des roses de son vol.  
Et mon chant cueillit les fleurs de la nuit  
Pour le vol le plus haut de ton jour.

## CHANSON IX

Lorsque le soir s'arrêta,  
Un arc-en-ciel se posa sur tes épaules,  
Avec du soleil vers les montagnes.  
Vers les terres de la mer il n'y avait plus de monde,  
Lorsque le soir s'arrêta.

Lorsque le soir s'arrêta,  
Tous les fleuves coulèrent silencieux  
Vers la rumeur des buccins.  
L'autre moitié de l'arc-en-ciel  
Avait déjà fait le tour du côté souterrain  
Du monde à présent seulement découvert  
Par toi, dans mon soir qui s'arrêta.

## CHANSON X

Pourquoi ai-je passé si vite et ne suis-je resté  
Au moins une herbe  
Du nid où tu te posais?  
O vies si esclaves!

Pourquoi n'ai-je pas été Dieu ou la mort,  
Et ne suis-je resté suspendu à tout ce que je laissais,  
En voyant passer les ombres sur le mur  
Où je passais aussi?  
O vie si esclave!

Pourquoi n'ai-je point ramassé  
Le temps qui s'abattait,  
— Pluie tombant encore d'un arbre,  
Après être passée,  
Quand le soleil l'effleurait?  
O âme si esclave!

## CHANSON XI

Source que le soleil jeta au fond, sur le rocher,  
Et qui vint à moi...  
Je savais qu'il existait dans tes jours  
Un jour pour moi.

Les chemins futurs  
Étaient déjà dans les veines de ton corps,  
Ouverts pour moi.  
Et j'arriverais un jour à travers le bois obscur  
Au milieu du chemin, comme je vins!

## CHANSON XII

Si ton navire fait voile,  
Il remontera le fleuve, et le vent l'emportera.  
Mais la nuit descend sur le fleuve,  
Fil de ténèbres.

Si la proue est dressée vers le ciel,  
Je jetterai le filet au ciel.  
Une récolte d'astres est si bonne!...  
Personne ne la mesure.

S'il est emporté par les rames,  
— Ailes d'oiseau marin —  
Loin des nuages cherchons  
Un haut chemin.

## CHANSON XIII

Va me chercher la lune tombée  
Dans ce ruisseau à l'eau tranquille.  
Je la veux pour que ma vie  
S'illumine d'espérance.  
Ah! Va me la chercher immaculée!

Va me chercher cette rose  
Que le Printemps épanouit.  
Je la veux pour la vraie vie  
Que m'offre ton corps.  
Ah! Va me la chercher immaculée!

Va me chercher l'étoile du berger  
Allumée dans le matin qui se lève  
Sur la blanche tige d'une fleur  
Qui n'est pas encore fleur de l'aube.  
Ah! Va me la chercher immaculée!

## CHANSON XIV

Parce que tu étais au jardin, les fleurs ont cessé d'être  
fleurs.

Seul un chant d'oiseau fleurit dans la verdure des feuilles  
Et dans l'obscurité dorée de tes cheveux,  
Parce que tu étais au jardin.

Les vertes eaux du bassin s'effeuillèrent dans les nuages  
Et au fond de tes yeux,  
Parce que tu étais au jardin.

Les arbres du jardin  
Avaient des racines dans le matin et dans ta beauté:  
Ils étaient les nuages du vert bassin tremblant enfermés  
dans tes yeux,  
Parce que tu étais au jardin.

Le jardin n'existait que sur ton corps  
Qui assombrissait le jardin, puisque le jour n'était  
qu'en toi,  
Parce que tu étais au jardin.

## CHANSON XV

Une fleur et un soleil naissent sur nos doigts,  
Quand nous nous voyons à peine!  
Nous nous regardons, sereins.

Mais le soleil brûle la fleur et, aussitôt,  
Laisse les doigts moins sereins  
Dans ces instants fugitifs.

Et fleur, soleil que vivants nous vivons à peine,  
Ne sont rien ce que nous avons,  
Si ce n'est la vie en moins.

## CHANSON XVI

Dans la mer je te voulais, dans la mer je t'ai voulue,  
Non comme les flots qui se dressent et tombent,  
Mais comme un rocher dont la racine  
Est dans ma vie.

Dans la mer je te veux, dans la mer je te vois,  
Non comme la ligne de la mer qui au loin se perd,  
Mais comme la surface verte  
Enfermée dans mon désir.

Je veux que le soleil dans la mer te laisse,  
Non comme de l'eau de l'ombre,  
Mais telle une coquille sans mer ni poisson  
Et la voix de la mer dans la coquille.

## CHANSON XVII

Tes yeux étaient de l'eau répandue  
Sur les ailes d'un oiseau mort,  
Sur le sol d'une jeune pinède.  
Ah! Comme ils m'ont altéré!  
Mais qui pouvait éteindre ma soif,  
Si l'oiseau volait encore vers les nuages,  
Sur les ailes d'eau que tu lui donnais?

## CHANSON XVIII

Ah! J'ai cueilli la fleur du myrte  
Et la mousse toute verte  
Et la chanson d'un oiseau  
Qui volait dans les nuages!  
Et de la fleur et du chant je fis un bouquet,  
Pour l'offrir à celle que j'aime.

Ah! J'ai cueilli par terre  
Le parfum sylvestre du matin,  
Et j'en fis une guirlande  
Pour l'offrir à ma bien-aimée.

Ah! Je me penchai au bord d'un ruisseau  
Et saisis entre mes doigts le murmure des eaux  
Et j'en fis la mélodie  
D'une parole que je pensais et ne disais point!

### CHANSON XIX

J'ai la mer dans une coquille  
Fermée entre mes doigts.  
J'ai le vent échevelé  
Dans mon coeur et mes cheveux.  
J'ai la pluie des nuits  
Dans les yeux de mes larmes.  
J'ai la fosse de l'instant  
Fermée au paysage.

Toi seul, ô sentiment du moment,  
Toi seul, amour, ô vol infini  
D'oiseau captif,  
Toi seul me dis que je suis vivant!

### CHANSON XX

Nous sommes les bords d'un fleuve qui monte vers le ciel...  
Un fleuve qui n'est pas descendu de la montagne  
Et que la mer n'attend point.  
Tu es la berge fleurie qui s'est éveillée printemps;  
Je suis la rive d'un automne ébloui.  
Mais parfois je franchais le fleuve vers la berge, de ton  
côté,  
Là où l'éternité a son commencement,  
Et je fleuris... et je m'éveille!



## CHANSON XXI

J'ai cru que c'était toi dans le vent  
Qui venait de loin, de continuer la mer.  
Si c'était toi, je devrais m'éveiller  
Dans les flots de la pensée.

Le vent n'était qu'un hurlement de bête fauve  
Qui montait de la solitude de la terre,  
Vers le faite de la croix de la montagne  
Sur laquelle je rêvais.

J'ai cru que c'était toi dans le fruit d'un arbre  
Qui n'avait encore donné ni fleur ni ombre...  
Mais c'était le vent qui s'ouvrait dans le regret  
Enfermé dans une onde.

J'ai cru que c'était toi dans la source des eaux  
Qui parlent sur les rochers.  
Mais c'étaient des mots silencieux, rien que des mots  
Dans la racine des secrets!

## CHANSON XXII

Nous avons atteint déjà la cime de la montagne,  
Mais nous sommes allés plus haut.  
La terre était si basse,  
Si petite la mer,  
Si étroit l'horizon dans mes bras!

Au sommet de la montagne, je ne te voyais pas...  
Je ne te voyais point, car tu étais perdue dans la distance  
Et tu étais mon regard volant vers le soleil

J'ai découvert seulement l'existence de ton corps  
Et la certitude de ta réalité,  
Lorsque je me suis élevé, avec toi, au-delà des choses  
Qui n'étaient pas du monde.

## CHANSON XXIII

Je ne sais si ton absence est distance...  
Je sais seulement que je trempe mes doigts dans un fleuve  
vert

Qui vient de l'image que tu lui donnes absente  
De la hauteur, de la distance où tu te trouves,  
Et le soleil se défait entre mes doigts  
Et dans le chant d'un oiseau d'ombre.

## CHANSON XXIV

J'aime la nuit,  
Car elle me donne la solitude dont j'ai besoin  
Pour être seul avec toi  
Dans la nuit, éveillé.

J'aime la nuit,  
Parce qu'elle laisse le monde du dehors sans existence  
humaine

Ete couche tout près de moi,  
Comme si tu étais mon corps.

J'aime la nuit,  
Car, soeur de la mort, elle nous libère  
De la loi qui nous sépare  
Et fait de toi ma soeur dans la solitude.

J'aime la nuit,  
Car, si je ferme les yeux dans l'obscurité de ma chambre,  
Tu es à moi, comme la vie  
Appartient à la mort se couche dans mon lit.

## CHANSON XXV

Je n'irai pas tout seul dans ce pré  
Chercher le miel pour ma ruche.  
Avec toi j'irai, avec toi.

Je n'irai pas tout seul dans ces blés  
Chercher le grain de ma huche.  
Avec toi j'irai, avec toi.

Je n'irai pas tout seul sur le fleuve  
Hisser la voile du navire.  
Avec toi j'irai, avec toi.

Je n'irai pas tout seul dans cette vallée  
Demander au vent qu'il se taise.  
Avec toi j'irai, avec toi.

Mais lorsque le pré, les blés, le fleuve et la vallée profonde  
M'échapperont dans ce monde,  
Je n'irai plus avec toi.

## CHANSON XXVI

Qui m'a dit de semer dans l'esprit  
La graine de l'instant,  
Au lieu de l'avoir mangée?  
Folie de la Poésie!

Qui m'a dit de creuser dans le ciel absent  
L'endroit où je l'ai jetée,  
Au lieu de l'avoir laissée au vent?  
Charme de la Poésie!

Qui m'a dit de m'asseoir à l'ombre de cet arbre  
Qui est né de la graine,  
Et tendre les mains vers les fruits impossibles?  
Nourriture de la Poésie!

## CHANSON XXVII

Le vert bassin au soleil, vert et rond,  
Où flottait un poisson mort,  
Avait ton visage au fond,  
Hors du monde de ton corps.

C'était une face d'âme qui pendait  
De toi, ô tige délicate,  
D'où était tombée la fleur qu'un jour  
Dans mes doigts tu laissas.

Et le poisson mort? Qu'il me laisse à présent  
Dans sa mort propre et calme.  
Pauvre de moi! — image de ce poisson  
Mort sans toi dans mon âme!

## CHANSON XXVIII

Quelle ombre fleurit dans la solitude  
Où je ne vis point la vie qui m'appelle?  
O étoile sans flamme!

Quelle mer perdit l'onde qui tomba  
Dans ma quiétude  
Et me laissa aussi vivant qu'aveugle?

Tu enfermas mon espoir dans un nuage  
Qui s'éleva de la plaine et de la montagne,  
Pour que le ciel le possède.

O ombre, o onde, o nuage aux ailes blanches :  
Que votre printemps fauche à présent  
Cette moisson de la mort!

## CHANSON XXIX

Si tes mains parlaient, elles diraient  
Qu'elles voyaient mon âme, quand elles sont dans les  
miennes.  
Par elles tu me devines.

Si tes doigts étaient des branches  
Sur lesquelles chanteraient les oiseaux, ils ne tremble-  
raient pas au vent.  
Par eux tu détiens ma pensée.

Tes mains closes sont le silence  
Et tes yeux ouverts sont des mots...  
Fais plus de silence avec tes mains et ne les ouvre pas!

## CHANSON XXX

Je ne veux point ces bras qui m'ont été donnés.  
Je voudrais un fleuve naissant sur chaque épaule,  
Où toi, mon navire aux ailes d'onde,  
Tu naviguerais, la voile hissée vers le ciel,  
Jusques au coeur de ma vie!  
Je ne veux point ces yeux qui m'ont été donnés.  
Je voudrais un lac de lumière sur mon visage,  
Où la nuit mourrait, et où l'ombre  
De l'âme de ton corps s'étendrait.

## CHANSON XXXI

Nous passâmes entre des fleurs et des oiseaux.  
Le chemin était de nuages.  
Mais nous seuls voyions le chemin  
Parmi des morts futurs,  
Parce que nous passâmes entre des fleurs et des oiseaux.

Que savaient les morts de cette vie  
Qui défie la pourriture des vivants?

Nous seuls passâmes, nous seuls restâmes,  
Nous seuls fûmes la fleur du soleil dans les branches,  
Quand nous passâmes entre des fleurs et des oiseaux.

## CHANSON XXXII

J'espère donner des fleurs et des sources silencieuses  
A la terre où l'on creusera ma fosse.  
Ma vie espère  
Etre un fleuve de lumière au printemps.  
Et tu cueilleras les fleurs  
Et plongeras tes yeux dans l'horizon de ce fleuve.

## CHANSON XXXIII

Faucheuse de ma moisson de larmes,  
Ne fauche pas les coquelicots... Ah! Ne coupe point  
Les pâquerettes sauvages  
Ni la petite fleur du trèfle...

Pour toi je veux vivre. Pour toi je me dois  
A quelques restes de beauté et de goût,  
Avec des racines dans le crépuscule.

Faucheuse de ma moisson de désillusions,  
 Ne me laisse pas au bord du chemin,  
 Ah! Ne me laisse point!

Moissonne le blé, lie les gerbes,  
 Porte le grain au moulin,  
 Mais rends chaque fois plus long mon chemin.

#### CHANSON XXXIV

Allons aux vignes, mon amour, allons dans ces vignes  
 Où les grappes mûres de septembre  
 Ont gardé le soleil et le ciel.  
 Tu portes un foulard plein de vestiges de baisers.  
 Moi, j'ai mon coeur abrité dans tes yeux  
 Pour couper les raisins.

En bas, le fleuve a une voix plus humaine que celle qu'il  
 avait  
 Avant que nous allions à la vigne.  
 Les tourterelles des pinèdes s'aiment davantage,  
 Parce que nous sommes allés à la vigne  
 Et avons emporté le jour qui se levait et s'éteignait dans  
 nos mains.

#### CHANSON XXXV

Jette l'hameçon dans le Fleuve!  
 Regarde les poissons au fond  
 Des eaux du crépuscule!  
 Jette l'hameçon dans le Fleuve,  
 O pêcheuse d'astres et de feuilles,  
 Jette l'hameçon dans le Fleuve!

Mais le Fleuve emporte plus de nuages que de poissons.  
 Et dans le ciel il n'y a que des arbres...

Et l'hameçon est resté accroché à un nuage  
Et aux feuilles d'un arbre!!

Je te l'ai bien dit, mon amour :  
«Jette l'hameçon dans le Fleuve!»

### CHANSON XXXVI

La mer entendit nos paroles  
Tombées sur la grève des ondes.  
La mer les chanta. Et accrut son désir  
D'être une créature humaine plutôt qu'une mer.  
Au lieu de poissons et de navires,  
Au lieu de sa beauté, de sa grandeur,  
Elle voulut être, en nous, le cœur renfermé.  
La mer entendit de tendres mots  
Qui rendirent plus douce son inquiétude,  
Et voulut notre calme et voulut notre âme.

### CHANSON XXXVII

Je voudrais que tu sois la graine seulement de la grenade  
Que pas même le soleil n'ouvrirait...  
Et que jamais tu ne t'éveilles dans le matin  
Des fleuves dans la plaine.

Je te voudrais enfermée dans un fruit promis  
A l'intérieur de sa fleur.  
Mais dans un fruit impossible  
Sans forme et sans couleur.



## CHANSON XXXVIII

Je tends les mains vers la branche où sourit  
Un fruit qui m'appelle.  
Et j'abaisse la branche vers moi,  
Pour cueillir le fruit.

Puis les mains se détachent des feuilles  
Tirées par la force de la branche,  
Et je ne retiens plus le fruit déjà mûr.

Que viennent des oiseaux et des abeilles!  
Que viennent les êtres  
Qui peuplent l'air, et qu'ils mangent, sans effort,  
Le fruit qui m'échappe!

## CHANSON XXXIX

Je voudrais que tu sois  
La montagne que le ciel prend dans son giron.

Rien en toi ne changerait.  
Qu'il fasse nuit ou jour,  
Tu ne serais que montagne.

Mais étant, moi, couché  
Dans la terre, et déjà sans monde,  
Que tu sois, toi, la pierre de mon tombeau.

## CHANSON XL

Une source chanta dans ta bouche  
L'espérance du monde.  
Et aussitôt les moissons de demain  
Donnèrent mon pain futur.

Un oiseau chanta dans ta voix  
La nostalgie du ciel.  
Et aussitôt le soleil des jours semés  
En moi se leva.

## CHANSON XLI

Me voici, étendu  
Sur le lit qui fut à toi,  
Sans ton corps auprès de moi,  
Sans la vie dans le mien.

Dans les meubles il y a la nostalgie  
La vie et le coeur  
Des choses qui ont pitié  
De ma solitude.

Je regrette que ces meubles  
Qui furent à toi,  
Ne soient plus la forêt  
Au soleil, au vent et au clair de lune.

Tout maintenant est bois,  
Mort, silence et paix,  
Au lieu de la vie entière  
Qui devient un doux souvenir.

Tout maintenant sans toi  
Est un sépulcre fermé  
Pendant les heures vécues  
Dans cette chambre, à ton côté.

Là, où tu as été,  
Là, où tu as dormi,  
Il y a un enfer céleste  
Sur une terre plus triste.

Là, sur ce lit  
Où ton corps a reposé  
Dort un clair de lune de neige  
Qui vient du ciel agité.

## CHANSON XLII

Par où ton chemin est venu,  
Entre des monts et des collines,  
Étaient descendus d'anciens fleuves.

C'est pourquoi, mon amour, tu étais  
L'ombre, au soleil, de la voile déferlée  
De quelque navire déjà sans fleuve.

Par où ton âme est venue,  
Parmi les forêts et les vergers,  
Avaient fleuri les roses nouvelles.

C'est pourquoi l'air où tu es passée  
Était une fleur ouverte au clair de lune,  
Dont ton âme fut la tige.

## EN MARGE DE «L'ELOGE DE LA MAIN»

D'HENRI FOCILLON

### 1

*Mains*: chefs-d'oeuvre de la mécanique divine. C'est-à-dire de la mécanique où l'intelligence contrôle une technicité qui ne serait sans elle, aveuglément que la répétition rythmée d'un même geste.

C'est devant les aveugles et les sourds-muets qu'éclate le génie de la main, car c'est par les jeux de leurs doigts qu'ils communiquent avec l'extérieur. Les mains ont un langage et comme les yeux.

Ces langages sont indépendants les uns des autres, mais se complètent. Les orateurs usent simultanément de ces langages et les combinent.

En outre, une étude serrée de l'histoire des arts plastiques et de leurs moyens d'expression prouve que les mains sont, par excellence, le moyen d'expression du genre humain.

Pour les arts plastiques, l'affaire est double. C'est le travail des mains qui exécute et ce sont des mains exécutées qui parlent. L'explication est graphique. Le dessin est la synthèse, en Occident, de toute oeuvre graphique. Anticipée ou non, c'est de cette synthèse première que sort l'oeuvre. N'est-ce pas dans l'illusion de sa forme que le sujet apparaît tout d'abord? La synthèse est d'abord une vision par réflexe du sujet existant ou imaginaire et c'est de cette vision individuelle qu'est toujours sortie l'oeuvre faite. On y voit assez bien le sens de l'art lui-même qui remet les choses là où elles doivent être dans l'espace et dans le temps confondus. Et c'est l'histoire

qui se renverse. Elle nous apprend, par exemple, que Venise fut une métropole éblouissante et riche, aux portes de l'Orient qu'elle accaparait et dominait et qu'elle fut en même temps la première puissance navale du monde et un centre d'art dont la peinture nous éblouit. Tout cela est faux, sorti de l'imagination historique. Venise existe, pour nous, parce que Carpaccio, Giorgione, Tiepolo, Le Titien, Guardi, l'ont créée sur des toiles immortelles en restituant les élucubrations de l'histoire à la Vérité, notion individuelle et esthétique. S'il y a une vérité elle ne peut être conforme à ce que nous appelons la réalité et elle est esthétique comme la logique et la morale, la foi.

Créer c'est travailler de la main, aux lumières de l'âme.

## 2

*Le talent est dans la main.* Qu'entend, par là, Michel-Angelo? Nier l'inspiration? Non pas! Mais tout le monde est plus ou moins inspiré. Que serait l'inspiration sans le talent? Il y a aussi le talent d'être inspiré. Il consiste à retenir la main, toujours disposée à se mettre en mouvement.

Tous les dessinateurs savent que la main mise en marche devant un modèle continue à le traiter sans que l'esprit intervienne. Il songe à n'importe quoi, rêve de n'importe laquelle, tandis que la main droite sans arrêt fait trembler la planche à dessin. Il y a donc une part d'inconscience certaine dans le travail de la main ou un dédoublement de la personnalité de l'artiste. L'accoutumance joue un rôle certain dans cet automatisme de la main dans l'exécution d'une oeuvre d'art, mais, relevant de l'instinct ou des réflexes elle fatale, imperfectible, quoique non héréditaire. Pourtant la main de l'artiste est la chose qui se gâte le moins avec l'âge. Son automatisme semble venir de l'expérience, fille de l'habitude. Mais jamais un auteur, si prompt au début à déclarer: «J'y arriverai sans peine, le temps de me faire la main»

a-t-il dit: «Je risque d'y gâcher ma main?». Et c'est le souvent ce qui arrive.

L'infériorité de la main la plus habile d'un artiste est qu'elle n'a aucun goût. Il lui faut donc être mise sous tutelle.

La main de l'artiste le plus génial, est donc un instrument de travail extraordinaire et imparfait. *Il lui faut le contrôle de l'esprit.*

## 3

La main crée l'expression. On peut s'en apercevoir en ces temps baroques où nous vivons une fin de siècle qui est un commencement, où l'art hésite et se cherche, ou la liquidation d'une faillite totale. La question serait de savoir, en ce dernier cas si notre siècle, le XX<sup>e</sup>, n'a pas été le liquidateur de la faillite du XIX<sup>e</sup>. En fait, Delacroix, Daumier, Courbet, Renoir, Manet, Claude Monet, Sisley, Jongkind, Corot, Cézanne, Seurat, Rodin, Degas, Bourdelle, sont des artistes du XIX<sup>e</sup> siècle qui commence en 1830 et qui finit en 1930, alors que la paix qui suit les déclarations de guerre les plus stupides changent la physionomie de l'Occident et consacrent la chute des trois empires plus ou moins encore représentatifs du vieux monde.

L'impressionnisme est au zénith de sa gloire et tire son dernier feu d'artifice avec Toulouse-Lautrec, décédé en 1901. Toulouse-Lautrec est d'ailleurs ambidextre. Son dessin s'apparente à celui du XVIII<sup>e</sup> siècle réaliste, celui de Quentin de Latour et sa couleur est impressionniste. Mais la pensée, l'esprit, sont nettement modernes. C'est ce qu'on ne lui pardonne pas. Au bilan, dès que notre numération séculaire est admise, l'impressionnisme et le réalisme qui s'affirment en 1860 liquident l'art académique pour être liquidés eux-mêmes par le surréalisme et le cubisme qui sont des rappels du classique et des retours à l'académique. La mode n'est pas le temps et

les deux poussées d'inspiration «coups de balai» n'ont rien balayé définitivement. L'art a conservé le romantisme et le classicisme dans le rayonnement de sa scolarité académique enseignante, l'impressionnisme a gardé des adeptes et non des moindres et le surréalisme subsiste tandis que le cubisme est encore vivace dans l'art décoratif et la publicité où il réalise son expression de solidité sans nuances et sans délicatesse. Conclusion: l'art est un monstre à plusieurs mains qui travaillent simultanément selon des principes et des goûts opposés.

Mais les chefs-d'oeuvre restent, incontestés et contradictoires. La critique comparée a fait une glissade dans l'esthétique comparée, science enseignante. Une oeuvre belle parfaitement peut l'être selon toutes les mains, toutes les factures, et selon tous les principes.

## 4

Ce n'est pas la peinture nouvelle qui est entrée dans les moeurs. C'est la vie actuelle qui, avide d'espace, a accueilli la peinture pour en conquérir. Elle s'élargit par des représentations et plus ces représentations sont nombreuses et diverses, plus le but est atteint. Il est donc explicable que chaque main d'artiste tende vers une facture personnelle. Et toutes sont respectables par leurs intentions. On sait que l'enfer en est pavé. Ne nous étonnons pas des grimaces de la forme, de la discordance des couleurs, de l'influence croissante de l'art nègre dont les mains nous étonnent dans la technique du bois. Ce qui manque au tableau actuel, c'est le futurisme. Il n'était dans les idées de son fondateur qu'une propagande pour le dynamisme politique! En revanche voici l'abstrait, l'informel, l'expressionniste. On ne peut pas ne pas citer. On peut se contenter de signaler ces déserts inexplorés. Pour l'expressionnisme, pas question de discuter le droit de déformer à plaisir ni le bien fondé de la laideur. C'est même là que des mains deviennent jalouses d'autres qui,

d'un dessin net soulignent les formes de leurs représentations. Tout va tant que l'intention règne sur l'expérience et il arrive un moment expiatoire où la main, mal conduite par un esprit blasé, subit l'action consolatrice de l'art immobile. C'est la manière de gens de pur métier de faire du neuf! Ils découvrent les vrais primitifs. Où est le temps où le maître lumière de la main ne pouvait s'arrêter à une vision? Et le surréalisme n'est-il pas né de cette abdication de la sûreté de la main au profit de la «trouvaille». Il permet une découverte mais qui ne bouleverse pas le moindre aspect de la peinture photographique. C'est ainsi que l'on découvre la Joconde pour lui fourrer un homard dans les cheveux. Qu'en penses-tu, Salvador Dali? C'est ainsi que l'on se fait la main. Nous aimons toutes ces révolutions d'un quarteron de conspirateurs autour d'un verre de pastis chez le troquet du coin. Elles sont nombreuses au point qu'elles s'amortissent les unes les autres et sombrent dans les profondeurs du silence. Cela s'appelle le *gestuel*, le «Pop'Art». Sans intéresser personne, pas même une manucure.

## 5

Des primitifs à nos jours les représentations de mains abondent dans l'art plastique d'Occident. On y fait les mains à *fond, au poil* (lisez à la perfection) et l'on sait que des maîtres ont prétendu, ont enseigné, ont écrit, que c'était pour rendre le plus équitable hommage à la *nature* dont les doigts manient les pinceaux.

*La nature*, ici, veut dire la main. Ce n'est pas tout à fait cela. Déjà le plus ancien maître connu d'Occident, celui de la *Pietà de Villeneuve*, cette oeuvre étonnante, si proche de la facture linéaire de Modigliani (qui ne l'a jamais vue) cherche une expression, et il a recours à celle de la main. Voyez ces mains, vous vous rendez compte du peu d'expérience de la main qui les peignit.



Bien plus tard Jean Fouquet, le maître de Moulins, Jean de Mabuse (Maubeuge), Jean Gossaert, Roger de la Pasture devaient peindre des mains infiniment plus belles, plus humaines, faites pour la caresse et la tendresse et pour se joindre dans l'oraison. Mais le maître de la Pieta ne l'entendait pas ainsi. Il voulait *des mains spiritualisées* dont les longs doigts osseux seraient, en quelque sorte, dressés vers le ciel, autant de traits d'union entre le royaume de Dieu et l'âme de Marie éplorée. Ces mains sont plus belles d'être mal réalisées. Elles le sont comme celles des poupées articulées de buis ou de poirier que l'on aperçoit encore dans l'atelier de certains artistes. Mais le primitivisme de leur exécution leur assure la *suggestion* du divin et c'est tout ce qu'il faut et même plus, et c'est pour cela que nous préférons ces mains à celles de tant de chefs-d'oeuvre que chacun sait, et qui sont d'être confondues avec la nature même. Ce que nous disons ici n'est qu'une vérité évidente. Sur le panneau d'Avignon d'ailleurs les proportions sont fautives comme dans presque un grand nombre de tableaux religieux. Il y a un agrandissement des mains qui, même dans l'ordonnance des superpositions (car nous sommes bien avant Mantegna) ne devraient pas atteindre proportion. Le peintre les a exagérées uniquement *pour les faire parler*. Et pendant et après Mantegna, nous retrouvons des mains trop hautes et trop vastes. Celle de la Vierge et d'autres paysages sacrés, bien entendu, car les mains des donateurs sont plus réduites et sur le même plan.

Nous ne sommes pas de l'avis de Focillon lorsqu'il dit de la main qu'elle est muette et aveugle. Les aveugles se font une idée nette des formes dès qu'ils peuvent saisir l'objet ou en masser le contour avec la paume d'une de leurs mains, et Ernest Vaughan, l'ami de Clémenceau, directeur des Quinze-vingt racontait qu'il avait vu des aveugles, le crayon à la main, reproduire d'un trait sur une statuette de terre cuite représentant un nu. Quant à la mutité, n'est-ce pas avec les doigts et les mains que

les aveugles conversent et lisent les livres des éditions de Braille? L'abbé de l'Epée, grand rééducateur d'aveugles disait: «les aveugles sont gais, les sourds sont tristes». Et tous les médecins spécialisés sont d'accord sur cette vérité.

## 6

On peut trouver dans Pétrarque (tome VI) au cours de ses *Lettres sans adresse* une belle digression latine sur le langage des mains. Il était particulier au XIII<sup>e</sup> et XVI<sup>e</sup> siècle à certains ordres de la chevalerie. Ceci se concoit. Tous les chevaliers ne parlaient pas le latin bien que la chevalerie, aux origines, ne fut pas seulement un anoblissement, ou plus exactement l'équivalent d'une noblesse particulière, sans hiérarchie, mais dont le pape était le souverain arbitre. Comme à présent dans les ordres maçonniques, les chevaliers se reliaient ou correspondaient avec des signes gestuels. Nous n'avons pas lu l'ouvrage de Pétrarque. Il est conservé, jalousement, dans l'ombre de la bibliothèque Vaticane et la consigne est de ne pas le communiquer. Selon Pétrarque et selon Dante — tous deux initiés au *Temple* — les fondateurs de cet ordre militaire et civil, issu directement de la chevalerie (thèse discutée) en avaient repris les traditions. Selon d'autres auteurs il s'agissait d'une obédience monastique. Les Templiers, comme les Cisterciens et les Bénédictins (qui devaient sauver leur fortune) fraternisaient dans l'obédience de Saint Benoît et leurs rites gestuels étaient communs. Le caractère discuté de ces questions relevant de l'histoire n'ôte rien à leur intérêt. Nous ne discuterons pas plus loin, nous-mêmes. Un érudit suisse signalait en 1937 ou 1938 que les différences raciales étaient attestées par les pieds et par les mains. M. le professeur Georges Montandon a d'ailleurs exposé son système dans un livre que nous n'avons, jadis, fait que parcourir. Les conclusions sont pertinentes mais peuvent-elles faire les éléments sûrs d'une statistique? C'est ce qu'ont nié

d'autres anthropologues. Les définitions des types méditerranéens, anglo-saxons et nordiques s'étendent à des généralités et non à des races, et plus facilement à des castes sociales... Si l'histoire de l'art demeure le moyen et le recours des documentations efficaces, il y a souvent des équivoques qui surgissent pour ceux qui la consultent. Les primitifs ont fait parler des mains de types différents sans se soucier de leur caractère anthropologique. L'expression leur suffisait. Les plus remarquables sont celles de l'art grec pendant un demi millénaire. Jusqu'à Cimabue on abonde dans la planification d'un sujet : le Christ bénissant. A l'arrière plan un fond bleu céleste, ou d'or sans espace créé.

Sur ce plan se détache le second plan : une assiette ou un plat lumineux et doré, une auréole sur laquelle (le tiers plan) se détache la physionomie du Rédempteur ; enfin, au premier plan, *la main bénissante*.

D'une façon générale, icône, panneau, fresque ou mosaïque, le sujet est très souvent le même. Souvent, dans les basiliques ou les chapelles des palais, le Christ ou la Vierge (soit pieta, soit majesté) sont entièrement recouverts d'or plaqué, serti de diamants et de pierres fines, sauf le visage et les mains. La correspondance d'expression du visage et des mains est telle que cette cuirasse engemmée rehausse l'expression. On sent que tout le sujet peint et surachevé, sous la plaque d'or tient dans la rencontre des deux expressions. Mais, ce qui détruit la critique classique, c'est que les expressions varient presque d'image à image et que les mains varient de même. Il faut vraiment que Taine et Salomon Reinach, grands démolisseurs, n'aient rien compris à la question. Un autre maître a plus de discernement. Il avoue ne pas concevoir ce mariage du réalisme des mains, surprenantes, du Christ bénissant ou de la Vierge, plus idéalisée avec l'obstruction des figures. Ceci au cours d'un article consacré au *Mariage* (Bréra, Milan) de Piero della Francesca, disciple d'Alberti et introducteur de la proportion par-

faite, divine, dans la peinture. C'est perdre de vue que sous l'approbation d'Alberti, l'auteur qu'immortalisent les fresques de la cathédrale d'Orvieto a fait, avec Alberti, un petit tour de l'art grec classique pour aboutir à la formule d'Orphée, au «nombre d'Or». Ce peintre génial s'est attardé en Ionie. Toutes ces figures sont abstraites divinement, et toutes les mains sont d'une expression identique et sublime.

Pour en revenir aux expressions christiques il faut savoir qu'elles sont créées selon les règles chères aux dessinateurs cubistes, fort bien charpentées mais hors de souci réaliste, hors de l'ombre du moindre modèle, en pure abstraction. L'expression n'est qu'un agencement de traits variables, et c'est ce dernier détail qui fait varier les expressions. L'Eglise grecque catholique essentielle prohibe toute représentation en relief, dès qu'elle est sacrée, sauf deux statues: la Vierge de la Cathédrale de Kazan (statue de marbre) et celle, de même, de la Cathédrale de Kiew. La même église n'admet que des oeuvres abstraites, pour les figures (visages) mais non pour les mains. Telle est, pensons-nous, la vraie raison du réalisme des mains dans l'art sacré de l'Eglise d'Orient. On sait que l'Eglise actuelle est au dérivé de l'Eglise grecque dont l'art — seul admis — s'est perpétué en Occident, avec ateliers au Vatican, à Ravenne, à Venise, en Sicile, en Auvergne, à Aix-La-Chapelle et dans l'Orléanais. Ceci a laissé des vestiges et par hérédité a influencé cet art, sans scolarité mais qui, surtout en Auvergne, a laissé des merveilles et que l'on a baptisé, peut-être par trop de généralisation, «art paysan». Cet art paysan, sorte de passe-temps d'artisans ingénieux, est l'un des plus anciens. Mais les plus belles pièces des Eglises en ont été brocantées ou même cambriolées, d'aucunes récupérées. Elles sont souvent en mauvais état. Le bois est un support offrant aux siècles un champ de destruction déplorable. Il en existait quelques-unes, et remarquables, dans les collections d'Ambroise Tardieu,

l'ami de Delacroix, historien et annaliste de l'Auvergne. Et ce qui frappait le plus à admirer un Christ, taillé dans un tronc de chêne, était la puissance et l'énormité de ses mains, réalisées d'un art parfait alors que des imperfections s'attachaient au reste. Ce Christ, qui était antérieur à Jeanne d'Arc, a traversé, vers 1906, la mare aux harengs, après la dispersion du fonds Ambroise Tardieu.

## 7

Citons Focillon: «Dans l'iconographie romane, Dieu ne souffle pas sur le monde pour le lancer dans l'éther. Il le met en place en y portant la main. Et c'est une formidable main que Rodin, pour figurer l'oeuvre des six jours, fait jaillir d'un bloc où sommeillent les formes du chaos».

Nos musées abondent en oeuvres dessinées, peintes, gravées, sculptées, que des maîtres de toutes les écoles et de tous les temps, ont réalisées. David d'Angers s'est contenté de sculpter et non de monter la dextre d'Honoré de Balzac.

Et, plus loin, il précise sa pensée: «Né dans le pays des tailleurs de marbre et des fondeurs de bronze, le mythe d'Amphyon me déconcerterait, si je ne me rappelais pas que Thèbes ne brilla jamais dans la grande statuaire. Peut-être un mythe compensateur, une consolation inventée par un musicien... Mais nous, bûcherons, modeleurs, maçons, peintres de la figure de l'homme ou de la figure de la terre, nous restons les amis de la noble pesanteur: ce qui lutte d'émulation avec elle, ce n'est pas le chant, pas la voix, c'est la main».

## 8

Une superstition égypto-chaldéenne mais qui régna dans toute l'antiquité prétendait à la divination de l'avenir par les lignes de la main. Des prêtres égyptiens s'y

trouvaient spécialisés depuis l'époque Memphitique. Des philosophes grecs et latins l'ont étudiée, mais c'est au cours du médiéval que la chiologie fut le plus en honneur. Elle devint une vogue au XVI<sup>ème</sup> siècle et au XVII<sup>ème</sup> une fureur. Plus tard, Joseph Balsamo s'en servit pour accréditer sa géniale imposture. Enfin, deux occultistes français, le capitaine d'Arpentigny et M. des Barolles entreprirent de donner des définitions et des assises scientifiques ou «para-scientifiques» à la chiromancie.

Focillon proclame qu'en matières philosophiques, le point de vue «*main*» ne nous laisse plus le choix de Dr. Faust entre un début du monde *Action* et le début opposé, le *Verbe*. La *main* relie trop étroitement le verbe qui commande à l'action qui réalise. La *bête* dont l'âme est absente et substituée par l'instinct, *n'agit* pas. Castors et fourmis, termites et abeilles, ne créent qu'une industrie répétée, non perfectible que Focillon se refuse avec regret à assimiler à l'action. C'est avec une sorte d'hésitation que Focillon s'avoue un disciple de Malebranche.

Encore qu'il s'en défende et qu'il fasse de cette branche une section de la philosophie plutôt que de l'histoire, Focillon, par là même est historien de l'art.

Focillon a écrit des chefs-d'oeuvre sur la pré-Renaissance en Italie, Piero della Francesca, Hokusai et le dessin Japonais, d'autres encore, parmi lesquels émergent ses études consacrées au style roman, ce phénomène local dont il est difficile de situer les origines et qui entre en Occident dans toute sa perfection et qui en sort de même. En somme le roman est un bloc sans fissure aux surfaces nues et sans accidents.

Cette théorie intervenait en même temps que le cubisme qui pratiquait avec infidélité sa première doctrine. Les grands, s'entend. Ils savent que toute loi d'esthétique est bonne fille qui sourit à l'artiste qui la viole à la condition que son génie soit réel. C'est ainsi que le cubisme, tel que ses fondateurs le voulaient et en légiféraient fut le plus souvent affirmé par des artistes

de second plan. Mais l'élite elle-même qui en voulait, sourit au cubisme parce qu'il apportait du nouveau. Or, non seulement Léger et Derain, mais les cubistes italiens et Juan Gris se préoccupaient beaucoup d'influences romanes et même Severini, le plus classique de tous mais devant Focillon, Louis Réau et Emile Mâle, dont l'autorité était lourde, affirmaient la thèse contraire à celle de Focillon applaudi par tous les mainteneurs du cubisme et par les cubistes eux-mêmes. Focillon devenait un esthéticien de l'art nouveau et plutôt malgré lui. Il n'était d'ailleurs pas du tout grisé par cette gloire subite, inespérée, peut-être indésirée, et il n'est pas dit que ce ne fut pas pour la fuir qu'il se réfugia dans ses études un peu abstraites du «Monde des formes», de leur langage et de leurs rôles fondamentaux. Or, les cubistes en pleine évolution, y retrouvèrent les sources de leur art à eux et celles de l'art non de leur père, mais de leur grand-père, Cézanne et de leur grand-oncle Honoré Daumier. Il n'y avait là que du vrai, et Focillon fut l'un des artisans les plus actifs de la gloire du grand-père et de celle du grand-oncle. S'il n'écrivait pas spécialement sur les cubistes, il fut abondant en allusions sur leur esthétique qui illustrait au mieux ses théories formelles.

Le nom de Focillon est demeuré célèbre, et on réimprime justement ses travaux; il professa au Collège de France et son authentique gloire a été faite par les artistes de l'école nouvelle.

Nous croyons que Focillon ne fut pas un ardent évolutionniste et nous en trouvons la preuve dans ses polémiques courtoises à propos de l'art roman qui l'opposèrent à Louis Réau, le dernier ténor de la thèse de l'évolution générale des écoles d'art et des techniques. Le fait est là mais chacun peut en penser ce qu'il veut ou ce qu'il souhaite.

D'ailleurs pour en revenir à la main, Focillon écrit : «c'est la création (*celle de l'univers par Dieu*) d'un monde concret distinct de la nature, qui est le don royal de

l'espèce humaine. La bête sans mains, dans les plus hautes réussites de l'évolution reste sur le seuil de l'art. Elle n'a pu construire ni *son monde* magique ni son monde utile. Elle pouvait *mimer* une religion de l'espèce par la danse des amours et des rites funéraires: elle demeurait incapable de charmer par la vertu des images ou de faire naître des formes désintéressées. Mais l'oiseau? Son chant le plus délicieux n'est qu'une arabesque sur laquelle nous composons notre symphonie intérieure comme le murmure de l'onde ou du vent.» Et nous avons les souvenirs de François d'Assise inquiet de ce que pensent de lui ses frères les Oiseaux. Mais Focillon se garde bien d'aller jusqu'au bout. Il n'admet pas la thèse de l'homme, bête évoluée et perfectionnée, et il rend du fil: «Il se peut qu'un songe confus de la beauté s'agite chez la bête superbement parée. Peut-être a-t-elle une part obscure aux magnificences dont elle est revêtue, peut-être même certains accords que nous ne décelons pas et qui n'ont pas de nom définissent une harmonie supérieure dans le champ magnétique des instincts. Ces ondes nous échappent (*à nos sens*) mais rien ne nous interdit de penser que leurs correspondances résonnent avec éclat chez l'insecte et chez l'oiseau. Cette musique est ensevelie dans l'indicible.»

Ces concessions peuvent soulever des objections. Nous pourrions en cueillir dans un livre que, pour la même question, a soulevé la conscience des hommes: *Pourquoi les oiseaux chantent*, par Jacques Delamain.

Autre source: Edmond Périer, le professeur éminent de la faculté de Paris, Directeur du Muséum, et qui mourut trop tôt au moment où l'Académie Française s'apprêtait à l'élire. Il y avait sa place: sa science stupéfiait ses collègues étrangers mais il la développait en poète épris de forme et de sensibilité. Il dépassait Buffon. Il remarquait: 1) que l'intelligence de certaines espèces dépassait ce que l'on peut attribuer à l'instinct, 2) que l'intelligence chez elles ne dépendait d'aucune localisation



cérébrale et n'était pas en rapport avec le poids ni le volume de leur cerveau.

Pour les oiseaux il posait en principe que les plus parés par la nature étaient les plus instinctifs et les moins intelligents et que les migrateurs le sont plus que les sédentaires. On avait interrompu, en les capturant et en les transférant au Cap Nord pour les uns, pour les autres à Capetown, Afrique du Sud, des hirondelles, des cigognes, des hérons, des pigeons dont on savait le rendez-vous : les hérons aux U. S. A. région de l'Ontario, les cigognes à Terre-Neuve, les pigeons en France Ouest, en Rhénanie, etc. Et ces oiseaux isolés, un anneau à la patte gauche, ont repris leur vol et ont été, à peu d'exceptions près, retrouvés là où leur compagnie se rendait. Pour les canards et les cygnes sauvages tous se sont retrouvés à la Jamaïque pour les cygnes et à Terre-Neuve pour les autres, accueillis par les ornithologues anglais, américains, français, canadiens. Presque toutes ces bêtes ne fuyaient plus devant les assistants qui les recueillaient, qu'elles connaissaient, sachant qu'elles y trouveraient une pâture et qu'on ne leur ferait aucun mal. Conclusion : un canard, un cygne, une hirondelle, une cigogne, un héron, sans astrolabe, sans boussole, sans sextant, sont les premiers navigateurs spatiaux du monde. Le métier de pilote de plus d'intelligence, (Amiral Sallandrouze de La Moirnaix).

L'homme doit tout à sa main, ou plutôt à la collaboration de sa main et de son cerveau. Mais le cerveau est roi. Il donne des ordres. Les termites, eux, n'ont pas de main et ils construisent des villages. Les castors n'ont pas de main. Ils installent des pilotis et construisent des cités lacustres. Si vous tenez compte des proportions, vous ne trouverez pas une construction humaine plus maçonnée, plus solide, que le nid d'hirondelles.

La première acquisition de toute révolution juste est, pour l'homme, de récupérer le libre usage de ses

mains, d'en travailler comme bon lui semble, et de vendre librement, le prix de son travail. Et cela garde pour symbolique, les oiseaux.

Aussitôt qu'une ville médiévale acquérait ses franchises, c'est-à-dire ses droits seigneuriaux, elle exerçait d'abord les droits fondamentaux du seigneur et dont le pape, chef de la féodalité d'Occident avait gratifié tous les maîtres suzerains sur leurs terres: le droit de colombes et le droit de garenne. Celui-ci était restreint par l'obligation pour le seigneur de détruire les léporides, les lièvres, les sangliers et les cerfs qui détruisaient les récoltes. Très peu de villes considèrent leurs droits de chasse. Presque toutes les affermaient avec obligation de détruire le gibier malfaisant. A part quoi la gloire symbolique d'afficher leurs franchises était soulignée par le colombier.

L'oiseau n'a pas de mains, mais il vole comme il veut. La terre et les eaux appartiennent aux hommes. L'oiseau règne dans l'espace. L'oiseau est donc libre. D'autre part on a discuté récemment du sens exact de la main dans les armoiries bourgeoises. Les villes concédaient des *armoiries*, moyennant finances et compte tenu de leurs mérites, aux bourgeois opulents et industriels. Beaucoup de mains dans ces blasons. Un archivist parisien remarqua que le futur garde des sceaux de Louis XIII, M. de Novion, portait une main dans ses armoiries bourgeoises et que cette figure héraldique était répétée dans ses armoiries de Seigneur lorsqu'il devint comte, par la grâce du roi après l'acquisition d'une charge de président à mortier du parlement de Paris. Or M. de Novion était le chef d'une famille de mégissiers, profession à laquelle était concédée par le roi le monopole de la fabrication des gants. On en déduisit qu'il y avait là un rappel de la firme commerciale de M. de Novion: *Au gant rouge*. Il n'en était rien pour la simple raison que huit mille familles de Paris portaient des armoiries bourgeoises et d'autres, nombreuses, des blasons de noblesse

et les mégissiers ou anciens mégissiers autres que de Novion étaient à trois seulement à porter une main dans leurs armes. En revanche, la main étalée, les cinq doigts en éventail, était assez fréquente là où elle semblait n'avoir rien à rappeler. En revanche tous ceux qui pouvaient s'en réclamer descendaient de familles où l'on créait des objets avec de la matière ou de statuaires ou de maîtres de chantiers (entrepreneurs de travaux publics). La main, en héraldique, est le signe de la création par le travail ou par la direction d'une entreprise. Et plus on remonte dans la nuit des temps explorables ou non plus on est convaincu de l'ancienneté de cette pièce héraldique et la continuité de son sens. *Le Chapelier, Destailleur, Couturier, Bottier, Cuisinier, Lebottier*, etc., sont des noms qui abondent encore dans le bottin actuel. Ils abondent aux registres de la concession des armoiries. Ces documents sont à la bibliothèque de Versailles. Moins subtils encore les : C<sup>tes</sup> de Bonnemain, les Charmemain, les Rougemain, les Follemain, les Noiresmains, les Deuxmains, les Vivemain, les Fortemain, les Mortmains, les Rudmain, les Mainsliées, etc. Nous ne pouvons pas recopier tout un registre, le premier venu. Principe héraldique : *A nom parlant armes parlantes (Chérin scripsit)*. Tous ces gens-là portent des mains dans leurs armes qu'ils soient Bourgeois ou Seigneurs. Et n'oublions pas les barons d'Haultemain, une main dextre issue d'une manche d'avant-bras, une *dextrochère*, levée vers le ciel avec pour devise : «Je le jure». C'est la main du *serment*, la main de l'honneur, car, si d'autres noms (voyez supra) impliquent que la main c'est le travail, l'action, le combat, la force, la puissance, la main c'est aussi l'honneur et la vérité.

Et la main de l'artiste qui peint, qui grave, qui sculpte, n'est-elle pas aussi, en elle-même et en même temps tout cela?... Nous excluons la sincérité. Le privilège de l'artiste est de n'être sincère que selon son bon plaisir. L'artiste a le droit au mensonge si son imagi-

nation l'y conduit, ou sa fantaisie. *Le Paradoxe sur le comédien?* Diderot n'a rien compris à l'affaire. Heine l'a mieux compris. Il félicite l'Alboni: «En vous voyant mourir, de l'orchestre, j'ai frémi; le frisson de la mort». L'Alboni lui rit au nez: «En mourant, Monsieur Heine, je ne voyais que vous affichant votre sourire. J'expirais au finale après le *da Capo*. Vous vous penchiez vers votre voisine. Elle vous a glissé dans l'oreille une remarque drôle, et vous avez laissé tomber votre chapeau!»

Heine voulait réfuter le paradoxe de Diderot. L'a-t-il jamais publié? Si non, c'est regrettable.

L'une des preuves de la non sincérité des artistes lyriques ou dramatiques? Leur goût des applaudissements. Leur talent vient de vous transporter dans un monde plus beau. Les dernières notes de l'orchestre vous y maintiennent. Vous êtes dans les jardins d'Eden et soudain le bruit torrentiel des applaudissements vous fait retomber sur la terre. Le rideau tombe, se relève. La diva, qui vient de rendre l'âme sur les planches, est là souriante, songe à plaire, envoie des sourires gracieux au public qui l'acclame comme une fille de café-concert qui vient de lâcher sa petite chanson. A l'opéra de Vienne en 1913, on affichait: «klatschen verboten» et l'on avait raison.

Nous avons vu que la foi exalte les mains à sa façon, les étire, en fait les éléments d'ogives. L'ogive n'est autre chose que la synthèse de deux mains en prière jointes. Mais la Renaissance bientôt abolit le médiéval. Déjà Ghirlandajo en sa fresque fantastiquement belle du Palais Strozzi fait des mains du type de chaque personnage. Pic de La Mirandole, montant sa mule, fait valoir des mains grasses et potelées. De même les mains de Macchiavel ne sont plus des mains de prière mais des mains autoritaires. En un mot, les mains sont individualisées avec un relief.

L'un des plus émouvants tableaux de l'époque est une *Vierge à l'Enfant-Jésus* de Filippo Lippi (Offices).

L'humanisme de l'antique se joint au génie baroque du maître pour créer une sorte de frisson divin dans une matière purement humaine. Inutile de dire que les mains, pas seulement celles du maître de l'exécution, y sont pour quelque chose, faites pour l'amour, pour la caresse et de quelle subtilité! Des mains patriciennes. Il y a le style. Filipino Lippi se propose, comme plus tard Rembrandt, de créer du spirituel avec des moyens réalistes et l'imposition de son style d'arabesques. Le génie et le coeur dans un jeu de formes qui n'échappe pas à Focillon.

On a trop parlé des mains de la Joconde pour que nous recommençons ici. Au moment où Leonardo la peint, elle a 38 ans. Ceci excuse un peu leur caractère réaliste, le seul réalisme qu'il y ait dans le tableau. Il ne surprend que peu, nous avons le document des recherches du maître dans les cartons de la Galerie Royale de Windsor.

La femme à la perle de Corot est non moins un chef-d'oeuvre, mais d'un autre genre. Focillon fut le grand inspirateur d'Alexandre Rosenberg pour l'organisation de l'exposition des portraits de Corot, groupés pour la première fois (1926) qui changea complètement le paysage critique de l'oeuvre d'un grand maître. L'une des plus belles pages de Corot, actuellement au Louvre est ce portrait: «La Femme à la perle». Elle étale non sur le poignet, mais sur l'avant-bras à la hauteur du coude, une main énorme plate, caractéristique de ce qu'elle est. Nous sommes loin de la spiritualité de la Joconde. Et nous ne pensons pas que Corot ait même songé au portrait du maître Florentin.

Les mains de la Joconde? Les passionnés les revoient partout et elles ne sont probablement nulle part. René Huyghe vous dira pourquoi.

Leonardo apportait à des créations abstraites la puissance de son universalité. Et Dieu sait si cette puissance

était immense et irréfutable. Raphaël n'est que peintre. A la suggestion des âmes, il ajoute la somptuosité de la décoration. Cette opposition range Raphaël du côté des plus grands maîtres qui suivront, mais les mains n'ont pas l'air d'avoir particulièrement retenu souvent son attention. Voyez deux de ces chefs-d'oeuvre réalistes, où tout devrait être sacrifié à l'expression juste : les portraits de Léon X et de Jules II. Les mains n'y jouent aucun rôle et semblent réléguées parmi les accessoires. Les éléments du langage sont épars dans l'unité du tableau.

*L'art ne se contente pas de revêtir une forme de sensibilité. Il éveille la forme dans la sensibilité.* D'une part il y a les génies réalistes, de l'autre les génies de la spiritualité. Ceci ne suppose pas une hiérarchie mais tout simplement un parallélisme. On peut admirer les deux catégories. On ne peut les confondre. Un nordique préférera Troyon à Corot neuf fois sur dix. La preuve est qu'ils ont mis deux siècles à admirer Rembrandt et il en est à peu près de même pour Vermeer. Et ce fut même davantage pour Van Gogh qu'ils ont maudit et qu'actuellement ils revendiquent. Ce qu'ils ne pouvaient que détester, c'était la prépondérance de l'Esprit sur la belle matière. Mais où que le lecteur place ses préférences, c'est toujours à la forme que nous devons aboutir.

Selon la tradition de la peinture chrétienne la main reste la valeur synthétique de l'âme, de l'esprit et de l'intelligence auxquels elle obéit. Il semble donc difficile à un peintre religieux de ne pas proposer à ses spectateurs une sorte de voyage mental de la main à l'esprit de ses modèles.

Prenons un exemple. On peut admirer au Louvre une oeuvre de premier ordre où s'épanouit le mysticisme sensuel du Corrège. C'est le Mariage de Sainte Catherine qui, à vingt ans, épouse, souverainement belle, et en toute fidélité, l'enfant Jésus âge de huit mois ou d'un an qui s'ébat sur les genoux de sa mère. Deux femmes : Sainte Catherine qui offre l'annulaire de sa main gauche à

l'enfant qu'aide sa mère à lui passer l'alliance. Cela nous fait trois paires de mains. L'amie de Sainte Catherine est effacée. L'adhésion de la Vierge au mariage mystique. Elle lâche l'enfant qui spontanément se pousse vers Sainte Catherine. Il retire sa main droite de la main tutélaire de sa mère tandis que sa main gauche tripote encore l'anneau qu'il vient de passer au doigt tremblant de son épouse mystique. Les six mains ne se contentent pas d'exprimer ce qu'elles font. Elles sont révélatrices des états des trois esprits et la morphologie des mains le suggère. Rappelez-vous le Moïse (tombeau de Jules II, Rome, Saint-Pierre Vincoli). Ce sont des mains énormes, et le visage de Moïse n'est que celui de Michel-Ange, à peine dénaturé. Ces mains, la dextre, au bout du bras plié, défend l'abdomen de Moïse. L'autre élevée un peu plus bas que l'épaule, crispée, prête à frapper. Michel-Ange se fait une habitude de l'exceptionnel. Là où d'autres ont atteint par hasard, il se maintient sans effort. Au Musée des Offices, Florence, vous avez le portrait de la duchesse Eléonore de Tolède, énorme et de son fils Ferdinand, le futur duc d'Albe. Elle est assise, vêtue d'une robe de brocard d'or et de pourpre. Voyez cette main qui se dégage de sa manche gauche et qu'elle étale sur ses genoux. Une main plate, longue, sans forme d'où sortent des doigts pareils à des pattes de langouste. Voyez son visage hébété et vous comprendrez l'atrophie intellectuelle d'une malheureuse qui jamais n'a servi à rien et n'a jamais pu se servir de ses doigts. (Bronzino). Voyez la Belle Jardinière et les deux Marmots (Louvre). Les mains sont à peine peintes et d'un blanc de craie. Mains admirables celles de Sainte Cécile de Carlo Dolci. (Musée de Dresde). La Vierge et l'enfant de Maroies (Madrid, Collection Brosch). Portrait de la Marquise de Santa Cruz par Goya, Louvre. Comparez la tête et les mains, même séduction, même férocité sensuelle. Le menton est aussi pointu que les mains sont nerveuses, nanties de griffes.

Frans Hals: «Le peintre et sa femme» Amsterdam. Les mains ont du relief. Elles ne sont pas à l'échelle. Ce sont des formes qu'il faut remplir et la besogne est d'autant plus ingrate que ces formes sont mobiles.

Bien entendu, les formes ne pourraient jamais être ce que serait leur représentation dépouillée et l'espace de la vie est sans rapports avec les champs abstraits de la géométrie.

La vie ne prend corps que dans la matière travaillée par des hommes. Et c'est dans la matière, seulement, qu'existent les formes. Leur royaume est positif, concret, mais elles exigent un support et ce support est au coeur et dans l'activité, non le repos. C'est précisément à cause de ce dynamisme qu'il importe de réserver à la création en oeuvre toutes les techniques possibles car chacune collabore à créer de la vie. La forme conserve sa mesure mais change de qualité selon la matière, l'outil et la main.

L'artiste qui pétrit la terre ou taille la matière dure pour la marquer de la pensée maintient jusqu'à l'avenir le plus éloigné l'homme qu'il fut et la tradition de sa race. Sans nos anciens nous n'existerions pas. Ils s'affirment parmi nous au coeur de notre civilisation technocratique et mécanisée dans la pureté et la beauté du simple travail de leur main, et de l'âge de la main. Les siècles passent sur nous sans altérer leur existence profonde et sans nous décourager dans la découverte de l'univers ou sa réinvention lorsque nous nous imaginons que la découverte est achevée. Nous en sommes à la conquête de l'espace et ce sont des avions fantastiques qui remplacent pour nous le tapis aérien de l'empereur de Chine. La nature demeure l'éternel réceptacle des secrets et des merveilles. On dirait que plus nous lui en arrachons, insatiables, plus elle nous en cache. Ainsi est toujours remis en place le passé qui se refait sans se répéter, depuis la découverte du feu, de la roche, de la roue, du tour à potier. Tout artiste, chaque jour, note des tenta-



tives, des expériences de divinations de la main, les mémoires d'une humanité dont nous ne pouvons calculer l'âge exactement par millénaires. Nous savons que les pyramides ont été construites à la main et que les armes des armées pharaoniques étaient admirables bien que l'Égypte n'ait jamais pratiqué la trempe de l'acier.

La peinture est nécessaire à la vie de toute collectivité. Elle permet à ses membres de connaître l'antiquité, mère de la pensée d'Occident ; faute de la connaissance de cette antiquité, un occidental est un être incomplet. Mais que savons-nous de la peinture de l'antique ? Très peu de choses. Il existe, aux antiquités grecques, deux pans de mur qui sont encore peinturlurés quoique détériorés. Ce qui demeure d'Appelle n'est que le souvenir d'un artiste dont ne nous est pas parvenue une figure et ce que conserve Athènes en son musée ne nous édifie pas d'avantage, La mode des vases étrusques s'étant épanouie à Athènes, d'habiles artisans grecs se mirent à les imiter et il est encore facile de discriminer un vase grec d'un vase étrusque. En attendant mieux c'est tout ce que nous possédons de la peinture grecque qui dort aux flancs des vases : Trop pour la réalité et pas assez pour le rêve ! Il y a bien les prodigieuses peintures murales du palais du roi Minos. Mais Minos était Crétois et l'art qui nous est parvenu tient plus, au dire des spécialistes, de l'Égypte que de la Grèce. Il y a des restes appréciables de peintures murales retrouvées dans les fouilles d'Herculanum et de Pompéi, mais pas assez pour parler d'une école de peinture romaine. Son témoignage le plus récent serait le long tableau des noces que l'on peut admirer et commenter à loisir au Palais Aldobrandini. Les noces. Il s'agit d'une peinture de moeurs nous déroulant tous les rites par lesquels à Rome on préparait une jeune fille de la société et un jeune homme à elle uni devant les tables de la loi et les autels de Deméter à passer leur nuit de noces. La peinture en est extrêmement sobre. Le travail graphique

la domine et il est d'une main très sûre. Les savants ont beaucoup discuté ce tableau. Les uns le disent de l'époque d'Auguste. Les autres entre le III<sup>ème</sup> et le IV<sup>ème</sup> siècle de Rome Impériale. L'affaire est surtout archéologique. On se demande pourquoi Focillon qui écrit en prose une ode à l'éloge de la main ne fait allusion qu'à cette peinture de la Grèce et de Rome alors que la gloire de la main éclate dans toute la Grèce par le Bâtiment et la Statuaire. De même, à Rome, se fait fracassante l'Hellénistique dite d'Alexandrie.

Mais entre la Grèce et Rome surgit une autre gloire : *la sicilienne*. La Sicile est une colonie punique. Elle était occupée par des comptoirs commerciaux de Tyr et de Carthage, protégés par de frêles détachements militaires et gardant les ports. Athènes, elle a imposé aux villes siciliennes sa langue, sa culture, sa civilisation. Elle a éveillé une sorte de patriotisme local à Syracuse, à Agrigente, à Catane, à Messine, et en d'autres villes qui devinrent rivales et se firent la guerre après avoir jeté les puniques à la mer. Et Athènes régna de la rivalité des villes et s'insinuant dans leurs querelles de façon à anéantir celle qui prendrait une importance sur les autres. Mais Sophocle et Eschyle furent joués périodiquement à Syracuse, à Agrigente, ailleurs par des troupes tragédiennes et musiciennes en tournée et la Sicile devenait le berceau de la *Comédie pastorale* du lyrisme grégaire grâce à des poètes grecs d'expression contre lesquels des poètes romains durent lutter pour s'imposer. Il existe une école de statuaire à Syracuse dont la pièce dominante s'affirme l'incomparable chef-d'oeuvre : Le Bélier. C'est le plus beau jeu de formes rondes qui existe. Enfin, comme l'a si bien étudié la maîtresse critique du Cabinet des Estampes et des Médailles, de Paris, c'est à Syracuse, puis dans toute la Sicile qu'est né le vrai portrait réaliste d'après nature, à l'avvers des médailles. A graver des pièces de monnaie et des médailles se sont faites les mains des portraitistes créant un art interdit en Grèce par la reli-

gion et les lois de Solon et de Lycurgue — Qui ignore, à ce sujet, les travaux d'Etienne et de Jacques Babelon?

Nous connaissons l'art grec depuis le VII<sup>ème</sup> siècle. Bourdelle et Rodin, Charbonneaux, d'autres ont exploré le mystère de la naissance de la statuaire archaïque. Nous connaissons son épanouissement dans l'Hellénistique de Pergame à Naples et à Rome, à Alexandrie d'Egypte. Mais ce que nous savons moins et ce que nul n'a étudié à fond, c'est l'art, dit paysan, qui s'était développé dans toute la Grèce rustique et les chefs-d'oeuvre parfois naïfs, toujours surprenants qui naquirent des mains des laboureurs, des bûcherons, des bergers, des artisans des campagnes. Ils n'avaient nulle formation académique, évidemment, leurs noms ne nous sont pas parvenus et ce fut avec une sorte de dédain d'aristocrate que les diverses écoles d'Athènes repoussèrent ces amas de primitivisme incomparables avec les oeuvres de statuaires phydiasiques. Il s'agit surtout de Xylosculpture, jamais à la cheville d'un Miron et ce n'était pas la peine de se déranger. Vers la Renaissance, florissait en Allemagne du Sud une école similaire. On en retrouva vers 1910 des oeuvres prodigieuses d'exubérance vitale et mouvementée dans la région de Nuremberg et dans celle de la forêt du Hartz. Epstein entreprit d'en découvrir d'autres en Bavière et il réussit.

Depuis de longues années Bréhier avait commenté une école paysanne d'Auvergne et déjà depuis un siècle les amateurs de chefs-d'oeuvre s'arrachaient à prix d'or les splendeurs des émaux limousins. Sauf ceux-ci, presque chaque fois, il s'agissait de xylosculpture travaillée à la pointe du couteau, souvent dorée et colorée. Il était démontré que la pointe du couteau d'un paysan inculte, pouvait être d'une main aussi habile que celle d'un maître académique. En France on se jeta sur l'art paysan de Bretagne et de Lorraine, et le maréchal Lyautey fonda et aida le musée Lorrain, le premier consacré à l'art paysan.

Or il est à présent admis et démontré qu'une école d'art paysan florissait en Sicile depuis deux siècles après César et qu'elle faisait l'ornement le plus pittoresque de la Trinacrie sous Tibère. Nous ne faisons ici qu'allusion à des travaux de savants siciliens. Les textes antiques grecs ne manquent pas. Nous ne connaissons, hélas ! ces travaux des savants siciliens que de seconde main et par des articles de presse les signalant. Le sicilien est merveilleux d'habileté, d'adresse manuelle et de souplesse de main.

Citons Focillon. Après avoir vanté les virtuosités populaires, le voici sautant d'avion en Bretagne et en Océanie ! La science de Focillon possède un don inouï d'ubiquité. « Pas la peinture seulement, mais toute oeuvre d'art et toute oeuvre des mains comme si ce maître avait hâte de prendre une revanche sur sa longue oisiveté civilisée : poterie, sculpture, décor de tissus. C'est par les mains que son destin le tire vers ces lieux sauvages où résident encore les couches immobiles des siècles : la Bretagne, l'Océanie. Il ne se contenta pas d'y peindre l'image de l'homme et de la femme, des végétaux et des quatre éléments. Il se fit une parure comme l'homme sauvage qui aime à décorer son noble corps et à porter sur lui les magnificences de son art. Et quand il fut aux Iles, cherchant sans cesse la plus reculée, la plus séculaire, il tailla des idoles dans les troncs des arbres, non en copiste d'une pacotille ethnographique, mais *d'une main authentique* (souligné par nous) et qui retrouvait les secrets des dieux. Les matières dont il se servait, des bois de pirogues et jusqu'à la toile grossière pleine de noeuds sur laquelle il peignait comme avec des sucs de plantes, comme avec des terres aux tons riches et sourds, le restituaient elles aussi au passé, l'enfonçaient dans les ombres dorées du temps qui ne meurt pas. Cet homme aux sens subtils combat cette subtilité même pour restituer aux arts la qualité intense qu'ils ont noyée dans les tons fins

et, d'un même mouvement, sa droite se défait de toute adresse. Elle apprend de la main gauche cette innocence qui n'a jamais devancé la forme: moins rompue que l'autre, moins experte en virtuosités automatiques, elle chemine avec lenteur et respect le long du contour des êtres. Alors avec un religieux charme où sensualité et spiritualité se confondent, le dernier chant de l'homme primitif.»

Voilà pour Gauguin. Mais Gauguin est loin d'être le seul! Si Van Gogh est peintre, rien d'autre, il impose avec virtuosité à la nature qu'il crée le rythme de sa main, et avec quelle viruosité impérieuse et superbe! Ce deshérité nous a refait un monde selon son génie et selon sa main, dans une inconscience parfaite. Et il fut, peut-être, le premier à ne pas s'en rendre compte. Gauguin fut le début et la fin d'une civilisation. Van Gogh, inconscient, christianisé, vécut hors la civilisation. C'est le cas de Rimbaud, et plus comme homme que comme poète, c'est le cas de Saint François d'Assise vivant dans la forêt et n'ayant pour compagnon que les oiseaux, ses frères et les bêtes qu'il charmait à l'instar d'Orphée... Et ce n'est pas le cas de Toulouse-Lautrec, intellectuel cultivé qui connaît le milieu auquel il appartient héritairement et qu'il honore tout en le détruisant par son oeuvre. En recevant Chauchard, dans une maison indésignable où il lui avait assigné rendez-vous, il s'entend demander s'il n'a pas peur de se corrompre dans un tel milieu. Et le petit monstre réplique en vrai descendant des rois de Toulouse: «s'il me fallait vivre avec mes égaux, je ne verrais que trop peu de monde et je ne vous recevrais pas, même ici.» Le moraliste à rebours n'admettait pas les leçons de morale. Et il n'admettait qu'une règle morale, celle qu'il s'imposait à lui-même. La main de Degas survécut à ses yeux. N'y voyant plus, il sculptait l'argile. «Mais, dès qu'ils se tiennent ainsi à l'écart ou qu'ils soient avides de la société des hommes, les Jansénistes comme les volup-

tueux, sont d'abord des êtres pourvus de mains travaillant dans la matière qu'ils prennent pour forme, qu'ils inscrivent dans l'espace, et s'emparent de nous. L'empreinte en reste profonde même quand le travail, selon Whistler, efface les traces du travail pour reculer l'oeuvre dans les régions solennelles en lui retirant ce qu'il peut y avoir de heurté, de fiévreux dans l'évidence du labeur.» Et Focillon rappelle que Gustave Mireau disait : «que l'on m'apporte un centimètre carré d'un tableau. Je saurai si c'est d'un vrai peintre.»

En règle critique une exécution sereine, dans le souci d'unité, suggère encore *la touche*. La *touche*, selon Louis Dinot et Focillon c'est le contact entre le peintre et l'objet. Louis Dinot parle de contact *immédiat* et Focillon de contact *décisif*. C'est, si l'on veut, la prise de possession d'un royaume que le spectateur voit et sent naître, ce qui n'est qu'une suggestion lente ou qu'une illusion subite. La touche est le signe *décisif*; c'est-à-dire qui ne trompe pas. Le signe qui supplée à la signature de l'artiste dans les matières sculptées ou sculptables, la texture en même temps plastique et fluide de la peinture. On peut, par exemple, imiter une étude de femme nue de Modigliani. Ce qui est inimitable, c'est une sculpture du même artiste. Et c'est par sa touche que l'on sent que Modigliani n'est qu'un peintre occasionnel et surtout un sculpteur. «Et ceci (Focillon s'en explique pour les anciens maîtres dont la matière est polie comme l'agate) reste toujours sensible. La touche anime les surfaces dans le paradoxe des infiniments petits. Les Davidiens, qui prétendaient dicter leurs oeuvres à des élèves dociles ne parvenaient pas à retirer à ces exécutants la personnalité de leurs mains. Ces épidermes poncées, ces draperies marmoréennes, ces froides architectures prises dans l'hivernage de l'idéalisme doctrinaire, trahissent des variations sous leur dénuement. Un art dont elles seraient totalement bannies resplendirait d'inhumanité. N'y atteint pas qui veut.

La jeune peinture *marxisée* d'Allemagne, de France,

d'Italie prétend réaliser un idéal dont on ne sent plus la main. C'est le culte de l'impersonnalité. L'artiste pousse l'ascétisme jusqu'à faire son *harakiri*. Il n'est plus qu'un ouvrier comme un autre, remplaçable, interchangeable. Picasso a poussé la chose plus loin en peignant en même temps quatre ou cinq tableaux : « je peinds mes toiles par pièces détachées. En fin de compte, l'ajustage. Ford ne fabrique pas autrement ses autos. » Ceci se passait vers 1910. Depuis Pablo a changé d'avis et il a *plaque* cette loufoquerie qui aboutirait à la peinture industrielle, aux reproductions mécaniques généralisées à plusieurs tirages successifs, un par couleur ! *Focillon*, *s'étonne*, au spectacle de ce renoncement français. Il ne tient pas compte que ce n'est pas là un geste français. Il pèse sur la France comme sur toute la peinture d'Occident, sous prétexte que la main se fatigue ! Sous prétexte aussi d'élever la pensée, de *durcir pour durer* ! Ne faisons plus le trottoir ; nous n'avons rien de la blonde frôleuse qui séduit en sa grâce souriante, ni de la brune piquante, hâlée dont le regard seul perce le coeur ! Parlons la langue forte, intelligible à tous. Ne suggérons point, n'évoquons plus ! » Ce n'est plus l'école de la vérité cruelle, c'est l'époque et l'école du mot de Cambronne. Rien n'est fatal et *Focillon* répond par la voix du passé en déclarant que l'avenir s'est toujours fait de lui-même et que nous n'y pouvons rien.

« La main ne se sent tout de même pas dans l'effort qu'elle fait pour servir, dans sa circonspection plus que dans sa modestie. Elle pèse sur le sol, elle s'arrondit sur la cime des arbres, elle se fait légère dans le ciel. L'oeil qui a privé tant de choses et la forme de ces choses, et supporté leur densité relative, faisait le même geste que la main. Il en était ainsi sur le mur où se dressent avec calme les vieilles fresques d'Italie. Il en est encore de même, vaille que vaille, dans nos reconstructions géométriques de l'univers, dans ses compositions sans objet combinant des objets décomposés. Parfois, comme par

mégarde, tant est vaste son empire, même dans la servitude, elle met la tonique, la sensible et nous donne cette récompense de retrouver l'homme dans l'aride magnificence du désert. Dès qu'on sait que la qualité d'un ton, d'une valeur dépend non de la manière dont on les fait mais de la manière dont on les pose, la présence du dieu en cinq personnes se manifeste partout. Tel est l'avenir de la main jusqu'au jour où l'on peindra à la machine, au chalumeau : alors sera rejointe la cruelle inertie du cliché, obtenu par un œil sans main et qui heurte notre amitié en la sollicitant, merveille de la lumière, monstre passif qui fait songer à l'art d'une autre planète où la musique serait le graphique des sonorités, où les échanges de pensée se feraient sans paroles, par des ondes. Même s'il représente des foules il est l'image de la solitude puisque la main n'intervient pas pour y répandre la chaleur, et le fluide de la vie humaine.»

Cet âge prédit par Focillon, hélas, nous y sommes et nous remercions Dieu de lui en avoir imposé le spectacle. La machine à peindre existe et aussi la machine à dessiner. Et une machine à peindre, dont la presse a récemment fait état tous les jours. Elle exige pourtant de l'artiste qu'il prépare ses couleurs sur sa palette spéciale. Où donc nous arrêterons-nous? Mais la *mort de la main* n'est pas dans les susdites machines qui font, en art, figures de cerveaux d'acier. C'est, il y a plus de cinquante ans, que *la main* du peintre, du dessinateur et du graveur, fut condamnée à mort. Elle a été d'ailleurs graciée, amnistiée et le travail des meilleurs artistes de notre temps peut l'investir d'une vie nouvelle.

Primitivement, la main se montrait rigide et les artistes ne témoignaient que d'une préoccupation : la planification. Ils avaient le sentiment des formes dont ils durcissaient les lignes-limites. La couleur égale qui se trouvait étalée dans les contours des formes faisait du relief, surtout que sa vivacité contrastait avec celle d'au-



tres couleurs. L'ensemble, de la composition se répartissait sur un espace qui était généralement un fond d'or, d'argent ou d'azur complètement uni lui aussi. Nous aimons cet art pour sa naïveté, mais nous nions la présence de la *main* vu la nullité graphique incompatible avec une main librement s'exerçant. La *main*, dans les arts plastiques, décèle déjà la maturité. L'un des caractères qui assurent sa splendeur à la Renaissance première, en Italie, est l'adaptation de la *main* à toutes les curiosités, inquiétudes, expériences des exécutants. C'est l'intelligence des artistes et leur connaissance de la nature qui rend leur main sensible. Autrement dit, la sensibilité est dans la main. Et on le constate depuis l'avènement de la ligne baroque qui ouvre un nouveau cycle à l'art d'Occident. La ligne baroque n'est autre chose que la ligne réaliste ultra sensible. La main, organe de l'exécutant, trahit sa sensibilité au point de devenir sensible sans être le siège de la sensibilité. Il y a donc, par accoutumance, une interversion de faculté. Le dessinateur baroque impose son style au sujet posé devant lui comme un problème de géométrie. Il le résout au courant de tout ce qui a été fait en la matière de tout ce qui est acquis. Il sait où il va. Il suit sa main. Le rythme, le style, relèvent de la personnalité. Leonardo de Vinci et Michel-Ange sont les deux plus grands baroques. Michel-Ange est surtout dans l'exécution. Léonardo a étudié les problèmes de la vision, de la lumière créatrice d'images et de formes. Sa graphie, son coloris, sa composition sont inséparables de cette science physique qui, pour lui, se résout non en sensibilité mais en idées révélées par les formes. Ce n'est plus là de l'image, mais de la spiritualité pure et débordante. L'oeuvre est baroque, mais le dessin est classique. La main, la manière, sont inséparables de la technique, ce qui a permis à Séailles d'écrire à faux que Leonardo est cérébralement baroque. C'est de l'unité de ses moyens d'exécution que se dégage sa sensibilité. Il est impossible à un chimiste de délimiter dans l'action de l'eau régale

le travail de l'acide azotique et de l'acide nitrique, ses deux composants en partie égale. Il est impossible d'attribuer à l'un de ces éléments plutôt qu'à un autre, le caractère sensible du peintre de *Sainte Anne*. Il est l'homme d'un complexe.

Aux siècles de la ligne baroque succède celui du cubisme. Il y a là une introduction, non de la géométrie, mais de la trigonométrie dans l'art de peindre. Le but du mouvement et de la doctrine est de restituer sa vraie place au dessin dans la peinture. On poursuit l'esprit, c'est-à-dire la ligne droite, on persécute l'arabesque, la courbe qui est la ligne de la matière sériée et débitée en cubes, en losanges et en polyèdres. «Rien, dans la nature n'est pictural mais c'est pour cela que tout peut en être peint.» (*Apollinaire*). C'était la porte ouverte à l'abstrait, à l'imagination pure et l'arrêt de mort de la *main sensible* éliminée par la *main spéculative* (imaginative). Pour le reste disons que seule existe l'oeuvre réalisée. Le génie ne se transmet point par la *main* pas plus que la main ne se transmet par le génie. Le génie est un héritage, non pas la main de même mais ses dispositions. Celles-ci varient avec les âges. Il y a longtemps que nous savons que l'art n'est plus l'ornement de la vie, son rôle est de la transformer, d'en accentuer la vision capable d'anoblir l'homme, enfin, de le rendre moralement plus riche et de lui créer un empire de beauté qui ne soit que l'exaltation de ses songes, de ses aspirations, une image élargie de sa vie intérieure, de ses origines à son devenir et de sa race. Ici, il s'agit de bâtir et la main de l'artiste devient constructive, aux ordres de l'Esprit. Le créateur va plus avant. Le miracle se poursuit. On met dès lors le cap vers une réfection de l'espace (*Gauguin, Lapique, Tiepolo le père*) on prolonge le présent et l'avenir. Cette découverte et cette création d'un nouvel espace, l'espace pictural, est l'aboutissement de l'impressionnisme. Il oppose à chaque élément de certitude un élément de certitude contraire afin de hisser l'oeuvre vers l'infini, l'absolu, le

définitif. Tel est aussi l'effort de Lapique qui fut au début ingénieur civil, c'est-à-dire mathématicien.

Les principes esthétiques formels de Focillon ont-ils été mis en application méthodique par beaucoup de peintres? Certainement non. Ils ne comportent aucune méthode scolaire et d'en arriver là Focillon se défendit toujours. Mais bon technicien, il a étudié les oeuvres importantes des vrais maîtres, *ceux dont le dessin s'obstine à s'accroître dans l'abstrait*, et il est parvenu à réduire analytiquement ce dont il projetait d'établir la synthèse. Entreprise doctorale? Pas du tout. Depuis l'avènement de la peinture nouvelle, l'analyse du sujet ne donnait plus les éléments de l'ébauche des oeuvres. Les exécutions débutaient après une synthèse bien prise et s'ils le jugeaient nécessaire ils procédaient à l'établissement des éléments analytiques. Plus tard ils dissocièrent les données de l'analyse et la désintégration du sujet passa à l'état d'un moyen classique. On se souvient de la révélation (1923) de la *Femme écrivant*. On y vit l'aboutissement du génie dans l'adoption des méthodes académiques. Il n'en était rien. L'oeuvre est dépourvue des éléments de la construction cubiste; de même des déformations à la mode et de projections partielles des réalités. Certains, et non des moindres (Arsène Alexandre et Coquiote) dénoncèrent un retour au naturalisme. C'était tout le contraire exactement. Certes, le sujet est réaliste, mais la peinture est abstraite en tout, elle n'est pas le portrait d'une femme réelle mais d'un fantôme. Cela rappelait à Focillon des belles figures de la divine proportion, celles des *Noces* du musée Brera de Milan. «*La femme n'exprime rien, l'artiste pas davantage sauf la joie pour nous d'une pose agréable et d'un dessin magnifique tous deux fixés pour l'éternité. Le tout fixé sous le signe de l'éternité et comme fossilisé.*» «On a l'impression d'un portrait *hors la vie*, dans le domaine de l'art pur, de l'art songe».

Excusons l'esthéticien de la rue et naïf, comme devant la Joconde pour sa surprise et sa désorientation de ne pas repérer dans cette oeuvre les inévitables imperfections «qui donnent la vie à la réalité, mais qui tout de même est ému par la transcendance de l'oeuvre. Focillon, lui, se disait ému par l'aspiration de Picasso à l'universalité et à l'absolu justifiant cette pure image». Nous dirons, nous, que Picasso exprime un mode identique de sensibilité, qu'il se serve des abstractions cubistiques ou qu'il s'en tienne aux formes classiques du baroque léonardesque.

Focillon serait ravi, en ce moment, à Paris où rivalisent de succès une exposition de Delacroix, le premier des fauves, et une autre de Géricault, premier des cubistes. C'est en son souvenir, et en hommage à sa maîtrise que le cubisme, il y a soixante ans, a renouvelé dans le monde entier les conceptions des formes plastiques et provoqué la renaissance architecturale et celle de l'art publicitaire, qui devint, par lui, un art véritable.

Certains esthéticiens sont encore convaincus que le cubisme n'est qu'une erreur scientifique et qu'un paradoxe théorique. Il se pourrait qu'il y eut là du vrai. Mais est-ce une raison pour condamner un art sans le comprendre? C'est expérimentalement que l'on juge d'une méthode d'expérimentation esthétique. La science est absolue, l'esthétique ne l'est pas. La ligne droite est une convention, de même que le postulat d'Euclides. L'évidence est une référence à la sensibilité, au bon sens et n'est pas une démonstration. Le dessin est une abstraction délimitant des formes dont l'agencement crée l'espace et qui y sont sans limites précises. Enfin, dans l'erreur théorique il y a une union à quelque chose qui n'est pas une erreur mais qui s'appelle l'imagination.

Le devoir d'un critique est donc, d'abord, d'établir l'étude d'une oeuvre cubiste sur les mêmes bases que l'étude d'une oeuvre traditionnelle. (Etablir les rapports des formes, qui font le *contenant*, et du sujet qu'elles expriment qui fait le *contenu*). Ceci établira que le

cubisme n'est qu'une des expressions contemporaines de l'appel à l'éternité, à l'universalité et à l'absolu.

Les mosaïques de Ravenne, déjà, ont créé de l'art offrant aux spectateurs l'illusion d'une certitude. Piero della Francesca, Paolo Uccello, Leonardo, n'ont pas fait autre chose, ni Duménil de La Tour et c'est le cas de Géricault. Un grand peintre? Sans conteste pour ceux qui comprennent sa couleur dont le seul rôle est de créer l'unité dans l'oeuvre non moins que dans la sensation qu'elle nous communique. Géricault est surtout un plasticien soucieux de créer des formes nouvelles. Mais quel inspiré de la forme! Il ignore les recherches. Ses formes sont devant lui dans sa vision instantanée, immédiate et ce qu'il appelle ses «recherches» n'est qu'un aide-mémoire. Il travaille, dès l'esquisse, d'après sa vision comme d'après un modèle. «Est-ce que je cherche jamais quelque chose? Je découvre sur le champ ce qu'il me faut». C'est l'exactitude même. Picasso n'a jamais dit autre chose, en langage plus imagé. Les deux maîtres sont égaux en imagination et même en invention qui est une sorte d'imagination technique. Mais Picasso, dans ses inventions dépasse Géricault qui a, contre lui, son milieu et son époque. Il peint sous la restauration. On ignore, alors, l'électronique et les machines à calculer. La peinture, depuis, a fait son chemin. Géricault ne confond jamais création et invention. Il n'intègre pas. Peu lui importe ce que d'autres ont fait avant lui. Il s'inspire rarement des anciens motifs. Il les chahute, les triture à ce point que nul ne parvient à les repérer. Ce qu'il trouve surprend en émotion presque violente, non moins que les idées qu'il confie ou exprime. Il est sans modération, toujours sûr de lui et il reste avec Delacroix, Cézanne et Picasso l'artiste qui a le plus influencé la peinture depuis la fin du XVIII<sup>e</sup> siècle.

Signalons un trait commun à tous: le mépris absolu du sens même de l'utilité. Un inventeur découvre un objet qu'il croit utile à l'humanité. Marconi, Gillette, Adler... La T. S. F., un rasoir, un moteur à pétrole... Ce

sont des philanthropes. L'artiste ne crée qu'en lui-même et sa création est inséparable de sa personnalité. Le génie de Leonardo est strictement subjectif, indépendant des lois, de l'esprit et des moeurs. C'est ce qui fait que l'art est esthétique et étranger à la morale. L'esthétique, elle, née de l'étude des oeuvres des artistes et déviant dans la philosophie dont elle devient une branche, est abstraite et contradictoire. Elle trouve ses origines dans l'étude des chefs-d'oeuvre et elle prétend les réglementer en les étudiant. C'est ce qui fait que les maîtres, producteurs des grandes oeuvres, se soucient fort peu d'esthétique dont toutefois l'enseignement, en dehors des chefs-d'oeuvre dont elle est née, et purement théorique, a néanmoins exercé une influence sur les diverses classes de la société en les invitant à la visite des idées et à la compréhension raisonnée de ce que l'on y admire et à l'étude de l'histoire de l'art.

Une amie de Picasso, Mrs. Gertrude Stein écrit : «Picasso ignore l'âme et ne s'intéresse qu'au corps. Il est trop occupé pour penser à l'âme, et, de plus, par soif d'absolu, il ne s'est jamais soucié du goût, du sentiment, de la pensée. Il peut croire à l'éternité de ce qu'il voit parce qu'il ne s'aperçoit ni des changements de l'humanité, ni des variations du goût. Il réduit tout ce qui est humain à un niveau physique, et son accès au sentiment est intellectuel et froid.» Superficiellement cette opinion pourrait se soutenir si elle ne se formulait pas en l'ignorance plénière de tout un côté de l'oeuvre de Picasso qui est peut-être un mélancolique mais surtout un fantaisiste. La fantaisie c'est la foi du poète en la poésie, c'est-à-dire en la création réalisatrice de son âme. La fantaisie prise dans son expression la plus haute, c'est la conscience même du poète. Et c'est par là que Picasso est d'abord un poète animé par l'esprit et la compréhension de l'homme ou de la femme la plus profonde et la plus émouvante. Picasso serait athée? Rien ne permet de le dire. Mais Picasso n'est pas seulement un maître éclairé

par l'esprit, mais encore l'homme que n'a jamais tracé une ligne ni poussé une touche sur une toile sans en créer un accent de spiritualité!

Delacroix, coloriste, dessinateur, maître de la composition, n'a pas toujours la puissance plastique de Géricault, mais il est l'incarnation même de cet esprit de construction sans lequel il n'y a pas de chef-d'oeuvre et qui a fait défaut aux maîtres les plus appréciés.

Pour Delacroix, la couleur rehausse les formes et les intègre dans la vie. Le vide n'existe pas. Il ne serait que de l'espace non coloré. Delacroix dessinateur a été étudié par les critiques les plus sûrs. Nous connaissons Delacroix par lui-même, nous savons sa correspondance, ses souvenirs, des écrits divers. Il s'y révèle fort bien. Ses dessins, souvent exposés sont des dessins de peintre. Ils n'attendent pas la couleur. Ils font sentir, comme par enchantement, ce qui pourrait être la couleur ou les tons qu'ils appellent; chaque forme se couvre de lumière ou se noie dans l'ombre dans ce but. Mais d'autres dessins, moins poussés, ressemblent à des cartes géographiques. Des lignes idéalisées, très peu apparentes, séparent les formes. Des graduations, des traits plus ou moins serrés, tiennent lieu de transitions d'une couleur à l'autre, de ces transitions submergeant le dessin qui se fond dès lors dans l'abstrait. Delacroix ne peint pas les âmes. Il rend les états d'âme par des expressions. Il peint les caractères. Il peint la vie. Mais il part d'un dessin serré plus ou moins sur la toile. Et ce dessin rend presque exclusivement le mouvement et répartit les groupes. Delacroix est un réaliste, même un naturaliste, mais, chez lui, la scolarité de l'artiste est dépassée par le génie du peintre exact, érudit, et qui peint en soutenant sa fouge rubenienne; comme s'il craignait que sa prise directe avec le sujet se rompit. Cette fougue d'ailleurs n'empêche pas les exécutions laborieuses, car, le tableau fait, Delacroix le repeint facilement, tout ou partie. C'est dans ces remaniements qu'intervient l'intellectuel. Des expositions des

esquisses du maître ont eu lieu au Louvre. Les principales oeuvres de Delacroix entourées des recherches, des esquisses. Que de changements de l'ébauche au tableau «fait». Et combien de fois avons-nous préféré le premier jet du chef-d'oeuvre au chef-d'oeuvre lui-même. La tête de Mirabeau, avec sa bouche de fauve et son front fulgurant est une expression explosive et géniale que l'on ne retrouve plus dans le tableau au complet, ce qui se comprend. Le sujet illustre la réponse du tribun, au Marquis de Dreux-Brézé, en fonctions, et lui apportant les ordres du roi. Il ne convenait pas, même sous Charles X ou Louis-Philippe, de pulvériser même en paroles, un ministre de la maison du roi, représentant le pouvoir souverain, même en paroles. Mais l'ébauche de la tête de Mirabeau par Delacroix contient tout le reste du tableau, ce reste, d'ailleurs en étant la décoration inutile. Delacroix d'ailleurs sait être sentimental. Son portrait de George Sand le prouve. Il l'est toujours par la force redoutable de sa faculté d'idéalisation. Celle-ci éclate dans la décoration de la Chapelle de Saint Sulpice. Sa peinture glisse de l'esprit dans le sentiment, nullement dans le sentiment religieux. Le sentimentalisme est toujours à l'origine d'impulsion intellectuelle et c'est par là qu'il persuade. Or si l'intelligence est dans la partie graphique des arts plastiques, la sensibilité issue du langage des formes, est traduite par la couleur qui fait parler ces formes et qui les fait chanter.

La palette de Delacroix est un jeu d'orgues dont le peintre est l'organiste. Rien d'étonnant dès lors au succès triomphal du génial organiste. N'était-ce le romantisme qui triomphait en lui, mais à ce romantisme, Delacroix mettait un frein. Ses couleurs violentes ne sont pas les couleurs de la nature. Celles-ci, le maître les rehaussait d'un ton et ne se servait que peu des excipients, des blaireautages dont l'académisme des Gros, des Gérard ramenait les couleurs à des tons plus éteints. Peut-être Delacroix avait-il pris, d'abord, sa palette audacieuse à



David. C'est une supposition. Il est clair que ces couleurs étaient «gueulardes», mais Delacroix les atténuait sans y toucher. Il élargissait ses espaces qui parfois noyaient un peu le sujet. C'est le cas de la *Bataille de Nancy* où l'on voit le sire de Saint Dié férir d'un coup de lance le Téméraire. Et c'est surtout le cas du bleu sombre qui règne par tout le tableau et dans les reflets de la neige.

Focillon ne pouvait que s'inspirer de Delacroix pour évoquer le langage des formes et des couleurs. Rien de plus naturel que les succès de ce grand maître. Ce créateur essentiel avait l'expérience des distances capricieuses qui séparent les images de la vie réelle. Il fut le premier à les franchir en forçant l'image aux dimensions de la vie tout en lui laissant le plus somptueux éclat. Et en peignant à l'échelle de la vie, il peignait à celle de son idéal. Son art vivait dans une atmosphère élargie dans un espace moral et physique. Les formes s'y dilataient et Focillon ne pouvait qu'être séduit.

EMILE SCHAU-B-KOCH

# LOS NORMANDOS EN GALICIA

## I — NOTICIA DE LOS NORMANDOS

La Península Escandinava. — Causas de las invasiones normandas — Literatura y religión. — El barco. — Los jefes Normandos: aficiones y caracter. — Invasiones: maneras de actuar; Hastings.

Sirva de pórtico para nuestra breve monografía una ligera noticia sobre los piratas normandos: ella ambientará los pocos capítulos que siguen a este primero.

La Península Escandinava, bañada por tres mares (Mar del Norte, Danés y Báltico) está ocupada por dos naciones bien distintas: Noruega (Norge) en la parte occidental, con una superficie de 323.838 km.<sup>2</sup> y Suecia (Sverige) al Este con 448.278 km.<sup>2</sup> superficiales. La mitad del area de ambas naciones está ocupada por la cresta de los Dofrines que hacen de Escandinavia la más montañosa de las penínsulas de Europa y constituyen nota gaya de contraste con las llanuras europeas del norte y con las estepas tártaras y danubianas que parecen prolongación de las asiáticas.

El litoral noruego abrupto y recortado <sup>(1)</sup>, barrido ince-

---

(1) «Elevadas masas montañosas avanzan en el mar y largos canales de elevadas orillas rocosas, que se ramifican, penetran cientos de kilómetros en el interior. Sus aguas tranquilas y profundas aseguran un buen abrigo a los buques. Estas ensenadas, forma típica de la costa noruega, reciben el nombre de «fiords». Las islas que se extienden paralelamente a la costa, forman como un rompeolas, haciendo aún más seguros estos puertos naturales. Tales ventajas y la gran cantidad de pescado de sus costas, han formado un pueblo de pescadores y marinos, y la marina noruega es una de las más importantes del mundo. Los más favorables de estos fiords son el de Trondhjem y el de Sogne, que penetra 150 kilómetros en el interior. El desarrollo del litoral noruego representa la distancia que hay en línea recta de París a Pekín». (Izquierdo Groselles).

santemente por el empuje de las mareas atlánticas, parece que surgió para servir de morada a un pueblo de «anfibios»: más hijos del mar que de tierras a dentro. Por otra parte, separados los noruegos de Suecia por la elevada masa montañosa de los Alpes Escandinavos y por calvas deshabitadas, han vivido separados y autónomos a través de los siglos porque la Geografía «manda y se impone»: la unión de los escandinavos durante el reinado de Margarita de Calmar ha sido efímera. Esta separación fronteriza, la pobreza de su suelo, y lo excesivo de su población les hizo buscar fuera lo que faltaba en lo más profundo de sus escondidos y tranquilos «fiords». A estas causas se unieron otras que son corolarios de las primeras: el derecho de los segundones a dedicarse a la piratería o a la guerra, la improductividad del país, el descontento por la constitución de soberanías y el gusto y afición a la gloria y a las aventuras extraordinarias bien patente en las literaturas del Norte primitivas desde tiempos inmemoriales.

La literatura noruegoislandesa <sup>(1)</sup> es la más bella de todas las literaturas germánicas primitivas. Un estudio de los poemas de los «Edda» y de los «Escaldas» sería un éxodo del fin que nos proponemos. No obstante, estos poemas que constituyen casi siempre alabanzas de reyes y caudillos dan la mejor muestra de aquel pueblo y del espíritu de los piratas objeto de este ensayo. He aquí un poema (el *Canto de Lodbrok*) que basta — y aún sobra — para poder vivir aquellos tiempos de misterio y de leyenda:

«¡Hemos golpeado con el hacha! — Yo era bien joven todavía quando bogamos al este del Sund, en donde preparamos una abundante comida a los lobos y a las doradas águilas. Las altas cimeras se estremecían bajo el hierro, las

---

(1) *Bibliograf. Berta S. Phillpots, Edds and Saga* (Londres, 1931). — Gustav Neckel, *Die Altnordischen Literatur* (Leipzig, 1923). — Wolfgang Golther, *Nordischen Literatur geschichte* (Berlín, 1923).

olas aumentabau por todas partes y el navío nadaba en sangre».

«¡Hemos golpeado con el hacha! — He sabido levantar mi puñal con fiereza; a los veinte años supe enrojecer mi espada cuando en el Oriente, en las bocas de Düna, combatí con ocho jefes. ¡Qué hermoso banquete dimos a los lobos, mientras que un surco de sangre corría hacia el mar y los guerreros perdían la vida!».

«¡Hemos golpeado con el hacha! — Hilda nos fué favorable cuando enviamos a los Helsingiens a habitar al palacio de Odín. Remontamos el curso del Ifa; al mismo tiempo la espada mordió, la sangre caliente hervía en las olas, el hierro retumbaba en las corazas y el hacha hendía los escudos...»

«¡Hemos golpeado con el hacha! — He visto al rayar la aurora centenares de hombres sucumbir bajo nuestros golpes en el ardor de la refriega. Demasiado pronto, ¡ay de mí!, funesto dardo penetró en el corazón de mi hijo; Elgil quitó la vida al intrépido Agnar. Las espadas resonaron en las negras cotas de malla, las enseñas brillaban al sol...»

«¡Hemos golpeado con el hacha! — ¿Está un guerrero más cerca de la muerte cuando, bajo la granizada de dardos, combate el primero? A veces pierde la vida aquél a quien nada inflama; pues es difícil excitar a un cobarde a la lucha: no hay corazón en el hombre pusilánime...»

«¡Hemos golpeado con el hacha! — El último instante se aproxima; la rabia de las serpientes me destroza; la víbora anida en mi corazón. Espero que, pronto, el dardo de Vidrer penetrará en el corazón de Ela. Mis hijos se encolerizarán a la muerte de su padre; estos bravos guerreros no tendrán punto de reposo.»

«¡Hemos golpeado con el hacha! — Cincuenta y una veces he librado batallas anunciadas por la flecha mensajera. Jamás he pensado que entre los hombres, yo, que tan joven todavía he enrojecido mi espada, pudiera encontrar un rey superior a mí. Los Ases quieren invitarme; mi muerte no es para llorar. ¡Quiero acabar! Los dioses enviados por

Odín me llaman desde la sala de los héroes. Lleno de alegría, voy a beber la cerveza sobre un trono al lado de los Ases. Las horas de mi vida han pasado; me muero sonriendo» (1).

Mar y sangre, venganzas horribles y crimen y saqueo es el aire que se respira en toda la literatura del pueblo que nos ocupa; esta afición les empujó a salir fuera de sus fronteras, así como también a vengar el Odonismo, cuya religión profesaban. En el Odonismo, está el epicentro de la vida espiritual de Escandinavia. Un pasaje del libro indio «Purana Sastra» dice así:

«Yodha, príncipe de la meseta del Himavat (Himalaya), reunió a sus guerreros y les mostró el reino que se extendía en la llanura, principalmente la ciudad de Asgartha. Atacó Asgartha, la ciudad del Sol, la rindió al cabo de tres días, y luego la destruyó». Pero los brahmanes organizaron un ejército, lo lanzaron contra Yodha, y le vencieron. «El Príncipe tuvo que huir. Cargó cuanto poseía, y cuando sus perseguidores llegaron al Himalaya no encontraron ni un viejo, ni un niño. Yodho y su hermano Skanda habían huído al Norte». Shanda dió su nombre al país donde se estableció: Escandinavia. De Yodha, su hermano, procede en la mitología germánica el nombre del dios Odín. La ciudad de Asgartha vino a ser Asgard, la residencia de los dioses» (2).

Es Odín (del verbo «vada», imp. «od») el creador de cuanto existe, el conservador de la vida y el espíritu del mundo. Le representaban en figura de anciano barbudo y con un solo ojo, cobría su cabeza un ancho sombrero símbolo de la bóveda celeste, su manto estaba rayado de varia-

---

(1) Traducción de A. L. (Véase en *Iniciación a la Literatura*, por Ramón Esquerra, 2.<sup>a</sup> ed., vol. I, págs. 153 y 154). Vertido al francés, puede verse este canto en A. du Sein, *Histoire de la Marine de tous les peuples*, T. II, págs. 61 y 62.

(2) A. Henschke, *Historia de la Literatura*. Versión y notas de Ernesto Martínez Ferrando, Juan Viñol y José María Quiroga, 2.<sup>a</sup> ed., pág. 51.

dos colores simbolizando la atmósfera y en su mano portaba una lanza. El anillo de Draupner que rodea su brazo es figura de la fertilidad y los dos cuervos que murmuran a su oído lo son de la reflexión y de la memoria, a sus pies están tendidos dos lobos. Le representan algunas veces sentado sobre un trono y, otras, cabalgando sobre su caballo Spleiner: símbolo de los vientos cardinales (1).

Especial atención merece el barco normando en este capítulo preliminar. La nave era para el normando lo que el caballo a los hunos que vinieron por los pasos de los Urales; el paralelo resulta interesante: Los hunos, engendrados en un carro, estaban como clavados a sus feos y rechonchos caballos, en ellos comían y cabalgaban durante el día, sobre sus lomos peleaban y agarrados y tendidos a largo del cuello de aquellos animales dormían durante la noche (2). Los normandos se consideraban tan unidos a su barco que la poesía de los escaldas llama a la nave «cabalo marino», «jabalí de las olas», «dragón» y «carroza de las olas». Si los hunos pasaban su vida en el caballo que les servía de vehículo, los normandos desde años de la niñez navegaban en su barco que les servía de morada (3). Los feroces hunos ablandaban la carne que comían entre el peso del ginete y el lomo de la caballería, cuando moría el ginete se enterraba con su caballo. El normando comía en su barco y cuando un wiking o jefe normando era llevado por la muerte los suyos le enterraban con su nave a manera de ataúd en los arenales de las playas solitarias. Gracias a esta costumbre se han encontrado abundantes restos de barcos, bastante bien conservados, que permiten su reconstrucción.

---

(1) Andersson, *Mythologie scandinave* (trad. francesa de Julio Leclercq, Paris, 1886). — Manier, *Chants populaires du Nord* (Paris, 1842). — Frazer, *The golden bough*. (Londres, 1911-15).

(2) Detalles curiosos pueden verse en Ammiano Marcelino, *Historia*. libro XXXI.

(3) «le bateau était, selon l'expression des scaldes, la maison du marin; c'est par lui qu'il jurait; c'était son compagnon, le porteur de son butin» (Du Sein).

En la Exposición Universal de Chicago celebrada el año 1893 figuró una reconstrucción de estas embarcaciones, que hizo a vela la travesía entre Noruega y Chicago.

Desde la antigüedad romana hasta nuestros días, el barco normando tiene brillante y larga historia. Tácito habla y describe las naves que en su tiempo usaban los normandos a cuales llama «Suiones». De ellos dice que no utilizan la vela, ni reman a compás sino de forma libre y, dice, que sus embarcaciones se diferencian de las romanas en que, aquéllas tienen proa en ambos extremos y tienen al frente un espolón muchas veces sujeto al abordaje <sup>(1)</sup>. Los historiadores daneses Saxo-Grammaticus (siglo XII) y Trofées (siglo XVII) hablan de los grandes navíos: «drakars», «snekkars» y «tranes». Los «drakars» llamados así por la forma de dragón en que terminaba la proa estaban probablemente recubiertos de escamas pintadas. Estos dragones eran de muy diferentes medidas llegando algunos a contar treinta y cuatro remos por cada lado. Los «snekkars» o serpientes, eran una variante del dragón que se diferenciaba principalmente por su tamaño, que era más pequeño. Además de estas embarcaciones tenían los normandos numerosos barcos de pequeñas dimensiones tales eran las «holkers» que hacían importante servicio en la orilla y con los cuales remontaban el curso de los ríos en busca de botín <sup>(2)</sup>. En la imposibilidad de referirnos a tan variadas embarcaciones, vamos a describir el barco corrientemente usado por los piratas normandos.

El navío normando era airoso y estrecho, como las embarcaciones de los mares del Norte, si bien con la roda más alta. Tenía 25 metros o más de eslora, 5 de manga, 1,5 de calado y su forma era muy propia para poder avanzar o retroceder según las circunstancias. A popa estaba el cama-

---

(1) Tácito, *Germania*.

(2) En París no solo remontaron el río, sino que al encontrar el obstáculo del puente cargaron con las embarcaciones pasándolas al otro lado. (Véase la *Biografía de París*, por E. Aunós, 1945).

rote del jefe, en la proa había un estrecho medio puente sobre el cual se colocaban los mejores guerreros en el momento del combate y en medio de la embarcación se alzaba el alto mástil que sostenía una amplia vela cuadrada, la cual podía rizarse cuando no era necesaria. Todo el borde superior de la nave iba adornado con el bruñido rosario que formaban los escudos de los guerreros y por el alineamiento de los remos. Proa y popa remataban en aguda punta cuando no iban talladas en forma de dragón o de una cabeza de animal fantástico lo cual hizo estremecer en más de una ocasión a los pueblos que, por primera vez fueron visitados por los normandos (1). Cada nave podía embarcar de sesenta a setenta y cinco hombres con treinta remeros. Con embarcaciones tan perfectas se explica que hayan podido llegar no solo hasta Islandia, Groenlandia y el Mediterráneo sino remontar el vuelo hasta las lejanas tierras de América del Norte.

El barco normando iba bien provisto de armas: escudos, espadas, flechas y aún algunos de ellos lanzaban una terrible materia incendiaria que producía grandes destrozos (2).

---

(1) A este propósito escribe el profesor A. du Sein: «De pareils navires, à têtes d'animauz hideux qui se dressaient sur leur cou allongé, se montrèrent plus d'une fois sur les côtes de France; aussi l'imagination effrayée d'un historien ecclésiastique a-t-elle vu dans l'apparition d'une flotte normande hérissée de mats» une troupe de «bêtes sauvages au milieu d'une forêt: dira Danorum manus late maris aequore contextit suis de navibus, adeo ut ferae silvestres putarentur maleis sursum porrectis». «—Les chefs de corsaires faisaient gloire de monter un dragon de grande dimension richement orné et inspirant la terreur par sa forme». (Cfr. *Histoire de la Marine de tous les peuples* par A. du Sein, T. II, págs. 57-58, Paris, 1879).

(2) Para el estudio del barco normando pueden consultarse las siguientes obras: *Histoire de la Marine de tous les peuples* par A. Du Sein, T. I, págs. 42, 43, 44 et 45; T. II, págs. 53 y sig. (Paris, 1870).—Bromy-Litroow, *Die Marine* (3.<sup>a</sup> edic., Viena, 1877), Paris, *Souvenirs de la Marine* (Paris, 1878-86).—De Folin, *Bateaux et navires* (Paris, 1892).—Böhmer, *Prehistorie naval architecture of the north of Europe* (Washington, 1894).



«Los jefes que se dedicaban a esta vida marítima son designados en los Sagas bajo el nombre de «reyes de mar». «C'est avec raison, dit Snorro, qu'on leur donne ce titre, puisqu'ils ne cherchent jamais un refuge sous un toit et ne vident leur cornet à boire auprès d'aucun foyer». «El rey de mar sabía gobernar el navío, como un buen jinete manejaba su caballo... estaba iniciado en la ciencia de las «runas»; conocía los caracteres misteriosos que, inscritos en la popa y los remos debían preservar del naufragio. Iguales bajo un jefe semejante, soportaban ligeramente su voluntaria sumisión, los piratas escandinavos caminaban alegremente sobre el rumbo de los cisnes, como decían sus antiguas poesías nacionales. Unas veces costeaban la tierra y acechaban a su enemigo en los estrechos, las bahías y pequeños anclajes, lo cual hizo darles el nombre de «wikings», o hijos de las ensenadas; otras veces surcaban a través del Océano, cantando y riéndose del furor de las olas: «El furor de la tempestad ayuda al brazo de nuestros remeros, el huracán está para nuestro servicio y nos lleva a donde queremos ir» (1).

Gran atención prestaban los piratas normandos al estudio de los astros, cuyo conocimiento constituía entre ellos un honor. Conocían la mayor parte de las constelaciones y — como dice el citado Du Sein — «los nombres que les daban no tenían nada de común con los de los Griegos y Romanos» (2).

A partir de las primeras invasiones la faja atlántica se vió «aceitada» de barcos normandos, llamándoles «north-men», «north-matre» que equivale a «hombres del Norte» el cual era el antiguo nombre dado a los noruegos y que los

---

(1) A. du Sein, *Histoire de la Marine de tous les peuples*, T. II, págs 55 y 56.

(2) «Ainsi la grande Curse se nomait le «Grand Chien»; la petite Curse, 12 «Chariot de Charles»; Orion, la «Quenouille de Friggs»; le Cygne était appelé la «Croix»; la Voie latée, «Le chemin de l'hiver», etc. (A. Du Sein).

latinos llamaron: «nordmannus», «northomannus» y «norhommannus» que guarda parentesco con el «norman» de los ingleses si bien, éstos, les conocían también por el apelativo de «daneses» y los irlandeses con el de «ostmanos» u hombres del Oriente.

Sombríos como sus tierras, acercábanse silentes y envueltos por la noche o por las nieblas a los países que pretendían devastar: sin piedad ni compasión, fríos como los mónstruos marinos, arrasaban cuanto se presentaba a su paso asesinando cruelmente a los moradores de villas y ciudades o llevándoles prisioneros en calidad de esclavos a sus lejanas tierras de leyenda y de misterio. No siempre se presentaban armados a la vista: los normandos no tenían inconveniente en aparecer como visitantes de los santuarios más famosos, portando el bordón y la esclavina del romero, pero bien provistos de armas bajo el sayal tosco de peregrino. A este propósito escribe Fernando Fulgosio: «En esta forma visitaban los santuarios de Francia, Italia y Galicia, llamando sacrílegos a cuantos ponían estorbos a sus viajes. Llevaban, con todo, armas bajo su modestísimo traje, con las cuales estaban prontos a combatir, caso de ser necesario, y aún a robar si tal les convenía. Otras veces comerciaban con reliquias de las tierras más apartadas; que así lograban aquéllas mayor estimación. Nada escrupuloso el aventurero normando, poco reparaba en los medios, con tal de casarse con alguna rica y poderosa castellana, o bien hallar algún señorío de que hacerse dueño, para todo lo cual no dejaba de contar con la absolución al fin de su romería. No de otro modo fué asaltada y destruida la ciudad de Luni, a la cual tomaron los ignorantes normandos por Roma»<sup>(1)</sup>. El caso de Luni, al cual se refiere Fulgosio, es clásico y traído y llevado por cuantos escribieron dos líneas sobre piratas. Vamos a dar noticia de esta felonía siguiendo y

---

(1) *Crónica de la Provincia de Pontevedra* por Fernando Fulgosio, pág. 39 (Madrid, 1867).

traduciendo directamente a Guillaume de Jumiéges que nos la refiere: El jefe normando Hastings se presentó ante las murallas de Luni (ciudad de Italia) con el fin de arrasarla. Nada pudo el normando contra la resistencia de las murallas defendidas valerosamente por los valientes sitiados. Entonces Hastings hace correr la voz de que está moribundo y desea convertirse al Cristianismo, por lo cual el obispo de Luni consiente en bautizarle. A la siguiente noche «Hastings ármase de coraza, hace que le tiendan en un ataúd y ordena a sus compañeros se armen de corazas bajo las túnicas. Inmediatamente se oyen grandes gemidos en todo el ejército (de los normandos) ...la costa retumba bajo los gritos de dolor... Se lleva entonces a Hastings fuera de la nave y se le conduce a la Iglesia. Revístese el obispo de sus sagrados ornamentos... Cántanse las preces por el alma [del difunto]. De improviso, Hastings se echa fuera del ataúd y mata con su espada al obispo y al conde... Los juvenes son asesinados, los ancianos degollados, la ciudad arrasada y las murallas derribadas hasta los cimientos» (1).

Bien pudiera calificarse este proceder de *fides punica*, pero la obediencia al caudillo era ciega en aquellos desalmados y queda apuntado cuanto significaba el wiking del cual disse Thierry; «Como rey de la mar a bordo, el jefe de la flota lo era también de la playa invadida, como la vigorosa denominación lo indica, «Kong», «Kineg», «King», palabra que se traduce en latín con la voz «rex»: — él era el general escogido por ellos, él el más entendido y poderoso, de la palabra «Keng» = poder y saber» (2). Con jefes de tal naturaleza y piratas tan feroces a los cuales seguían sus propias mujeres «por pura diversión, aún en medio de los más

---

(1) Guillaume de Jumiéges, *Histoire des Normans*, liv. 1, ch. 10.

(2) Agustín Thierry, *Historia de la conquista de Inglaterra por los normandos*, Tom. 1, pág. 109.

espantosos temporales <sup>(1)</sup> no es de extrañar que fuesen víctimas de las invasiones casi todas las naciones de Europa, pues las pequeñas embarcaciones remontaban los ríos y, a donde no podían llegar con ellas improvisaban caballerías robando caballos y haciendo largos «raids» a la manera de los famosos jinetes húngaros <sup>(2)</sup>. Así sufrieron el azote normando las costas de Frisia, Holanda, Islas Británicas, Francia, España y todo el Mediterráneo hasta el mar Negro. Nuestro oscuro ensayo, se interna como un brazo de noche medieval en lo poco que sabemos de sus incursiones por Galicia.

## II — LA PRIMERA INVASION

Precedentes: el poeta «Gazal». — Los Normandos en Francia, en Asturias, en Galicia. — San Gonzalo y los piratas. — Los Normandos en la Coruña. — Destrucción de la Iglesia de Santa Eulalia de Curtis. — Victoria del Rey Don Ramiro. — La Iglesia de San Ciprián de Calogo. — Los Normandos en otras costas de nuestra Península y su retirada.

Parece probado que la primera vez que los normandos se presentaron en las costas españolas fué en el año 843. Ya en España conocían las desgracias que acasionaban estos

---

(1) *Historia General de España*, T. I, pág. 958, 3.<sup>a</sup> ed., 1890, por Miguel Morayta.

(2) Benito Vicetto precisa: «Y aquellas escuadras solían meterse por los ríos contra corriente con suma velocidad, y hasta muy tierra adentro; internándose a diestro y siniestro por los países que deseaban, robando caballos para hacer sus correrías más rápidamente, degollando a los moradores que no esclavizaban, arrebatando los ganados, abrasando las casas, y barriendo ante sí cuanto no pudieran convertir en despojo o presa de algún valor: tenían gran complacencia en derramar la sangre de los sacerdotes, en saquear las iglesias, y en albergar sus bridones en los parajes consagrados a Jesucristo.

«Tal eran los nuevos enemigos que aparecían en las costas de Galicia» (*Historia de Galicia* por Benito Vicetto, T. IV, pág. 47, Ferrol, 1871).

aventureros en las tierras que visitaban; sabían cuan inesperadamente solían presentarse y lo difícil que era hacerles frente, por todo lo cual, no debió causarles extrañeza ver por primera vez blanquear las velas normandas en las costas batidas del Cantábrico.

Ya un año antes de la venida de los normandos (en 842), Abderrhamann II había enviado al rey de los normandos un famosísimo poeta, decididor muy hábil, galanteador y diplomático. Llamábase el tal Yohya-ibn-Hacan y, en su juventud florida y hermosa, mereció ser llamado «Gazal» (Cacela); había visitado Constantinopla ganando con sus prendas y belleza al corazón de la Emperatriz. En la corte normanda el Gazal, logró ganarse las simpatías de reyes y vasallos; sus versos y decires ensalzando a la reina, también acabaron por ganarla a su causa (1).

Pero nada pudo impedir la incursión de los terribles escandinavos: «En 843, los Normandos penetran en el Loira con sesenta y siete grandes barcos, someten Nantes al pillaje, devastan Indre y no se retiran hasta después de haber incendiado gran número de villas y monasterios. El mediodía no había sido más perdonado que el oeste. Los piratas remontan atrevidamente el Garona hasta Tolosa, y arruinan las ciudades tanto de los Altos como de los Bajos Pireneos» (2). De las costas francesas fueron arrastrados a las nuestras por el vuelo de las tormentas, como cantaban sus canciones, presentándose este mismo año (843) en el Cantábrico como siniestra resaca.

Primeramente intentaron hacer un desembarco en el puerto de «Jejio» o «Gegiones» (Gijón) donde, según el Cronicon Silense, se presentaron con setenta naves (3) bajo el

---

(1) Traduce este pasage Dozy (Recherches, 3.<sup>a</sup> ed., T. II, pág. 267). Véase *Crónica de Pontevedra* por Fernando Fulgasio, pág. 39, Madrid, 1867. Esta narración fué transmitida por Abu-Katab-Abendihya, que la tomó de Tamman Abenalcama.

(2) Du Sein, *opusc. cit.*, T. II, pág. 65.

(3) *Traditis igni navibus número LXX.* (*Chronic. Silense*, núm. 33).

mando de «King» a quien llama Romey «Witingur» y Huerta «Horrich».

El valor de los asturianos y las fortificaciones de Gijón hicieron retroceder a los normandos, los cuales se dirigieron a otros puertos asturianos donde saciaron sus instintos piratescos. Desde Asturias navegaron hacia Galicia cuyo litoral recorrieron.

Refiere la tradición recogida en el vertedero de once siglos, un suceso que Huerta describe en estas palabras:

«El año siguiente ochocientos y quarenta y seis <sup>(1)</sup>, su Rey, (el de los Normandos) dispuso una poderosísima armada, y llenándola de Bárbaros, la envió contra nuestra España. Llegó esta multitud de Bárbaros a la costa de Galicia, y queriendo inundarla, se dividieron en escuadras; una de ellas arribó a la costa de Mondoñedo en donde ya a este tiempo hallamos Obispo.

«Eralo San Gonzalo en la Iglesia de San Martín, venerado de los pueblos por sus singulares virtudes; y así apenas reconocieron en la costa la esquadra enemiga acudieron a el Santo Prelado, para que como Padre Universal los remediase. Sosegó San Gonzalo los pueblos, y formando una piedosa procesión de el pueblo, y clero, subió en su compañía a un monte, desde a donde se descubría el vecino Oceano, y la armada enemiga; y prosiguió por el haciendo oración, v pidiendo a el Cielo remedio para su pueblo afligido. No fué vana su confianza, pues notaron las atalayas, que a el fin de cada Estación, que hacia el Santo se hundía un navío enemigo. De esta suerte perecieron todos, sino es uno, que quiso Dios reservar para que diese noticia a sus compañeros de el suceso. En memoria de el prodigio se pintó un cuadro, que le copia en dicha Iglesia, y esta noticia, que ignoraban nuestras historias, la comunicó en su carta Don Diego Sarmiento, Obispo de aquella Iglesia, a

---

(1) En esta, como en otras fechas, Huerta, no concuerda con la verdadera cronología.

Don Felipe III, asegurándole en ella la tradición invariable de el suceso, y por ella le noticiaron Gandara (1) y Argaiz (2).

De boca en boca y de siglo en siglo, todos los escritores que se ocuparon de Galicia vinieron repitiendo el suceso. Un siglo después de Huerta, lo refiere el P. Seguín en estas breves líneas:

«Mediado este nono siglo es célebre entre los demás prelados que por todo él florecieron en Galicia, la memoria de San Gonzalo obispo de Mondoñedo, de tan prodigiosa vida, que formando una procesión rogativa en cada estación hundió en el mar un navío de los Normandos, que con una poderosa armada venían sobre las costas de este reino» (3).

No es aquí lugar de hacer mirilla de cuantos refieren el suceso: la tradición señala a kilómetro y medio de San Martín de Mondoñedo la montaña y altura desde donde el obispo San Gonzalo hundió la mayor parte de la flota normanda. Al obispo San Gonzalo se le venera como Santo; en el lugar del suceso se ha levantado una capilla entorno a la cual se celebra una espléndida romería el lunes de Pascua de Pentecostés.

Vicetto comenta: «Todo esto muy bien pudo haber sucedido así como lo perpetúa la tradición, sin ser milagro; bien porque aquellos buques naufragaron al sobrevenir uno de esos turbiones tan frecuentes en nuestras costas del Norte, bien porque la falta de práctica de los normandos para acercarse a sus peligrosas rompientes, hiciera zozobrar aquellas naves» (4).

(1) Gandara, *Triunfos Eclesiásticos*, Tomo 2, libro 9, cap. 18.

(2) Argaiz, *Teatro de Mondoñedo*, cap. 3. *Anales de el Reyno de Galicia*, de Francisco Xavier Manuel de la Huerta y Vega, T. II, lib. 9, cap. 5, pág. 360 (Santiago, 1736). En la transcripción alteramos un poco la ortografía.

(3) *Historia General del Reyno de Galicia*, del P.<sup>e</sup> Pascasio de Seguín, T. I, pág. 143 (Habana, 1847).

(4) Benito Vicetto, *Historia de Galicia*, Tomo IV, pág. 48.

A nosotros — por nuestra parte — admitido el hecho, nos parece más extraordinaria la explicación del Sr. Vicetto que bajar la cabeza y admitir el milagro: a parte de la práctica que los wikings tenían de sortear los temporales no solo conocían el litoral atlántico, sino las costas cantábricas (ramificación del Atlántico) que habían sorteado en Asturias antes de arribar a Galicia. Hijos de las tempestades es difícil que solo una nave sortease el peligro para ir a contarlo a los que se quedaron mar adentro en espera de noticias.

De más peso parece la dificultad que presenta Villaamil y Castro, el cual comenta:

«Por una extraña y atendible coincidencia, no se tiene ninguna noticia de que ocupase la sede mindoniense ningún obispo llamado Gonzalo hasta los últimos años del siglo XI; y al mismo tiempo, entre los nueve obispos que se tenían por Santos en el Monasterio de San Esteban de Rivas de Sil, figura San Gonzalo Osorio, obispo que se dice de Coimbra, y a quien Leitão Ferreira colocó en el año 908, tiempo en que reconocidamente estaba ocupada la silla de Coimbra por Nausti, indudable sucesor de Froarengo. Estas coincidencias, pues, vienen a dar un cierto carácter mitológico a la persona de San Gonzalo» (1).

Apesar de la gran autoridad de Villaamil no solo la tradición sino una serie de pormenores nos hacen pensar en San Gonzalo, como obispo de Mondoñedo en la fecha que historiamos. El citado Huerta nos evita todo comentario al hablarnos de la invasión de «Mahomad» «el año ochocientos y sesenta y uno»:

«Don Gonzalo no consta si vivía aún, solo si, que continuó en el ejercicio de las virtudes hasta su muerte. Por lo cual fué sepultado su cuerpo en la Iglesias de San Martín, que entonces era Cathedral de los obispos dumienses, por

---

(1) Villaamil y Castro, *Crónica de la Provincia de Lugo*, págs. 24 y 25.



el Sepulcro, que nadie oso abrir. Y se muestra con igual veneración una sandalia del Santo, que tocan a la agua de una fuente, en que bebía el Santo; y experimentan los Naturales, por su intercesión, el favor Divino en el remedio de sus enfermedades. Sobre el sepulcro de letras góticas antiquísimas se refiere el milagro de los Normandos, aunque ya no se si conserva su memoria. De San Gonzalo hacen memoria los kalendarios antiguos de la Iglesia de Mondoñedo de esta forma: «Fiat memoria Domini Gundisalvi quondam Episcopi Mindoniensis» (1).

No pudiendo los Normandos desembarcar en las playas que abren paso a Mondoñedo se dirigieron «ad locum, qui dicitur Faro Bregantium» (2), es decir a la torre de Hércu- haberse allí retirado las Reliquias de la Silla de Dumio, como diximos. Allí, pues, se venera, con inmemorial culto, les, desembarcando cerca de La Coruña (año 844) donde saquearon cuanto encontraron a mano. Despavoridos los «bergantiños» huyeron a Lugo en busca de refugio y apoyo. Era entonces rey de estas tierras Ramiro I—como hemos consignado—el cual después de luchar y vencer a Nepo- ciano sacándole los ojos y encerrándole en un monasterio,

---

(1) Huerta, *Opus. cit.*, T. II lib. IX, cap. X, pág. 176.

(2) *Chronic. Salmantic.*, Vicetto comenta: «He aquí nom- brada por tercera o cuarta vez a La Coruña por los historiadores antiguos: «Brigancio» la llamó Dion Cassio cuando arribó a ella Julio César; «Brigantia, Galleciae civitas sita altissimam pharum» y, Paulo Orosio; «Faro Brécantium» la llamaba el Salmanticense a mediados del siglo IX; y «Farum Brecantium» el Silense, de modo que el nombre «Coruña» es moderno, y no céltico como lo apre- ciamos al principio de nuestra historia. Y este nombre de Coruña, indudablemente es derivado de «columna» por alusión a su faro «Cruña» en el dialecto del país, y hoy Coruña castellanizado el término, con lo cual estamos de acuerdo com el Sr. Cornide y el P. Flórez sobre esto, así como mo lo estamos en que Betanzos dejara ser nunca Brigantia, capital de los pueblos brigantinos, bien señalados en el «Flavium Brigantium» de las tablas de Tolomeo y en el itinerario, de Antonino de Braga a Lugo «per loca maritima» (*opus. cit.*, Tomo IV, pág. 49).

supo el desembarco de los piratas. Interesante resulta la narración de Huerta un poco anacrónica, pero que aporta importantes datos. Hela aquí:

«Una de las iglesias arruinadas por ellos (los Normandos) en esta ocasión, fué la de Santa Eulalia de Curris, que incendiaron; y estando esta nueve leguas distante de La Coruña, se reconoce como los Barbaros se internaron mucho en el país, lo que pudieron executar facilmente, por hallarse los naturales desprevenidos, e ignorantes de tan impensada invasión. Consta el incendio de su reedificación, hecha por el Obispo Don Pedro de Iria, el año de ochocientos y sesenta y siete, en el qual la copiaremos entera; y la cláusula, que refiere este suceso, traducida es la siguiente (1):

«La Iglesia de Santa Eulalia Virgen, que está sita en Villajacende, Territorio de Curtis, fundada por Placencio, con todos sus herederos, de los quales fuera larga cosa escribir; y la posseyo por sus terminos, que tiene a el presente, por tiempo dilatado. Creo, assi de su progenie, como de la agena, muchos sacerdotes y levitas, y no mínima congregación de abades, que siempre floreció allí, hasta que por los pecados, vinieron las gentes de los Litomanos (son los Normandos) a esta Tierra, y arruinaron, assi a esta Iglesia, como a sus vecinas; sus Sacerdotes unos fueron cautivos, y otros passados por la espada. Quemaron las escrituras de la mesma Iglesia, de manera que no quedaron mas que los peñascos tostados con las llamas». Prosigue la escritura afirmando, que de todos los monges de esta Iglesia, solamente se libraron Martín, confessor, nieto de el fundador, Placencio, con sus hijos Adelphio, Presbytero, y Pedro, Obispo de Iria, que estaba a este tiempo en el Monasterio, ocupado en el exercicio de las virtudes.

«Llegó a Don Ramiro la noticia de la cruel invasión de

---

(1) *Archivo de Sobrad.*, Tomo I, Escrit. 136 (Nota de Huerta). Esta escritura puede verse íntegra en Flórez, *España Sagrada*, T. XIX, Apéndice 2, el cual la fecha la era de 1033 (año de J. C. 995).

los Normandos, y a el instante convocó a todos los condes, y proceres de la Monarquía, para acudir a el peligro con poderosas fuerzas. Entre tanto los principes de Galicia acudieron con las tropas de su cargo a detener, y reprimir las correrías enemigas, a que se juntarían los naturales de el Reyno, como tan interessados en evitar su ruina.

«Con tan poderosa diversión se dió lugar a que entrasse en Galicia Don Ramiro, con las demás tropas arregladas de las provincias christianas, con cuya noticia los Barbaros se retiraron a la vecindad de Coruña, a el abrigo de su armada. Don Ramiro uniendo a su exercito las milicias de Galicia, marchó en su busca, y encontrandole los dos campos, se trabó una sangrienta batalla, que duro mucho tiempo indecisa, hasta que el valor, y justicia de los Españoles hizo que se declarasse por su parte la victoria. Los Normandos se retiraron fugitivos a su armada; pero allí fueron seguidos de los Christianos, que acometiéndolos nuevamente, pusieron fuego a las naves, que consumió setenta. Las demás, procurando con la fuga evadir el vecino peligro, pudieron apenas salvar las reliquias de los destrozados Barbaros, dexando a Don Ramiro una completa victoria, y a su exercito el despojo de las riquezas, que en Galicia, y otras partes donde havian arribado, saquearon. Asi refieren esta victoria todos los antiguos chronicones <sup>(1)</sup>; y aun resona tanto, que hicieron memoria de ella los anales estrangeros <sup>(2)</sup>.

«Don Ramiro, no menos devoto que valeroso, no dudo debía esta victoria a la protección de el Patrón de España Santiago; y assi, licenciando las demás tropas, passo a Compostela a visitar sus Sagradas Reliquias acompañado de ña Reyna Doña Urraca, y de los Grandes. Fué recibido en Santiago con aclamaciones festivas por su Obispo Don Pedro;

---

<sup>(1)</sup> Alph. Mag. in Chron. Ovetens — Monge de Sil. in *Chr. D. Rodrig.*, lib. 4, cap. 13 et alii. (Nota de Huerta).

<sup>(2)</sup> *Annal. S. Bevein.* (Nota de Huerta).

y en esta ocasión la Reyna Doña Urraca hizo a el Apostol un magnífico presente de ricas piezas de oro, plata, seda, y pedrería, como furtos de los despojos de la guerra (1).

«Una de las Iglesias arruinadas por los Barbaros, fué la de San Cyprian de Calogo, fundación de San Fructuoso, junto a la Villa de Villanueva de Aroza, que como puesta en la costa de la mar, pudieron más facilmente los Barbaros estender por aquella parte sus correrías en corso, como piratas. Pero este mesmo año se volvió a reedificar por un cavallero llamado Hundialdo, como consta de su escritura de la era ocho cientos y ochenta y quatro, que es este año, y la restituyo a diez y seis monges, que eran los que entonces tenia este Monasterio (2). Don Pedro, Obispo de Iria, dexo el Obispado, y se retiró a su Monasterio de Santa Eulalia, donde despues le veremos. La Iglesia de Iria nombró en su lugar a Ataulpho primero de este nombre (3).

Vencidos en Galicia (4), corridos y aperreados tentaron fortuna los normandos a lo largo de la costa occidental donde es seguro que devastarían la Lusitania «abordando en Lisboa, donde, se dispusieron, según su costumbre, a remontar el Tajo; refiere Ibn-Adhari que en Septiembre se recibió en la capital una carta del gobernador de Lisboa, participando la llegada de los normandos. Los relatos de los autores árabes parecen contradictorios, pero pueden ser armonizados todos sus pasajes si se considera que los wikingos no atacaban unidos puntos determinados de la costa sino que operaban en bandas y así se explica como los que tomaron Sevilla recibían de continuo refuerzos.

«En-Naguari dice que el primer encuentro con los musulmanes fué en Lisboa donde habían permanecido trece

---

(1) *Histor. Gener.*, 3. part., cap. II, D. Rodrig., *ubi supr.* (Nota de Huerta).

(2) *Yep.*, Tomo 4, *Hist. Ann.* (Nota de Huerta).

(3) Huerta, *Opusc. cit.*, T. II, lib. IX, cap. V, págs. 362 y 363.

(4) Ann. Bertin-Des Roches, *Hist. de Dinamarc.*

dias. Ya el 845 remontan el Guadalquivir, sorprenden Sevilla y la saquean, como nos consta por un dato transmitido por Ibn-al-Cutia en un texto de gran valor, pues es del siglo X» (1).

El emir Abderramán II, ante tan serio peligro decide hacerles frente enviando algunos barcos y escogido ejército contra ellos, lo cual obligó a los normandos a abandonar el Guadalquivir, por temor a quedar encajonados en el río, y corriente abajo vuelven al mar y se lanzan sobre la playa de los Algarbes en busca de la alianza musulme de Mérida, Santarén y Coimbra al frente de la cual estaba Abderramán con su caballería en orden de batalla. Mal debieron ver la perspectiva los famosos piratas pues se hicieron al mar y desaparecieron como sombras con la rapidez que les caracterizaba. Tal fué la primera invasión de los normandos en España de la cual dice la crónica árabe que era «gente brava, habitante de las últimas tierras boreales, las cuales asolaban aldeas y asesinaban cruelmente a todos los que caían en sus manos, sin dejar a salvo ni las mujeres ni los niños, ancianos, y animales domésticos, y cuando faltaba que robar, quemaban y derribaban los edificios, asolando las campiñas y declarándose enemigos de la humanidad entera» (2).

Pronto habían de volver con nuevos bríos: «Las excursiones de los normandos por estas costas (de Galicia) debieron continuar por algún tiempo, pues en la bula de Pascual II, en que confirma la traslación de la sede mindoniense a Vallibria, se dice que estaba sin defensa, y solitaria y expuesta, por su proximidad al mar, a las invasiones de los

---

(1) Ballesteros y Beretta, *Historia de España*, Tomo II, pág. 31, Barcelona, 1920.

(2) Bibliografía: Adam Kristoffer Fabricius, *La première invasion de Normans dans l'Espagne Musulmane en 844. Memoire destiné à la 10<sup>me</sup> session du Congr. intern. des Orientalistes*, Lisboa, 1892. — Dozy, *Recherches sur l'Histoire et la Litterature de l'Espagne pendant le Moyen Age*, 2.<sup>a</sup> ed., Tomo II, Leyden, 1960. — Dozy, *Les Normands en Espagne*, pág. 271, 3.<sup>a</sup> ed., Tomo II, pág. 250.

sarracenos, pudiéndose creer sean los normandos a quien equivocadamente se refieren estas palabras» (1).

Vamos a ver como la resaca de la invasión normanda siguió azotado nuestras costas.

### III — NUEVA INCURSION

Veneración y peregrinaciones a Santiago de Compostela: el poeta «Algazel». — Invasión normanda; Iria y Compostela. Derrota normanda. — Traslación de la Sede de Iria a Compostela. — El abandono de las poblaciones ante el peligro normando.

Villa-amil y Castro señala para la segunda expedición normanda, los años de 966 al 971, afirmando que, en ella, «encontraron en donde poder saciar su codicia y ejercitar sus feroces instintos» (2). No obstante, es preciso dar cuenta de una nueva invasión normanda que llegó a Compostela y que — según Flórez — se extendió por todo el Mediterráneo hasta las costas de Grecia (3). Antes de entrar en detalles vamos a dedicar unas líneas a la fama que Compostela había adquirido entre los normandos.

Dejamos dicho cuán grande era el interés que los wikingos mostraban por apoderarse de las ciudades más famosas de la cristiandad: recuérdese la sangrienta toma de Luni, cuya ciudad creyeron aquellos ignorantes ser «Roma». Los normandos emprendieron repetidos viajes a Tierra Santa de donde regresaban cargados de reliquias, y Santiago, la tercera estación del mundo cristiano era, naturalmente, muy codiciada. El año 850, siendo prelado de Compostela Adulfo, llegó a esta capital una interesante embajada de la cual nos dice Simonet:

«Pero veamos ya lo que refieren los autores arábigos

(1) Villa-amil, *Opusc. cit.*, pág. 25.

(2) *Crónica de la Provincia de Lugo*, por D. José Villa-amil y Castro, pág. 24 (Madrid, 1866).

(3) Flórez, *España Sagrada*, Tomo XIII, pág. 492.

con respecto a la veneración que inspiraba en aquellos siglos el sepulcro de Santiago de Compostela y peregrinaciones de que era objeto por parte de la cristiandad, así mozárabe como libre, así europea como oriental.

«A las diligentes investigaciones del docto arabista Mr. Reinhart Dozy, debemos el hallazgo de un documento sobremanera importante para nuestro objeto, por donde consta que antes de la segunda mitad del siglo IX, era ya muy concurrida y famosa la peregrinación al sepulcro de Santiago en Compostela. Allí fué a parar, hacia el año 850 de nuestra era, acompañando a un embajador del rey de los normandos, el célebre poeta y diplomático andaluz Yahya ben Alhacam, natural de Jaén y más conocido por «Algazel» o la gacela. Así lo prueba la relación de aquella embajada escrita por un autor coetáneo <sup>(1)</sup> en el siguiente pasaje:

«Finalmente, Algazel partió de aquel país, pasando a Santiago en compañía de los embajadores del rey normando y con una carta de este para el señor de aquella ciudad. Allí, colmado de honores, permaneció dos meses con aquellos magnates hasta que dieron fin a su peregrinación. De Santiago pasó a Castilla con los peregrinos que regresaban a esta comarca; de allí a Toledo, y por último a la corte del Sultán Abderrahman <sup>(2)</sup>, después de veinte meses de ausencia» <sup>(3-4)</sup>.

---

<sup>(1)</sup> Nota de Simonet: «El celebrado cronista Tammam ibn Alcama, que murió en 896, y cuyo relato copió Abuljathab ibn Dáhya, natural de Valencia, que murió en el año 1235 de nuestra era. — Mr. Reinhart Dozy, en su novísima edición de sus *Recherches*, Tomo II, págs. 267 y 268. Acerca del poeta y diplomático Algazel, que murió hacia el año 864 de nuestra era, vide *ibidem*, pág. 269.

<sup>(2)</sup> Nota de Simonet: «Abderraman II de este nombre, que reinó en Córdoba desde el año 821 al 852 de nuestra era».

<sup>(3)</sup> Nota de Simonet: «Mr. Dozy en la mencionada edición de sus *Recherches*, págs. 271, 278 y 279». El texto de tan curioso pasaje y de toda la embajada se halla en el número XXXIV de los Apéndices.

<sup>(4)</sup> Simonet: «El apóstol Santiago y los autores arábigos».

Este mismo año se presentaron los normandos en Galicia, atraídos por la codicia de poder apoderarse de Compostela. Para ello escogieron la ría de Arosa, camino abierto al puerto de Iria Flavia, donde después de violento choque lograron los piratas vencer la resistencia cometiendo toda clase de violencias sin que nada ni nadie pudiese contenerlos. El «Cronicón Iriense» hace mención de esta invasión afirmando que «por aquel tiempo vinieron a Galicia cien naves de los normandos, y después de tres años regresaron a su propia tierra» (1) Lopes Ferreiro habla y documenta esta invasión en el siguiente párrafo: «Iria no fué barrera bastante para contenerlos; o más bién, si los detuvo, fué mientras duró la faena de arrebatarse y apoderarse del botín (2). El Cabildo de Iria, y probablemente el mismo Aaulfo, que acaso se hallaría allí accidentalmente, si es que no había acudido a las primeras noticias de la invasión, tuvieron que retirarse precipitadamente a Compostela, y encerrarse dentro de sus muros» (3).

«Poseionados los normandos de Iria amagaron a Compostela y la obligaron a entrar en negociaciones, y a pagarles un tributo para no verse asaltada y saqueada (4). Mas,

---

artículos publicados en *La Ilustración Católica*, números de 14 y 21 de Sept., de 7 de Oct. y 14 de Nov. del año 1881.

(1) «Eo tempore centum naves Normanorum in Gallaeciam venerunt, et post triennium ad propria sunt reversae». (*Chron. Iriense, Esp. Sagrada*, T. xx, pág. 602).

(2) Inter caetera reperimus, se lee en el preámbulo del Diploma por el cual D. Diego Gelmírez restauró la Canónica Iriense. (Véase *Monumentos antiguos de la Iglesia Compostelana*, pág. 9; «... eosdem venerabiles praedecesores nostros Irienses Pontifices periculum barbaricum, quod quam mayime oceanos fines Gallaeciae invaserat...»). (Nota de López Ferreiro).

(3) «Fugindo ad urbem Compostellanam, si fieri posset ab illorum dominio mancipandum usos salubri convaluisse consilio». (*Monumentos antiguos de la Iglesia Compostelana*, pág. 9). (Nota de L. Ferreiro).

(4) «Et quia Locum Apostolicum virtus ipsa barbarica jam-



no satisfechos con esto, algunos de los jefes normandos, se concertaron entre sí para entrar en la Ciudad Santa, abrir el Sepulcro del Apóstol y llevar sus Sagrados Huesos (1). Quizás ya se disponían a llevar a cabo sus propósitos, cuando en esto aparece el Conde gallego Pedro, que los pasó a todos a cuchillo (2).

«Mas Iria había quedado desolada, y expuesta de continuo a nuevas y no menos terribles invasiones. Las cien naves que arribaron a las costas de Galicia, se destacaron sin duda de la gran armada normanda, que siguió su derrotero y en todas partes hasta Grecia dejó huellas sangrientas de su paso (3). Era de recelar que estas feroces incursiones se repitiesen, si no todos los años, con sobrada frecuencia, tanto más cuanto que no eran solo los normandos a quienes había que temer, sino a los árabes, que también comenzaron a infestar nuestras costas. Por lo tanto, la permanencia del Obispo y del Cabildo en Iria se hacía imposible.

De esta difícil situación dieron cuenta al Rey D. Ordoño, el cual, con consejo de los Grandes de su Corte y de acuerdo con el Prelado, envió como legados al Papa, que entonces no podía ser otro que Nicolás I (858-867), a algunos de los arcedianos de la diócesis Iriense para que pusiesen en su conocimiento lo aflictivo de las circunstancias en que se hallaba la Iglesia de este título, arruinada o destruida, y expuesta a las continuas incursiones de audaces y furibun-

---

sibi per violentiam subiugatum, tributarium instituerat... (*Monumentos, etc.*, pág. 9). (Nota de L. Ferreiro).

(1) «Iam sane quidam de barbarorum principibus sibi condixerant, quatinus beati Jacobi sepulturam effringerent, et ossa sacratissima asportarent». (*Monumentos, cit.*, pág. 9). (Nota de L. Ferreiro).

(2) «Eius (Ordaii) tempore Lordomani iterum venientes in Gallaeciae maritimis, a Pedro comite interfecti sunt». (*Chronicon Albeldense, in España Sagrada, T. XIII, pág. 454*). (Nota de L. Ferreiro).

(3) Véase el «Cronicón» de D. Afonso III en la *España Sagrada*, Tomo XIII, pág. 492. (Nota de L. Ferreiro).

dos corsarios, y la conveniencia de que se trasladase todo el Clero catedral a la Iglesia de Santiago, en donde podría estar más seguro y tranquilo <sup>(1)</sup>.

«Parece que el Papa puso alguna dificultad en que se abandonase definitivamente la Sede Iriense, y se estableciese la Catedral episcopal en una iglesia fabricada pocos años antes, en la cual, si residían habitualmente los prelados con parte del clero catedral, no era por título canónico de Sede, sino por tributar más esplendoroso culto al Apostol Santiago <sup>(2)</sup>. Quizás el Papa Nicolás I, que a la sazón se hallaba bastante preocupado con la cuestión del cisma de Focio, comenzó a vislumbrar los recelos que después abrigaron sus sucesores, recelos que se patentizaron en el Concilio de Reims de 1059, en donde el Prelado compostelano fué excomulgado por usar el título de Obispo «Ecclesiae Apostolicae». Lo cierto, es que, solo en atención a los ruegos y a las vivas instancias de D. Ordoño, condescendió con que el Obispo Iriense estableciese cátedra pontifical en Compostela, pero con las siguientes condiciones: primera, que la Sede Iriense continuase siendo considerada como tal Sede, aunque secundaria; segunda, que se la dotase convenientemente para sustento y decoro del Clero adscrito a su servicio <sup>(3)</sup>.

---

(1) «Quod quidem legionensi Regi per fideles legatos iriensis Pontificis intimatum est. Unde idem Legionensis Princeps, collecto cum potentibus regni sui consilio per missarios et archidiaconos iriensis Pontificis apud Romanum Pontificem summis precibus impetravit, quatinus sedem iriensem ad compostellanam transmigrare inssisset ecclesiam». (*Monumentos*, cit., pág. 9). (Nota de López Ferreiro).

(2) «Foedum sane Romano Pontifici visum fuerat, ut sic nova Sedes conderetur, ut illius principalis ac veteris memoria tolleratur». (*Monumentos*, cit., pág. 9). (Nota de L. Ferreiro.)

(3) «Ea videlicet semper ratione servata, ut memorata. Iriensis ecclesia, opibus et gazis refecta, consistens secundaria sedes Pontificis, haberetur in honore et honestate maxima, utpote ubi XXVIII<sup>o</sup> pontificum sanctissima sepulta corpora conquiescunt». (*Monumentos*, cit., pág. 9). (Nota de L. Ferreiro).

Era corriente ante el peligro normando, no solo el cambio de una población a lugar más seguro y apartado, sino también el abandonar del todo las ciudades. Tal sucedió en la primera invasión normanda, que dejamos reseñada en el artículo anterior, en la cual los brigantinos huyeron a Lugo, buscando auxilio y refugio en aquellos valientes montañeses. Y a propósito de Lugo, ya veremos en el artículo siguiente, como ante el peligro de las invasiones normandas, los lucenses se comprometieron a morar juntos dentro de la ciudad, con el Obispo Hermenegildo y para defensa de todos. Por último, es bien patente el terror que a los escandinavos tenían los pueblos, cuando de tal forma abandonaban sus ciudades y moradas; he aquí un caso, tal como nos lo refiere Don Enrique de Vedia:

«El terror que inspiraban las continuas entradas y desembarcos de los piratas normandos en las costas de Galicia obligó en muchos puntos a los habitantes a abandonar las poblaciones marítimas y una de ellas fué la Coruña cuyo vecindario se trasladó al pueblo del Burgo, situado muy en lo interior de una ría, por consiguiente resguardado del primer ímpetu de los enemigos: esta mudanza debió verificarse a principios del siglo X, y la población no ocupó su nuevo asiento hasta fines del XII siendo precisas repetidas cédulas de nuestros monarcas para que se restituyese a su local primitivo» (1).

A tanto obligó la crueldad y repetida presencia de los audaces piratas.

---

(1) Cfr. *Historia y Descripción de la Ciudad de La Coruña*, por Enrique de Vedia y Grossens, págs. 19 y 20 (Coruña, 1880).

## IV — SISNANDO Y SAN ROSENDO

Sisnando y San Rosendo: opiniones encontradas; posición de López Ferreiro. — Sisnando fortifica a Compostela. — La invasión del año 968; Muerte de Sisnando en la batalla de Fornelos (29 Marzo 968). — Juicio sobre Sisnando. — Saqueos piratescos; ciudades salvadas del peligro; pactos y villas incendiadas. — San Rosendo, obispo de Compostela; Derrota de los normandos,

El «Cronicón Iriense» divulgó una noticia que fué recogida sin reservas por gran número de historiadores. Por su parte, la «Historia Compostelana» (1), fuente común de los investigadores, la refiere con toda clase de detalles y así no es de extrañar fuese aceptada por el P. Flórez (2), Lafuente (3), Marcelo Macias (4) y por cuantos escarvaron en la «Compostelana». Por su difusión extraordinaria, por lo sorprendente del hecho y por su íntima relación con los normandos vamos a dar noticia del suceso:

El Rey Don Sancho de León había depuesto al prelado de Compostela Sisnando, colocando en su lugar al virtuoso Rudesindus, hoy elevado a los altares bajo la advocación de San Rosendo. Justifica la actitud del Rey, el «Cronicón Iriense», con estas palabras:

«Porque como (Sisnando) era muy aseglarado e pode-

---

(1) «Armata manu in die natalis Domini Compostellam intravit, et arrepto ense Rudesidum minatus est decapitare Episcopum» (Véase la *Hist. Compost.* en el Apéndice n.º x). El autor de la vida de San Rosendo precisa: «Ipsa nocte Nativitatis Domini nostri Jesu Christi Rudesindum cum canonicis paucantem aggressus est. Gladium strictum manu portabat, quo mortem minabatur, nisi Episcopatum relinqueret, et Civitatem desereret».

(2) Flórez, *Esp. Sagrada*, Tomo III.

(3) *Historia General de España*, por Modesto Lafuente, Tomo III, pág. 491 (Madrid, MDCCCL).

(4) Marcelo Macias. *Aportaciones a la Historia de Galicia*, pág. 215 (Madrid, 1929).

roso obligó con excesiva autoridad a los siervos de la Iglesia a construir sus palacios y monasterios entre sus parientes. Al saberlo el Rey reprendiolo repetidas veces, y los componentes del Cabildo le advirtieron para que reconociese sus yerros y se corrigiese; mas por su soberbia y engreimiento de su origen linajudo, no dió oídos a nada. Enterado el Rey Don Sancho de su contumacia, ordenó prenderlo y encerrarlo en lugar seguro; y en su puesto fué nombrado octavo obispo en la Sede Apostólica, Rudesindo, varón santísimo y de ilustre linaje».

La noche de Navidad del 967 dormía tranquilamente el Santo, cuando fué despertado por un personaje armado de coraza que amenazaba su pecho con la punta de una espada. Mucho le admiró lo inesperado de la amenaza pero quedó más sorprendido al reconocer en el siniestro personaje a su antecesor Sisnando, el cual habiendo recobrado la libertad con ayuda de sus parientes o fugido de la prisión, según el autor de la «Vita Sancti Rudesindi» (1) se presentaba tan villanamente a reclamar la silla episcopal. Cedió el Santo Obispo ante las amenazas del usurpador recordándole las palabras de Cristo en Getsemaní: «Envaina tu espada; porque aquel que con hierro anda, a hierro morirá» (2). Despojose San Rosendo de sus vestiduras episcopales y decidió retirarse al monasterio de Celanova o de San Juan de Cabero (3), los cuales había edificado. Añaden los que admiten esta narración que la predicción del Santo se cumplió cuando Sisnando murió peleando contra los normandos como veremos más adelante.

Contra esta narración, álzase Don António López Ferreiro, ilustre historiador de la Iglesia Compostelana y entu-

---

(1) P. Flórez, *España Sagrada*, T. XVIII, pág. 382.

(2) Evangelio de San Mateo, Cap. XXVI-52 (palabras que ya se leen en el Génesis IX, 6 y después en el Apocalipsis XIII-10).

(3) Dícese que primeramente se retiró al monasterio de Cabero (como dice el autor de la *Vida de San Rosendo*) y después a Celanova donde murió.

siasta biógrafo de San Rosendo, sosteniendo que este hecho «no sólo es del todo falso, sino inverosímil»; y añade: «Para convencerlo de falso basta saber que San Rosendo no estuvo encargado de la Diócesis de Santiago, sinó después de muerto Sisnando» (1). En la historia de la Iglesia Compostelana, dice el citado López Ferreiro: «No es inverosímil que el Rey Don Sancho hiciese alguna advertencia a Sisnando, por no considerarlo tan adicto a su persona y a su partido, como él deseaba. Tampoco es inverosímil que entre San Rosendo y Sisnando midiese alguna cuestión por divergencia de apreciaciones sobre algun punto concreto (2). Esto solo, en épocas de efervescencia como aquélla y en que las pasiones se hallaban tan concitadas, pudo servir de base para que los hechos se desfigurasen y agrandasen de tal modo, que alcanzaran las proporciones con que nos los describen la «Compostelana» y el «Iriense» (3). Prueba después el ilustre canónigo, lo embrollados que resultan muchos datos que se leen en este último «Cronicón» y acaba probando la falsedad del hecho y las contradicciones e inexactitudes que se obserban en estas fuentes. Otero Pedrayo parece — a pesar de todo — dar el hecho por cierto, al decirnos de Sisnando: «Desposeído de la Sede por intrigas políticas no vaciló en recobrarla por la fuerza entrando armado de coraza y espada en el dormitorio de su sucesor San Rosendo, quien se retiró a una de sus fundaciones monásticas. Tal es el relato de la Compostelana criticado y negado por López Ferreiro» (4). Con todo, nadie hizo hasta la fecha un estudio documental que rebata y destruya los argumentos del Sr. López Ferreiro. Todos los que hablan del suceso se

---

(1) López Ferreiro, *Biografía de San Rosendo*, pág. 50.

(2) Nota de López Ferreiro: «Y en efecto la hubo, como luego veremos con motivo de unas pesqueras en el Tambre».

(3) *Historia de la Santa A. M. Iglesia de Santiago de Compostela* por Antonio López Ferreiro, T. II, pág. 343, Santiago, 1899.

(4) Ramón Otero Pedrayo, *Ensayo histórico sobre la Cultura Gallega*, págs. 99-100.

limitan a copiar el relato por lo cual, mientras no haya pruebas que desbaraten las del erudito canónigo, siguen en pie sus puntos de vista.

Con todo—y apesar de las palabras injuriosas con que el «Cronicón Iriense» trata a Sisnando—merece este Obispo ser contado entre los más gloriosos de Compostela, como vamos a demostrar refiriendo los hechos que se relacionan con nuestra monografía. Después de la invasión normanda, y comprendiendo el Obispo Sisnando cuan amenazada estaba Compostela cercana a Iria, codiciada y frecuentada por aquellos piratas, se decidió a fortificarla. El «Cronicón Iriense», citado por Flórez, nos informa que el activo y valeroso Sisnando construyó fortalezas como la de la Lanzada y Cedofeita, puso vigías y tropas en los lugares estratégicos y en los puertos para vigilar las costas y a Compostela la fortificó rodeándola de torres, reparando las antiguas murallas y abriendo fosos que pudiesen ser inundados cuando se acercase el peligro: «Ne forte beatissimi Jacobi Apostoli venerabile corpus ob illorum hostium (Normanorum ac Frandensium) occupatione subito caperetur, largita architectis munificentia, ac pletibus labori implicitis, circumquaque eum Locum sanctum maenium, turriumque munitione ac profundis vallorum fossis aqua circumfusa, ut locus sanctus tutus esset, summopere cingi praecepit (1). Pronto había de verse la utilidad práctica de estas medidas.

El año 968 y no de 969, como equivocadamente dice Vicetto (2), se acercó a las playas de Galicia una expedición normanda, «la más importante dirigida contra Galicia» en decir de Murguía (3). Venía aquella escuadra a las órdenes de Gudraed o Gunderedo: «Nortmanorum cum rege suo Gunderedo» (4), el cual era —sin duda— un simple «wiking» o rey del mar. Se presentaron en las costas de la

---

(1) *Cron. Iriense* (Florez, *España Sagrada*, Tomo xx, pág. 605).

(2) *Historia de Galicia*, Tomo iv, pág. 205.

(3) *Galicia*, pág. 772.

(4) *Sampiro*, n.º 28.

Galicia lucense y bracarense con cien naves tripuladas por unos ocho mil hombres. En estas difíciles circunstancias, Ramiro III era niño de corta edad; ejercía la regencia una monja tía suya a quien ni respetaban ni obedecían los nobles obrando y viviendo en sus tierras con absoluta autonomía <sup>(1)</sup>. Tan propicias circunstancias favorecieron a los normandos que penetraron en la ría de Arosa y —según la «Compostelana»— desembarcaron en el puerto de Junquera <sup>(2)</sup>.

El Iriense precisa: «Un domingo, a mediados de la Cuaresma, he aquí que llegaron ante él (ante Sisnando) mensajeros diciendo que los Normandos y Flamencos y multitud de gente de los enemigos habían venido a Junquera, queriendo ir a Iria, a cuantos hombres y mujeres encontraban en el camino los llevaban cautivos y devastaban y talaban la tierra» <sup>(3)</sup>

Sisnando, decidido y animoso, se prepara rápidamente para la lucha y, ordenado su ejército, el mismo se coloca al frente de los suyos. Los normandos habían seguido el camino de Iria y ya se habían internado en las vegas de Janza, Cordeiro, Campaña, Requeijo e Iria, cometiendo toda clase de atropellos, y envalentonados suben a las alturas de La Florida, Reis, Rial y Sestelo, encontrándose frente a Sisnando en Iria o cerca. Sisnando al frente de la caballería del Ulla y del Tambre ataca una parte del ejército normando, que huye en desbandada. El choque decisivo dióse en Fornelos que estaba a orillas del río Louro que se desliza entre las parro-

---

<sup>(1)</sup> *Monge de Silos*, c. 70.

<sup>(2)</sup> La *Crónica Iriense*, de Ruy Vázquez, da el nombre de Vacariza al puerto de Juncaria. Vacariza pertenece a Santa María de Isorna y está situada sobre la orilla derecha del río Ulla. Véase Florez, *España Sagrada*, Tomo xx, pág. 13.

<sup>(3)</sup> «Ecce ante eum venerunt nuntii dicentes, quod Normani et Fraudenses et gens multa inimicorum veniens de Juncariis, volentes ire ad Iriam, quoscumque homines et mulieres in itinere inveniebant, ducebant captos et terram vastabant et predabant» (Florez, *España Sagrada*, Tomo xx, pág. 606).



quias de Cordeiro y Campaña <sup>(1)</sup>, está a legua y media de Santiago, a dos de Padrón y pertenece al ayuntamiento de Teo. Envanecido Sisnando con esta primera victoria se interna en medio de los enemigos si bien con la caballería desunida y, según Vicetto, «aquel noble hijo de Galicia cae por fin con el cráneo destrozado a machetazos; llevando a Compostela la noticia de la trágica batalla de Fornelos los pocos gallegos que pudieron salvarse» <sup>(2)</sup>. Todos los que hablan de la batalla de Fornelos están de acuerdo que Sisnando murió atravesado por una saeta, el cronicón Iriense dice que Sisnando «corrió en pos de ellos a Fornelos, y entrando por medio de la batalla cayó» <sup>(3)</sup>. Esta desgracia envalentonó a los piratas e hizo decaer al ejército gallego en tal forma que lo abandonó todo dejando a los normandos dueños del campo.

«Sobre la fecha puntual en que tuvo lugar la muerte de Sisnando, reinó gran incertidumbre y discrepancia entre los autores, si bien la opinión más recibida era la de que había fallecido en el año 970.

La «Compostelana», no obstante, ofrece tales notas cronológicas (que sin duda tomó de la lápida sepulcral del Prelado), que combinadas con otros datos, no dejan el menor lugar a duda. Dice que Sisnando falleció a mediados de la Cuaresma, el IV de las Kalendas de Abril de la Era MVI, o sea a 29 de Marzo de 968. En el año 970 cayó la Pascua en 19 de Abril, y por lo mismo el 29 de Marzo fué la Dominica cuarta de Cuaresma. Añádase a esto que Sampiro <sup>(4)</sup> sienta que la invasión de los normandos ocurrió en el año segundo de D, Ramiro III, el cual comenzó a reinar a fines

---

<sup>(1)</sup> Véase *Monumentos antiguos de la Iglesia compostelana*, pág. 18, nota 3.

<sup>(2)</sup> *Historia de Galicia* por Benito Vicetto, T. II, pág. 207.

<sup>(3)</sup> «Quos audito episcopus Sisnandus, ut insanus armis indutus, cucurrit post eos in Fornelos, et intrans per medias acies cecidit». (*Cronicón Iriense*).

<sup>(4)</sup> *España Sagrada*, Tomo XIV, pág. 491.

del año 966. Por último, en una escritura del «Tumbo de Sobrado», lib. I, núm. CVII, del 17 de Septiembre de 968 se supone fallecido a Sisnando (1). Es cierto que en el acta fundación del monasterio de San Salvador de Lorenzana, fecha en 17 de Julio de 969 (2), subscribe el Obispo Sisnando y se le presenta como asistiendo al Concilio que allí se describe; más, o la fecha del acta está errada, o el acta se refiere al concilio celebrado antes — y esto es más probable — no como cosa actual, sino como preliminar que había precedido para que la fundación se hiciese con todas las solemnidades y requisitos que los cánones exigen, como deseaba su fundador. En tal caso el concilio pudo celebrarse en el año 967; y de este modo no hay inconveniente en que a él asistiese Sisnando, ni que en el acta, como sucedió en otros casos, se pusiese su subscripción, aunque entonces ya hubiera fallecido; ya que se trataba de una persona que a la obra había prestado su asentimiento y cooperación» (3).

Cuanto al juicio que merece Sisnando, casi todos le tienen en el concepto desfavorable del «Cronicón Iriense» y, el mismo Mariana, nos dice de Sisnando: (prelado de Compostela, hombre más para soldado que para obispo». Después de la rehabilitación que de él hizo López Ferreiro, aparece a nuestros ojos como una gran figura, valiente y decidido, amante de su tierra. No solo peleó denonadamente contra los piratas sino que dejó a Compostela un nombre y unas defensas que bastan para que siempre sea recordado con

---

(1) Nota de López Ferreiro: «Es un Privilegio otorgado a Sobrado por D. Ramiro III y por su tía y tutora D.<sup>a</sup> Elvira, en que se confirma al monasterio en la posesión de varios «commisos» o Condados, según los habían tenido hasta su muerte Hermenegildo y Paterna, Sisnando y su hermano Rodrigo. «Comitatus nostros... quam obtinuerant Hermenegildus et Paterna, Sisnandus episcopus et suus germanus Rudericus usque finem illorum».

(2) *España Sagrada*, t. XVII Apéndice XVII.

(3) *Historia de la Santa A. M. Iglesia de Santiago de Compostela*, Tomo II, págs. 354 y 355.

cariño. Aún del lado de sus detractores nadie podrá negar su energía y fuerte personalidad.

Nada, ni nadie, pudo por el momento contener la fuerza de la invasión normanda después de la muerte de Sisnando, Saquearon e incendiaron a Iria y los alrededores de Compostela, «donde, se encerraron sus habitantes; asolaron a Lugo, según Sampiro; y llegaron hasta las cumbres del Cebrero: «ad Alpes montes Ecebrarii» (1).

«Aquellas cumbres — dice Romey — son las que ciñen por el nordeste el distrito de la provincia de Lugo, llamado el Cebrero, cubiertas de nieve, como los Alpes, cuatro meses del año, por un ámbito de tres o cuatro leguas de largo y como una de ancho, y a las que sin duda sus probladores, los Galos, darían el nombre céltico de Alpes, que subsistía por el país a fines del siglo X, y que les conservó el obispo de Astorga Sampiro» (2).

No quedó campo abierto en abierto en Galicia a los piratas por la muerte de Sisnando: los muros de Compostela habían sido reparados por el difunto prelado y tras ellos resistieron valorosamente los gallegos al empuje de los asaltantes normandos (3). Lo mismo sucedió en otros lugares fortificados en que no pudieron penetrar. Uno de ellos fué la ciudad de Lugo que había prevenido el peligro siendo obispo Hermenegildo, sobre el cual vamos a reseñar un dato interesante. Hermenegildo fué obispo de Lugo desde el año 951 hasta el de 985. En su tiempo Galicia se vió amenazada por la invasión normanda y, en el año 853, hizo el Obispo con los Lucenses un famoso pacto que copiamos íntegro en

(1) Sampiro-Chron. par. 28 (Nota de Vicetto).

(2) Cfr. *Vicetto*, pos. cit., Tomo IV, pág. 208.

(3) No obstante, escribe Murguía: «Supone Dozy que los vencedores se dirigieron en seguida a Compostela y se apoderaron de ella, permaneciendo algún tiempo dentro de sus muros, perseveraron un año más en Galicia. Es cosa fácil más no se sabe de fijo, constando tan solo que San Rosendo les venció en más de un encuentro, lo cual pudiera muy bien tomarse como prueba de su vecindad por estos lugares». (Murguía-Galicia, pág. 357).

el apéndice n.º 3; Por esta escritura se ve como Hermenegildo y los Lucenses, tanto abades, como presbíteros, legos, monjes y cuantos debían pagar tributos a la Catedral o dependían de aquella Iglesia, se comprometieron a vivir dentro de la ciudad de Lugo para defenderse de los Normandos (¹). He aquí la traducción de los puntos más interesantes:

«Los Lucenses tanto de estado eclesiástico como seglar, y Hermenegildo obispo prometen solemnemente habitar en defensa de la misma ciudad contra los Normandos.

«Todos nosotros que habitamos bajo la capital de la ciudad lucense, tanto abades, presbíteros y laicos ... hacemos a vos padre señor Hermenegildo obispo, un pacto o parecer ... para que desde el día de hoy ... vengamos todos valientemente a la misma ciudad para vivir en ella, y hagamos nuestras casas, repongamos nuestro ganado ... y habitemos allí, y peleemos contra la cruel gente de los Normandos, y al llegar el mismo día de San Martín os daremos las mismas casas edificadas y nosotros habitaremos dentro con todas nuestras cosas perpetuamente y el que de nosotros se atreva a faltar a este contrato, que tuviese vuestra orden que la pierda sin tardanza, y además pague cien sueldos y el que fuese digno de vuestro don que la reciba. Mas el que fuese de grado inferior y olvidase este pacto, pierda todo, la misma fortuna y sea quemada su casa, pero su heredad vos la dareis a quien os agrade, y además será azotado con látigos. Mas yo Hermenegildo obispo vos respondo que habitaré allí con vosotros con todos los de mi familia ... para resistir al ejército de los paganos ... ».

Algo parecido habían hecho ya en el año 910 los condes y ricos-hombres de Lugo al rey Don Ordoño, según nos informa el P. Flórez (²). Pero la mancha sangrienta y los robos se desparramaron por Galicia bajo las armas norman-

---

(¹) Véase Flórez, *España Sagrada*, Tomo XL, págs. 146 y 147.

(²) *España Sagrada*, Tomo XL, pág. 153.

das, durante todo un año (desde la Pascua de 968 hasta de 969). Según Dudon, deán de San Quintín de Noyon <sup>(1)</sup>, los normandos saquearon incendiaron dieciocho villas y poblaciones y podemos añadir que, tan grande era el número de piratas que parecía todo dar a comprender que esta vez se trataba de sentar sus reales en Galicia como lo habían hecho en otras naciones.

En tan críticas circunstancias no había unión, las revueltas e intrigas facilitaban a los normandos sus propósitos. Un obispo y un conde fueron los que tuvieron que enfrentarse con los envalentonados piratas: el conde Don Gonzalo Sánchez <sup>(2)</sup> y San Rosendo, a los cuales vamos a dedicar breves líneas.

Muerto Sisnando, los compostelanos pusieron sus ojos en San Rosendo para ocupar la sede vacante, pero el Santo rehusó humildemente tan señalada distinción hasta que «los ruegos de los Magnates — dice López Ferreiro — y más que todo probablemente las instancias de la Infanta D.<sup>a</sup> Elvira, tutora del Rey D. Ramiro III, vencieron en parte su repugnancia, pero solo en comisión quiso encargarse del régimen de la Diócesis, entretanto no se la proveía definitivamente de prelado.

«San Rosendo debió estar encargado del gobierno de la Diócesis desde el año 970» <sup>(3)</sup>.

<sup>(1)</sup> Migne, *Patrologia Latina*, Tomo CXXI.

<sup>(2)</sup> «Comesitaque Cundisalvus Sancionis in nomine Domini et honori Sancti Jacobi Apostoli, cuius terram devastaverunt, exivit cum exercitu magno abriam illis, et coepit praeliari cum illis». (Sampiro-Cron. n.º: 2); En la fecha que historiamos había cuatro Gonzalos en Galicia y los cuatro eran condes; D. Gonzalo Sánchez, D. Gonzalo Menéndez, D. Gonzalo Giménez y D. Gonzalo Bermúdez (Cfr. Marcelo Macías *Aportaciones a la Historia de Galicia*, pág. 238, nota 4).

<sup>(3)</sup> *Biografía de San Rosendo* por D. Antonio López Ferreiro, pág. 51. Parécenos contradictoria esta fecha de 970 con lo que el mismo López Ferreiro nos dice en la *Historia de la S. Iglesia de Santiago de Compostela*. En esta obra asegura que los normandos permanecieron en Galicia desde la primavera del año 968 a la

Ante tantos crímenes, San Rosendo suplicaba y oraba por sus amadas ovejas, mientras el conde D. Gonzalo Sánchez, ardía en deseos de pelear contra los normandos, preparando un gran ejército (*exercito magno*, le llama Sampiro). Prudente, San Rosendo, permitió que los normandos se cargasen de botín para que la misma rapiña les serviese de estorbo en la pelea y en la huída. Acariciando esta idea, reunió un aguerrido ejército cristiano y, cuando los piratas regresaban cargados a la costa, salió en su busca repitiendo las palabras del Salmo: «Tienen carros y caballos pero nosotros invocamos el nombre del Señor» (1).

Lanzó seguidamente contra los normandos al valeroso D. Gonzalo Sánchez, el cual no solo los venció y pasó a cuchillo sino que dejó entre los muertos al mismo Guudere. No contento el conde con tan señalada victoria les quemó las naves con lo cual desaparecieron de Galicia aquellos temibles invasores que se habían enseñoreado antes de Francia y de Bretaña (2). Con todo, no perecieron todos los piratas en esta cruenta batalla (cuyo lugar se ignora...), pues, aún cuando murieron muchos, sábese que causaron grandes destrozos entre los musulmanes que les llama en su lengua «Madjus-normandos» esto es «Impios-normandos». La piedra de la invasión estaba lanzada y, a Galicia, todavía le restaban muchos años antes de poder dar el grito de «Io triumphé!...» precursor de la tranquilidad y de la paz que se sigue a la victoria.

---

del 969 — aún precisa — que fué un año entero. ¿Cómo vemos después de pelear a San Rosendo, obispo compostelano con los normandos en 969...? ¿Porqué no suponer que fué consagrado el año 968 o el de 969, fecha en que tuvo lugar la batalla?

(1) Facta et miraculi [sic] Sancti Rudesindi (*Esp. Sagrada*, Tomo XVIII, apéndice n.º XXXII, c. 4 y 6). Disertación de Flórez sobre Rudesindo (Tomo XVIII) y sobre Sisnando (Tomo XIX).

(2) Cronic. Iriense-Sampiro-Cron., *Annales e Historia Compostelana*.

## V—SAN OLAF Y TUY

Las invasiones en Tuy.—Adjudicación del obispado de Tuy al de Santiago.—San Olaf: Síntesis biográfica; teoría de López Ferreiro contra Dozy.—Tuy asolado a principios del siglo XI.—Alfonso V y los Normandos.—El sínodo de 1024.—Cresconio y los piratas: el castillo Honesto; derrota normanda.

Era Tuy ojo abierto a las incursiones que venían del exterior y por la escritura publicada por Flórez <sup>(1)</sup> consta, que sarracenos y normandos, remontaron frecuentemente el río Miño y expugnaban a la ciudad tudense.

«Cuando sus velas—escribe Murguía—blanqueaban en la abierta y dilatada línea del oceano lusitano, y la atalaya anunciaba que las naves piratas tomaban rumbo hacia la embocadura del río, en todas las alturas se encendían fuegos de alarma, y desde un extremo al otro, a lo largo de la ribera, en los valles, en las cumbres que los dominan, resonaba el general clamorío y los gritos que denunciaban el peligro. Este era diario: no siempre se podía rechazar el invasor. Superior, a veces, por su número, saltaba en tierra de improviso, hería, destrozaba, se apoderaba de todo, de los hombres y de lo que poseían. Otras era vencido, pero: cuán cara la victoria! Cuando el bárbaro partía, cuando el árabe volvía la espalda, siempre dejaba tras sí el incendio y las ruinas que delataban su paso» <sup>(2)</sup>.

Estas causas movieron al obispo Nausto a retirarse a Labrugia y aún hubo necesidad de adjudicar el obispado de Tuy al de Santiago, de lo cual nos informa Flórez en el siguiente párrafo:

«Hasta este tiempo, y algunos años después tuvieron los obispos de Lugo la administración de la Metrópoli de Braga

---

(1) Flórez, *España Sagrada*, Tomo XXII, pág. 250.

(2) *Galicia* por Manuel Murguía, pág. 772. Barcelona 1888.

y su Diócesis; y desde el año 970, cerca del cual entran los Normandos en Galicia, y destruyeron el territorio de los Olispados de Tuy y Orense, quedaron estos privados de sus propios obispos, y se adjudicaron el primero al de Santiago, y el segundo al de Lugo. Los Prelados de esta Iglesia, que tuvieron tan dilatada jurisdicción fueron el Obispo Don Pelayo <sup>(1)</sup>, y los sucesores suyos hasta Vistrario <sup>(2)</sup>; en cuyo tiempo se restableció el Obispado de Orense por el Rey Don Sancho II y su hermana D.<sup>a</sup> Elvira <sup>(3)</sup>.

Inesperadamente se presentó ante Tuy una flota normanda que arrasó la histórica ciudad lo cual comentan las historias del Norte diciendo: «Wf Yart, conde de Dinamarca, era un esforzado guerrero, fué al O. E. por wiking, conquistó, devastó a Galicia y se apoderó en ella de un gran botín, con lo cual le llamaban Galiza-Wf» <sup>(4)</sup>. Dos puntos discutidos se cruzan en esta incursión: primero precisar la fecha y segundo el personificar al jefe de flota normanda. Cuanto a lo primero se ha señalado el año 1012. Dozy la fecha el 1014, el «Cronicón Lusitano» y López Ferreiro en 1016 y aún se han señalado — disparatadamente — los años de 1048 a 1066.

Dozy cree que venía al frente de los normandos el wiking Olaf hijo de Haroldo de Noruega, del cual vamos hacer ligera presentación:

Olaf u Olao II «El Santo», llamado el «Gordo», nació en 995 en Noruega. Pirata desde los doce o quince años, verdadero hijo de los mares se dedicó al pillaje por las costas de Suecia, Alemania, Francia y España. Cuando llegó a las costas de Galicia habíase distinguido ya como «wiking» en las invasiones de Suecia, isla de Oessel, Finlandia y Dinamarca. En la lucha entablada entre Eduardo el Confesor y Canuto rey de Dinamarca por la posesión de la corona inglesa

---

(1) Don Pelayo rigió esta Iglesia desde el año 986 hasta 1002.

(2) Vistrario fué obispo desde el año 1060 al 1086.

(3) P. Flórez. *España Sagrada*, Tomo XL, pág. 153.

(4) Knythi nga, saga, en las *Formanne Sogur*, Tomo XI, pág. 302.



ayudó decididamente al primero y, al regresar, luchó contra el rey de Noruega Sven al cual venció y — después de obligarle a darle por esposa su hija Astrid — se hizo proclamar rey de aquella nación. Apoderóse después de las Orcadas e islas Féroë, de Islandia y de Escocia implantando en todos estos países el cristianismo así como también en su reino.

El Rey Canuto de Dinamarca aprovechándose del descontento de los noruegos presentóse en Noruega aclamado como libertador (año 1028), lo cual motivó la huida de nuestro biografiado que se refugió en Rusia. El año 1029, trató de recuperar el trono, pero en la batalla de Stikleslad, muy cerca del fiord Trondjen, fué derrotado y muerto. El cadaver de Olaf fué enterrado en la catedral de Drontheim y en 1164 fué canonizado. Celébrase su fiesta el 31 de Agosto y no solo es patrón de Noruega sino que recibe culto en numerosas iglesias de las Islas Británicas, en Holanda, Rusia y en las lejanías de Constantinopla. Los «Skaldas» le inmortalizaron en sus leyendas, cantos e himnos que ensalzan su gloria y heroísmo <sup>(1)</sup>.

Contra los atropellos atribuidos a San Olaf en Tuy, alza su pluma Don Antonio López Ferreiro, del cual copiamos la interesante nota que sigue:

«Pretendiendo Dozy en sus «Recherches» (tomo II, pág. 300 y sig.), hacer un cuadro no histórico sino artístico de las aventuras de San Olaf, para recargar con más intensas sombras su obra, pretendió atribuir al célebre Rey de Noruega la destrucción de Tuy y el cautiverio de su Clero y de su Obispo. Después de describir las hazañas de las huestes del Rey noruego, y entre ellas el martirio de San Elfego, Arzobispo de Cantorbery, concluye: «La Iglesia con imparcial equidad tiene por Santos, así a Elfego, como a Olaf Haraldson, uno de sus verdugos». Aquí Dozy con volteriana imparcialidad calla el arrepentimiento de San

---

<sup>(1)</sup> Maurer, *Norwegens Schenkung an den heil Olaf* (Munich, 1887). Vicary, *Olaf the King and Olaf King and Martyr* (Londres, 1887).

Olao y los actos de reparación que llevó a cabo. Y para hacer más admisible la suposición de que San Olao había sido el jefe de los incendiarios de Tuy, con libertad más artística que crítica, corrige la fecha en que el «Cronicón Lusitano» colocó estos sucesos, y la anticipa en dos años; y no satisfecho con esto, apoyándose en la autoridad de Risco, que en este punto sin bastante fundamento se aparta del común sentir de nuestros historiadores, hace a D. Alfonso V tres años más viejo de lo que era en realidad» (1).

En cualquiera de los casos no está reñida la santidad de San Olaf con los primeros años de su vida: la Iglesia cuenta con numerosos santos arrepentidos y Olaf fué pirata cruel como los suyos y santo como muy pocos (2).

Sea lo que fuere, lo cierto es que Tuy se vió asolado a principios del siglo XI por los normandos, los cuales no solo destruyeron la ciudad y asesinaron y prendieron a muchos de sus moradores sino que llevaron cautivo al obispo y al clero (3). Cuanto a precisar fechas, es de afirmar que las incursiones eran periódicas y frecuentes por lo cual, si bien fué la más notable esta del año 1016, otras hubo antes y después de las cuales poco queda en los anales y en la tra-

---

(1) López Ferreiro, *Histor. de la S. Iglesia de Santiago de Compostela*, Tomo II, pág. 454, nota (1).

(2) Famoso es San Olaf, el de la barba roja, sus virtudes bien compensan las piraterías de sus primeros años, al fin, hijas de su tierra y de su siglo. Cristiano ferviente, «haciendo frente a los irritados campesinos, que se oponían a sus reformas, derribó su ídolo con un golpe de maza, y tras muchas y maravillosas aventuras, murió peleando desesperadamente al frente de los suyos, el 31 de Agosto de 1030, entre los gritos guerreros de: «¡Adelante hombres de Cristo, Cruzados, hombres del Rey!» «Adelante, adelante, campesinos!». Sábese la fecha exacta, porque al morir el rey, hubo un eclipse total del sol, lo cual aterró a los campesinos, pues lo creyeron señal de la ira de Dios».

(Cfr. *Tesoro de la Juventud*, Walter Jackson, editor, Tomo XVII, 5882, sin nombre de autor).

(3) Flórez, *opus. cit.*, Tomo XXII, pág. 60.

dición. Era natural esto ya que, como dice Vicetto: «La situación de Tuy en aquella costa y orillas de un río navegable como el Miño, que en períodos de paz y en estado de florecer el comercio, podía engrandecerla con opulencia, fué ocasión de infortunios sin cuento por las invasiones de los normandos; pues entraban por el río, y saqueaban y destruían la diócesis» (1).

No contentos los normandos con destruir a Tuy, se internaron y cruzando el Miño cometieron toda clase de crueldades hasta que el Rey D. Afonso V de Galicia vino en ayuda de los moradores de estas comarcas logrando vencerlos varias veces y en repetidos encuentros pero—al fin—logran hacerlos reembarcar. «A la verdad — dice el mismo Don Alfonso — muchas cabezas de los mismos enemigos cortamos y los arrojamos de nuestra tierra» (2). No por esto se desanimaron los piratas pues repitieron sus incursiones sin que nada pudiese atemorizarles: remontaban el Ulla, lo cual era en ellos habitual, y emprendían el camino en dirección a Santiago. El mismo Dozy, nos dice de los normandos: «formaban a la embocadura de los grandes rios establecimientos o estaciones que les sirviesen, para el caso de retirada, como punto de partida y depósito del botin» (3).

«Con esto — dice López Ferreiro — hizo imposible repoblar por entonces la ciudad de Tuy, y menos restaurar la Sede. Mas como aquella importante comarca no podía permanecer mucho tiempo sin pastor que la rigiese y administrase espiritualmente, Don Alfonso V convocó el año 1024 un concilio en que se tratase este punto, y se acordase lo que se creyese procedente, aunque fuera con carácter de interinidad. Reunióse el sínodo el 29 de Octubre del

---

(1) Vicetto, *opus. cit.*, Tomo IV, pág. 276.

(2) «Multas quidem ipsorum inimicorum cervices fregimus et eos de nostra terra ejecimus». Alfonso V, en el Diploma otorgado a Santiago en 1024. (Cfr. *España Sagrada*, Tomo XIX, pág. 391).

(3) Dozy, *Recherches sur l'Histoire et la Litterature de l'Espagne pendant le Moyen Age*.

referido año, a lo que parece en Santiago, y a él asistieron los obispos Jimeno de Astorga, Nuño de León, Vistruario de Compostela, Iñigo, cuya sede ignoramos, Adeganis de Oviedo y Pedro de Lugo, y varios condes y magnates de la corte. Lo que se acordó respecto de la de Tuy, fué unirla a la de Santiago, e incorporar con la compostelana la antigua diócesis tudense. Al rectificar el acuerdo del concilio, donó a Santiago el señorío de lo que quedaba de la antigua ciudad de Tuy con la Iglesia de San Bartolomé, que quedó en pie entre sus ruinas.

«No se detuvo aquí la liberalidad del piadoso monarca para con la iglesia del Patrón de España, sinó que añadió nuevas larguezas, además de la diócesis tudense. Dió la iglesia de San Pedro de Benevivere (Bembibre, cerca de Vigo); la de Santiago de Portelas, del otro lado del Miño; la de San Salvador de Rial, en el territorio de los Célticos, a orillas del Tambre; la de San Julián de Negreira con sus iglesias, sus colonos y todas sus demás pertenencias; y en el suburbio lucense, la de San Vicente de Spate. Añadió, finalmente, otra muy importante donación, la isla de Oneste, en las márgenes del Ulla, en la cual el mismo D. Alfonso V había hecho construir una ciudadela para cerrar el paso a las naves normandas que se enfilaban por dicho río, y eran una constante amenaza para la ciudad de Santiago (1).

Pero el azote normando continuó algún tiempo y aún había de repetirse mientras ocupó la silla compostelana el obispo Cresconio.

La *Historia Compostelana* también se refiere a esta invasión y nos dice que Cresconio, de familia nobilísima y sucesor de Vistruario, venció y exterminó a los normandos, levantando el castillo denominado Honesto (2). De todo lo cual escribe Vicenti, en un breve artículo:

---

(1) López Ferreiro, *Hist. de la Iglesia Compostelana etc.*, Tomo II, págs. 455 a 457.

(2) He aquí el texto de la *Campostelana*: «Cresconius igitur nobilissimo genere ortus, tantae nobilitatis lampade resplenduit,

«Contando con una nueva tentativa de parte de los enemigos de siempre, D. Cresconio había fortificado el río Ulla, levantando cerca de su desembocadura y sobre las ruinas de las aras de Augusto, el castillo «Honesto» cuyos escombros aún hoy dan albergue a los cuervos y pájaros marinos.

«Al llegar cerca de él la flota de los piratas chocó con las cadenas atravesadas de una a otra orilla. Saltaron a tierra según costumbre, los invasores pero antes de que pudiesen internarse salieron al encuentro el ejército del obispo a quien por medio de hogueras encendidas de montaña, se había anunciado el suceso desde el punto mismo en que la escuadra enemiga embocaba la sosegada ría de Arosa.

«Terrible fué la batalla. Los normandos cayeron uno a uno, y sus gallardas naves, armadas de tajantes espolones y cubiertas de listas de hierro, fueron entradas a saco y convertidas luego en luminarias de triunfo.

«A contar de aquel glorioso día, no solo Galicia, sino también las regiones occidentales de Europa, viéronse libres de la tremenda plaga, y los huesos de Carlo Magno — a quien en su último día había arrancado amargas lágrimas la primera visita de los hijos del Septentrión — pudieron dormir en paz en su sepulcro de Aix-la-Chapelle» (1).

Las últimas palabras de Vicenti tienen más de artísticas que de históricas. Todavía nos resta dedicar un capítulo a las invasiones del oleaje normando que no terminó por estas fechas sino en la segunda mitad del siglo XII.

---

quod suave militiae circumspecta strenuitate Normanos, qui hanc terram invaserant, funditus extinxit; et aedificiae murorum, turriumque ad muniendam Urbem Compostellae construxit. Cumque post consummationem huius ecclesiae S. Mariae, quam ipse. Deo opitulante fecit, iam instante eius vitae termino ad castellum Nonesti quod ad defensionem Christianitatis construxerat...» (*Historia Compostelana*, pág. 15).

(1) Alfredo Vicenti, *Galicia Diplomática*, Tomo II, n.º 33, 1.º de Marzo de 1884, artículo titulado «Los normandos en Galicia».

## VI—LAS ÚLTIMAS INVASIONES

La invasión de 1108.—Gelmírez; revueltas y traiciones; el «Iarl Hacon»; retirada de los Normandos.— Los Cruzados de 1189.— La gloria de Gelmírez y de Galicia.

Mucho de parecido con el incesante cambiar de la marea tienen las incursiones normandas: como ella se alzaron los normandos en oleaje espumoso sobre el acantilado de las costas, como el mar y en ola creciente arrasaron cuanto a su paso encontraron y, como ella, estrellados en el litoral volvieron día tras día a intentar escalar los muros de la Cristiandad. No se sabía cuando llegaba la incursión porque, como a la marea, el viento inchaba sus velas y la tormenta era el timón que conducía sus barcos sobre el volar de las tampestades. Así volvieron a poner sus pies en Galicia a principios del siglo XII.

En este siglo, se hicieron a la vela sesenta embarcaciones noruegas y, después de invernar en Normandía (1107) en las corte del hijo de Guillermo el Conquistador, se presentaron en Galicia la primavera de 1108 <sup>(1)</sup>, bajo el mando del wiking Sigurd <sup>(2)</sup>. No sabemos en que punto de Galicia desembarcaron, pues aquellas gentes que a si mismos se

---

(1) López Ferreiro fecha esta invasión en 1112, Cfr. *Hist. cit.*, Tomo III, pág. 159, nota (2).

(2) Muy famoso es el nombre Sigurd, entre los escandinavos. Sigurd o Sigfrido, en la mitología escandinava es Aquiles o el Rama de la Grecia y de la India. El wiking Sigurd, que vino a nuestras costas, había nacido en 1089. Muy niño fué proclamado rey de las Hébridas y de las Orcadas y, al morir su padre, fué nombrado rey de Noruega cuando tan solo contaba nueve años de edad. Muy joven emprendió un viaje a Tierra Santa que duró desde 1107 a 1110, entre cuyas fechas es preciso colocar sus luchas con los gallegos, objeto de este artículo. También peleó contra los portugueses y en el estrecho de Gibraltar (mejor «Jibraltar») consiguió vencer una escuadra de sarracenos. Ayudó en Jerusalén al rey Balduino I en la toma de la bíblica Sidón. Por fin, cansado de

decían «cruzados» llamaban «Jakobsland» o «Kakosland» (como dicen las sagas), esto es: «Tierra de Santiago» a lo que nosotros llamamos Galicia. Dice Dozy («Recherches...») que el gobernador de la tierra prometió al jefe normando provisiones para pasar el invierno, pero, habiendo quedado la promesa sin cumplir, Sigurd indignado se le apoderó del castillo y cargando sus naves de abundante botín hízose a la mar abandonando el litoral gallego.

Siendo obispo de Compostela el ilustre Gelmírez y en medio de sangrientas y vergonzosas revueltas, vino empeorar la situación una nueva invasión que Dozy fecha en 1111<sup>(1)</sup> y López Ferreiro en 1112<sup>(2)</sup>. Parece ser que esta vez vinieron llamados por dos próceres gallegos que los tomaron a sueldo cuando se dirigían los piratas de Inglaterra a Jerusalén. Eran los tales nobles Payo Godesteiz y Rabinato Núñez, que al verse amenazados por Gelmírez, que, obedeciendo a la Reina, iba a desposeerles de sus bienes, adoptaron tan desesperada decisión. Sobre esta incursión escribe López Ferreiro:

«Sospecha Dozy («Recherches sur l'Histoire et la Littérature de l'Espagne»; Leyde 1860; tomo I pág. 343 y siguientes), que los ingleses que en esta ocasión arribaron a las Costas de Galicia eran isleños de las Orcadas con su «iarl» (conde) Hacon Paalson. El cual, para hacer penitencia por la muerte alevosa que había dado a su primo Magno emprendió el viaje a Roma y a Jerusalén. Esta conjetura se hace más aceptable, si se tiene en cuenta que el arribo de los ingleses a Galicia no tuvo lugar en el año 1111, como, siguiendo a Flórez, supone el ilustre investigador de las antigüedades hispano-arábigas, sino en el siguiente. Lo que no parece verosímil es que toda la escuadra de

---

correrías y ambicionando, tan solo vivir pacíficamente se retiró a Noruega, después de ceder su escuadra al emperador de Constantinopla, donde murió el año 1130 a los 51 años de edad.

(<sup>1</sup>) Dozy, *Recherches ...*, Tomo I, pág. 343.

(<sup>2</sup>) López Ferreiro, *Hist. cit.*, Tomo III, pág. 384, nota (2).

Hacon estuviese reducida a los barcos que tomaron a sueldo Pelayo Gudesteiz y Rabinato Muñiz. Es más creíble que el «yarl» de las Orcadas siguiese su camino, y que para contentar a los rebeldes Gallegos destacase de su flota alguna nave» (1).

De gran fama y valor era el jefe de esta expedición el «yarl» de las islas Orcadas, Hacon Paalson, hijo de Pablo, el cual—contra la opinión de López Ferreiro—pasa por ser no solo el jefe de la incursión sino también de los que aquí desembarcaron. «La Compostelana» (2) nos informa que los piratas, «nullius pietatis condita», nada dejaron a salvo procurando tan solo juntar dinero, saqueando las iglesias y aún cautivando a cuantas persona caían en sus manos (3).

Valiente y decidido el obispo Gelmírez, anima a los de Iria, los cuales unidos con los marineros del puerto de Lanza se dirigieron al Castillo de San Payo (Pelayo) de Lugo. Desde allí observaron que en la orilla de la ria de Vigo estaba una embarcación pirata cargando cuanto habían robado en una iglesia que habían destruido. Irienses y lanciatenses, acometieron a la nave enemiga con piedras y dardos logrando abordarla juntamente con otras dos que habían acudido en auxilio de la primera, enviados por los dos nobles traidores. Nada pudo oponerse al empuje de los hombres de Gelmírez que se presentaron con numerosos prisioneros. Piadoso y compasivo aquel ilustre prelado

---

(1) La alianza y traición de los nuestros con los piratas no era cosa inaudita. Don Diego Pelaez, obispo de Compostela fué acusado y preso por el rey Alfonso VI, según dice la *Compostelana*, por el siguiente y falso motivo: «Quidam enim ejus inimici invidiae zelo dixerunt, quod Galliciae regnum prodere Regi Anglorum et Nortmanorum, et auferre Regi Hispanorum satageret: quod circumquaque vulgatum, utrum verum fuerit. an non, non est modo nostrae materiae» (Lib. II, Cap. II). Por lo cual sabemos que se acusó al obispo de pretender entregar el reino de Galicia al Rey de los ingleses y de los normandos.

(2) López Ferreiro, *Hist. cit.*, Tomo III, pág. 384, nota (2).

(3) *Hist. Compostelana*, Lib. I, Cap. LXXVI.



suplicó a los suyos: «Ya sabeis, hermanos míos, que el quinto del botín me pertenece; renuncio a él si me entregais los prisioneros». Accedieron los nuestros a la petición del compasivo obispo y Gelmírez púsolos a todos en libertad después de hacerles jurar que no volverían a invadir en lo sucesivo ninguna tierra de cristianos (1). M. Dozy nos dice que no sabe que rumbo tomaron después los piratas; si permanecieron en Galicia o si marcharon a Tierra Santa, como tenían proyectado.

Galicia fué el último territorio de Europa que sacudió el azote normando; desde fines del siglo XI el litoral atlántico se vió libre de las incursiones de los piratas, y Galicia todavía en 1152 vió sus tierras pisadas por un número considerable de normandos bajo el mando del intrépido Ronald.

Y tan moteado está el siglo XII, en Galicia, de incursiones piratescas que, ya al final, en 1189, todavía bajaron por la franja del Atlántico de diez a doce mil cruzados de Frisia y de Dinamarca embarcados en sesenta naves. Uno de sus jefes era el sobrino del Rey de Dinamarca Knud. Como otras veces, iban en plan de cruzados con rumbo a Tierra Santa, pero al tocar en nuestras costas no quisieron seguir de largo, sin antes visitar el supulcro del Apóstol de Galicia. No bien desembarcaron corrió el temor y alarma por toda Galicia, volando con el miedo la noticia de que aquellos cruzadores pretendían robar la cabeza del Apóstol. Vencidos y derrotados viéronse precisados a reembarcar, siguiendo su viaje de cruzados (2).

Verdad es que esta cruzada no puede llamarse propiamente invasión, pero Galicia es en el siglo XII — y ya desde

(1) *Hist. Compostelana*, Lib. I, Cap. LXXVI.

(2) No obstante buscaron abrigo en le Tajo y aún ayudaron a D. Sancho de Portugal para ganar a los moros la ciudad de Silves en Al ghar.

*Anales del monje Godofredo* (Fregeri, Rer. Germ. Scrip. curante Struvia, Argentor) 1717, Tomo I, pág. 351.

*Cronicón Turonense* (Martene, Ampliss. Collec.), vol. 5, pág. 1032, Rudolfo de Diceto, *Imag. Hist.*, págs. 640 y 646.

sus comienzos — la más azotada de piratas que, en masa abigarrada, y procedentes de lejanos países y aún de la misma España venían a saquear nuestras costas. Como dato documental y terminación de este artículo, copiamos lo que a este propósito nos dice la «Compostelana», refiriéndose al año 1115 (1):

«En este tiempo, los Hispalenses, los Saltenses, los Castellenses, los Salvienses, los Lisbonenses y todos los demás sarracenos que habitaban cerca de la costas, desde Sevilla hasta Coimbra, se acostumbraron a construir naves y lanzarse en ellas al mar, bien armados, devastando y asolando toda la region marítima desde Coimbra hasta los Pirineos, a saber: Oporto, Morrazo, Salnés, Postmarcos, Entines, Nemancos, Soneira, Seaya, Bergantiños, Cendos, Pruzos, Besoucos, Trasancos, Vivero, Ribadeo, Navia y los demás puertos de Asturias y de la tierra de Santa Juliana. En las costas de Galicia se hallaban apoderados de las islas de de «Flamia», de Ons, de Sálvora, de Arosa, de Quebra y del monte Louro, cerca de Muros. Allí se rehacían y descansaban, cuando era necesario, y reparaban las averías de sus naves; y desde allí ya por sorpresa, ya a cara descubierta, asaltaban las costas vecinas, echaban al suelo las iglesias, arrasaban los altares, incendiaban los palacios de los señores, las casas de campo y las chozas de los pobres, cortaban los árboles, mataban los ganados y se llevaban de ellos para sus naves lo que les hacía menester, y a todos cuantos encontraban, varones, mujeres y niños, les daban muerte o llevaban cautivos (2). Así cautivaron a dos muy nobles y poderosos caballeros Fernando Arias y Mendo Díaz, los cuales para redimirse tuvieron que entregar sesenta cautivos de la clase de siervos. A tanto llegó la audacia de los piratas, que en varias ocasiones plantaron sus tiendas en tierra firme, para poder con mayor facilidad hacer sus correrías y rapiñas. Los labradores que vivían cerca del Océano, veíanse, por

---

(1) Lib. I, Cap. CIII.

(2) Cfr. López Ferreiro, *Hist. cit.*, Tomo III, págs. 438 y 439.

tanto, obligados al mediar la Primavera, a retirarse tierra adentro ó a guarecerse en cavernas con cuanto poseían.

Gloria del siglo XII español es Diego Gelmírez, primer arzobispo de Santiago. En el tema que nos ocupa, a él se debe la construcción de los famosos birremes que, tripulados por doscientos gallegos, fueron en 1115 a buscar al enemigo en su propia casa donde quemaron casas y mezquitas, asolando y matando cuanto a su paso encontraron. Vuelta así la oración por pasiva, hicieron gran escarmiento en los piratas sarracenos los cuales si bien volvieron en busca de represalias, el animoso Gelmírez los barrió para siempre. Debido a tan gran acierto del Obispo compostelano, algunos historiadores consideran a Gelmírez como el restaurador de la marina militar en los Estados cristianos de la Península (1).

Y gloria de nuestra Patria y de Galicia es que los Normandos, vencedores en mil combates, dueños de los mares y que llegaron a dar el nombre de Normandía a una parte de Francia, no hayan podido establecerse en la cabeza más septentrional de la Península Ibérica. Es que, unido al valor de los gallegos, vigilaba el Apóstol en la penumbra de Compostela por la integridad territorial de España y por la suerte de las oleadas cristianas que de todo el orbe venían a visitar su sepulcro llenas de fé y temblantes de emoción como el «camino de estrellas» que alumbraba su devoción y su piedad.

#### E P Í L O G O

Hemos terminado nuestro ensayo. Los ojos del alma siguen alertantes, soñando con las claras noches y los misteriosos fiords de las costas escandinavas. Allá van los normandos acompañados de más de cien mujeres ayudar a Rad-holf, fundador del ducado de Normandía; otro medio ciento de «virgenes del mar» se dirigen bajo el mando de

---

(1) Véase Manuel Murguía, «D. Diego Gelmírez», Coruña, 1898, pág. 187.

una reina para pelear bajo los altos muros de París en la empresa de Germón: que también las mujeres normandas viven del mar y de la aventura... por algo elegían por esposo al valiente guerrero que las sobrepujase en el combate y las venciera.

Hemos terminado nuestro ensayo — como repetirían los Eddas de Escandinavia — de cada peña del Cantábrico y tras las olas del Atlántico parece surgir amenazadora la tea incendiaria y la «Francisca» amenazadora, y es que todavía en Vigo y en La Coruña, en la paz de Compostela y en los hitos fronterizos de Ribadeo y de Viveiro, la tradición y la leyenda dejaron en los marcos del medioevo lauros y recuerdos del pirata y aún cantos y poesías:

« . . . . .  
 «Los hérulos! Su faz verdosa aterra.  
 Son los temidos lobos de los mares  
 Que vienen a buscar a vuestra tierra  
 No lauros ni trofeos militares:  
 No la gloria obtenida en franca guerra...  
 Llevar codician ellos a sus lares;  
 Por la traición menguada, arteramente  
 Del pirata, el botín tan solamente...  
 Y huyeron, sí, ante vuestro empuje rudo  
 Sin la soñada carga de joyeles,  
 Como de vendaval fuerte sañudo,  
 Y embarcando de nuevo en sus bajeles  
 El ejército aquel, de espanto mudo,  
 Tuvo en vez de acampar en los verjeles  
 De tus vegas feraces, deliciosas,  
 Que tornar a sus playas nebulosas.  
 Los normandos también! Y nuevamente  
 Lució el potente sol de la victoria  
 Para la Patria, y ¿cómo no, si al frente  
 Como heraldos de egregia ejecutoria  
 Los vivarienses iban? Audazmente  
 Conquistando trofeos de alta gloria  
 Con su fé, su entusiasmo, su pericia  
 Y su amor, ayudaron a Galicia!

. . . . . » (1)

---

(1) De la poesía *Viveiro*, por Dolores Sánchez Granado.

Interesantísimo sería un estudio documental y voluminoso de las invasiones normandas en Galicia. El camino es áspero y cansino por escasez de datos: los analistas de Normandía apenas nos dan noticias de los piratas normandos porque, como há dicho Benito de Sainte-Maur:

« Kar qu'il firent n'ou il alèrent  
Ne savoir o ù il s'arrestèrent  
N'ai a dire, Kar n'afiert mie  
Al estoire de Normandia » (1).

Pero si no importa a la historia de Normandía lo que los wikings hicieron ni adonde llegaron; importa «muy mucho» a nosotros ya que de Galicia llevaron muchas veces, no solo el recuerdo, sino el modelo para sus tumbas que ya no fué el barco enterrado en los arenales de la playa solitaria, sino la iglesia mística... Si a las historias de Normandía no interesa a donde fueron los piratas de Escandinavia, las iglesias del litoral europeo no podrán olvidar la plegaria ferviente que colgaron de sus letanías:

« Del furor de los Normandos, libranos Señor ».  
« A furore Normanorum, libera nos Domine »

HENRIQUE CHAO ESPINA

## APÉNDICE DOCUMENTAL

N.º 1

*Monasterii S. Eulaliae de Curtis, restauratio, per Episcopum Iriensem Petrum: circa annum 995.*

«In nomine sanctae et individuae Trinitatis S. A. Multis

---

(1) «Porque lo que ellos hicieron, a donde fueron, ni saber a donde llegaron, no hay para decirlo, porque ello no importa nada a la historia de Normandía».

quidem est scitum, et non à paucis manet declaratum, quoniam Ecclesia vocabulo Sanctae Eulaliae Virginis quae est sita in Villa jacenti in territorio de Curtis fundata a Placentio bisavo Martini cujus filius est Petrus Episcopus, apprehendit eam ipse Placentius cum omnibus hereditatibus suis, quorum longum est scribere, et per terminos suos, qui praesentes parent, obtinuit per prolixum tempus. Creavit tam de pro genie sua quam et de aliena multos sacerdotes et Levitas et Abbatum non minimam congregationem, quae ibi ipsam terram et vastaverunt sic ipsam Ecclesiam, sicut et alias convicinas ejusdem, sicut et Sacerdotes sui captivitate ducti; et gladio traciduti fuerunt, ipsas que scripturas ipsius Ecclesiae de ignibus concremaverunt usquequo non remansit ibidem non petrae ignibus ustulatae. Remansit autem ab ipso incendio Martinus confessor, nepos ipsius Placentii, cum filiis suis Adelphio Presbytero et Petrus Episcopus...»

(Flórez: *España Sagrada*, T. XIX, *Apéndices*)

N.º 2.

«Lucenses tam de statu Ecclesiastico, quam Laicali, atque Hermenegildus Episcopus mutuo spondet se apud Lucum habituros in ejusdem Civitatis adversus Lothomanos defensionem.

«Nos omnes, qui sumus habitantes in sub Urbe Civitatis Lucensis, tam Abbates, Presbiteros & Laicos, qui debitum habemus servire ad Sedem Dominae Mariae de minimo usque ad maximum, pactum, vel placitum facimus vobis Patri Domino Hermenegildo Episcopo (*sic*), sive nos Monachos ipsius Sedis, & Infanzones; qui vestros Comitatos obtinemus, ut ab hac hodierno die, & tempore, qui est ipsas kalendas Novembris, veniamus omnes strenue ad ipsam Civitatem ad habitandum, & faciamus nostras casas, in quo reponamus ganatum & nostrum atonitum, & simus ibidem habitantes, & dimicantes contra sevientem gentem Lothomanorum, & ipso die venientem S. Martini demus vobis ipsas

casas constructas, & nos intus cum omnibus nostris rebus perpetim habitantes & qui ex nobis hunc placitum irrumpere ausus fuerit, qui tenuerit vestram mandationem perdat illam absque mora, & insuper pariat solidos centum; & qui dignus fuerit, de vestro dato accipiat illam. Qui vero de minori gradu fuerit, & hunc placitum exesserit, carest omnem, facultatem, ipsam, & domum ejus igne cremetur; hereditas vero illius detur a vobis, cui volueratis & insuper flagellis verberetur. Ego vero Hermenegildus Episcopus spondeo vobis, ut sim ibi habitantem vobiscum cum omnibus gentis meae qui mihi fuerint karissimi, & fideles amici, & cum omnibus confinitimis, & familiaribus meis, qui mihi adherunt, & meis jussionibus parent, ut communis nobis famuletur vita et mora & mors & pariter simus Deo servientes; & Paganorum aciem resistentes. Et si quod absit, vobis fuero mentitus. sim vobis exterrem sicut Ethnicas, & publicamus, & charitati, & benevolentia vestras sicut mercenarius comissa desereus gregem, qui fesus inde, & Genitrici ejus numquam ero mentitus Ecclesiae Dei, & filios Beatae Mariae».

(Risco: *España Sagrada*, T. XL, págs. 403 y 404)

N.º 3

« . . . . . »  
 «Transactoque multo tempore cum Pontificibus, Comitibus atque omnibus Magnatis Palatii quorum facta est turba non modica, tractavimus ut ordinarem per unasque Sedes Episcopos, sicut canonica sententia docet. Cum autem vidimus ipsam Sedem (Tudensem) dirutam, sordibusque contaminatam et ab Episcopali ordine ejectam, necessarium duximus et bene providimus, ut esset coniuncta Apostolicae Aulae, cuius erat provincia; et sicut providimus, ita concedimus... parti sci. Apostoli ut ibi maneat per saecula cuncta . . . . . »

(Flórez: *España Sagrada*, T. XIX, Apéndices)

## BIBLIOGRAFÍA

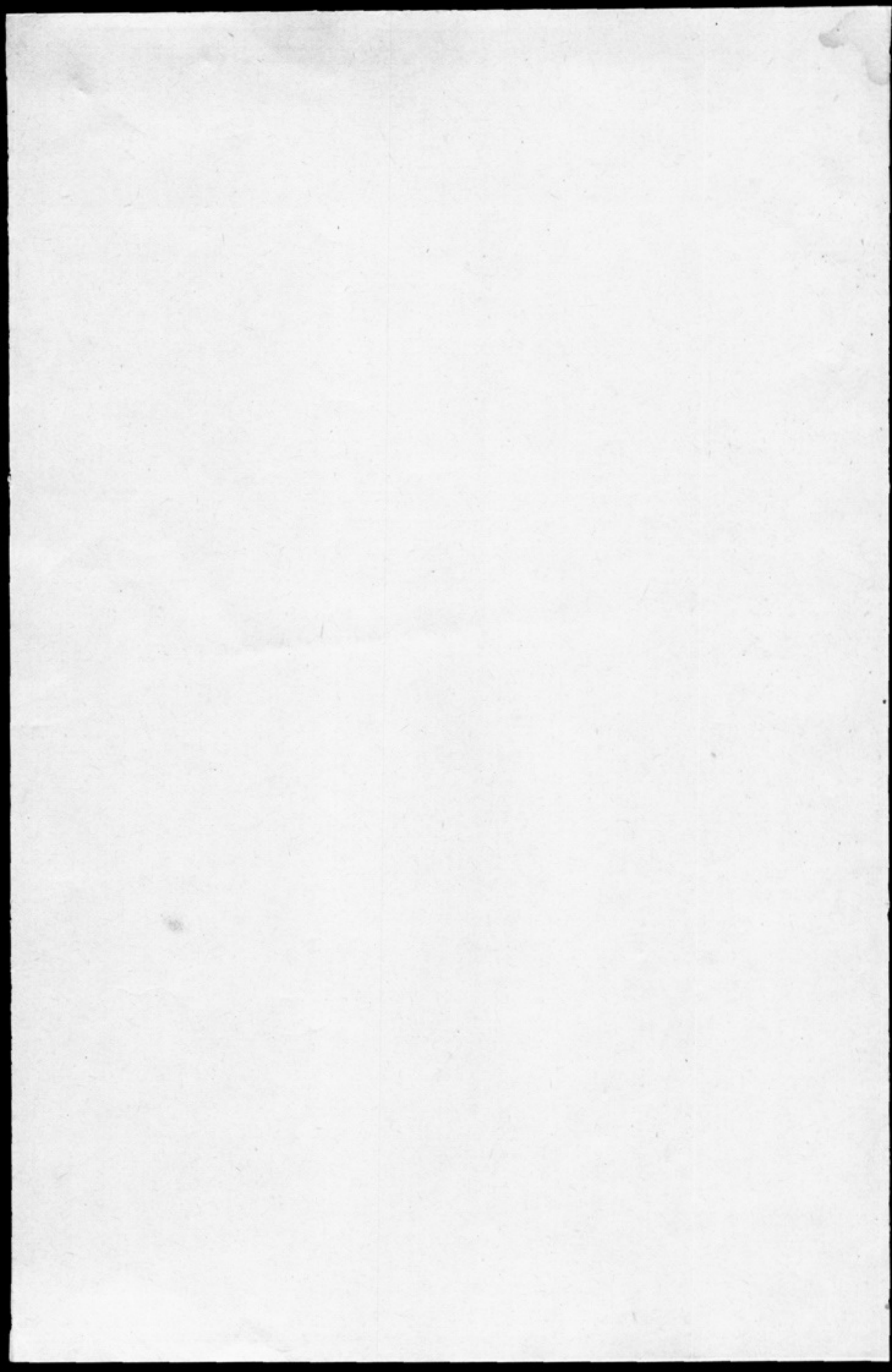
- ANDERSSON — *Mythologie scandinave* (Traducción francesa de Julio Leclercq, París, 1886).
- Anales del Monje Godofredo* — (Fregeri, Rer. Germ. Scrip. curante Struria, Argentor, 1717, Tomo, 1).
- Historia Compostelana*.
- ARGAIZ — *Teatro de Mondoñedo*.
- BALLESTEROS Y BERETTA — *Historia de España y su influencia en la Historia Universal*, Tomo II.
- BARLOW — *History of the Normans in South Europe*, (Londres 1886).
- BEAUVAIS — *La Norambegue*, (Bruselas, 1880).
- BÜHMER — *Prehistorie naval architecture of the north of Europe*, (Washington, 1894).
- BROMY-LITROOW — *Die Marine*, (3.<sup>a</sup> edic., Viena, 1877).
- CARRE, Aldao Eugenio — *Geografía General del Reino de Galicia*, dirig. por F. Carreras y Gandi. Prov. de La Coruña, T. II.
- DE FOLIN — *Bateaux et navires* (París, 1892).
- DEPPING — *Histoire des expéditions maritimes des Nordmands et leur établissements en France au X.<sup>e</sup> siècle* (2.<sup>a</sup> edic., París, 1843).
- DES ROCHES — *Hist. de Dinamar*.
- DICETO, Rudolfo de — *Imag. Hist.*
- DOZY — *Les Normands en Espagne*, 3.<sup>a</sup> edic. aumentada.
- *Recherches sur l'Histoire et la Litterature de l'Espagne pendant le Moyen Age*, 2.<sup>a</sup> edic. (Leyden, 1860).
- DU SEIN, A. — *Histoire de la Marine de tous les peuples* (París, 1879).
- LOT F. — *La Grande Invasión Normanda de 856-862* («Bibliothèque de l'Ecole des Chartes», T. 69, París, 1908).
- FLÓREZ — *España Sagrada*.
- FORMANNE — *Sogur-Knythi nga*, Tomo XI.
- FRAZER — *The golden bough*.
- FULGOSIO, Fernando — *Crónica de la Provincia de La Coruña*, (Madrid, 1865).
- *Crónica de la Provincia de Orense* (Madrid, 1866).
- *Crónica de la Provincia de Pontevedra* (Madrid, 1867).
- (Todas las tres Crónicas en la *Geografía General del Reino de Galicia*, dirigida por F. Carreras y Gandi).



- GANDARA — *Triunfos eclesiásticos*, T. 2, lib. 9, Cap. 18.
- ISAAC, Jules — V. MALET, Albert.
- Cronicón Iriense*.
- JUMIEGES, Guillaume de — *Histoire des Normands*, dédiée à Guillaume le Conquérant.
- KRISTOFFER, Fabricius Adam — *La première invasion des normands dans l'Espagne musulmane en 844*. Mémoire destiné à la 10.<sup>me</sup> session du Congr. intern. des Orientalistes, Lisboa, 1829.
- KRUSE — *Chronicon Nortmannorum, inde ab a 777 usque ad 879 ad verbum ex Franciis, Anglosaxonis, Hibernicis, Scandinavicis, Slavicis, Serbicis, Bilgaricis, Arabis, et Byzantinis annalibus reeditum* (Hamburgo y Gota 1851).
- KUNIK — *Die bernfung der Swedischen Rodsen durch die Finen und Slawen* (San Petersburgo, 1845).
- KYNTHI nga saga, en las *Formanne Sagur*, T. IX.
- LAFUENTE, Modesto — *Historia General de España*, T. III (Madrid, 1850).
- LOPEZ FERREIRO, Antonio — *Historia de la Santa A. M. Iglesia de Santiago de Compostela* (Santiago, 1899).
- *Biografía de San Rosendo* (Mondoñedo, 1907).
- MACIAS, Marcelo — *Aportaciones a la Historia de Galicia* (Madrid, 1929).
- MALET, Albert — *Le Moyen Age jusqu'à la Guerre de Cent Ans*.
- MARNIER — *Chants populaires de Nord* (Paris, 1842).
- MAURER — *Norwegens Schenkung an den heil Olaf* (Munich, 1877).
- MIGNE — *Patrología latina*, Tomo CXLI.
- MONJE DE SILOS — *Chronica*.
- Monumentos antiguos de la Iglesia Compostelana*.
- MOOYER — *Die Einfälle der Normnen in die pyrenaische Halbinsel. Eine grosztentheils aus dem Danischen übersetzte Zusammenstellung der darüber vorhandenen Nachrichten* (Munster et Minden, 1844).
- MORAYTA, Miguel — *Historia General de España desde los tiempos prehistóricos hasta nuestros días* (T. I, 3.<sup>a</sup> ed.).
- MURGUÍA, Manuel — *Galicia, Historia de Galicia, Don Diego Gelmirez* (Coruña, 1898).
- NECKEL, Gustavo — *Die Altnordischen Literatur* (Leipzig, 1923).
- OTERO PEDRAYO, Ramón — *Ensayo histórico sobre la cultura gallega* (Biblioteca Murguía II; «Nós», Santiago).
- RISCO — *España Sagrada* (continuación de la obra de Flórez).
- S. PHILLPOTTS, Berta — *Edda and Saga* (Londres, 1931).
- SAMPIRO — *Cronicón*.
- SCHONFIELD, W. B. — *Englisch literature from the Norman conquest to Chaucer* (Londres, 1906).
- SEGUIN, Padre Pascasio de — *Hist. Gen. del reino de Galicia*, T. I.
- STEENSTRUP — *Normannerne* (Copenhague, 1876-82).

## ÍNDICE POR ARTIGOS

	Págs.
<i>Acoplamento de vectores. Cálculo de integraes</i> por JOSÉ ALBERTO DA GAMA FERNANDES DE CARVALHO ... ..	1
<i>Sonnets et Chansons</i> , por CAMPOS DE FIGUEIREDO ... ..	107
<i>En marge de «l'eloge de la main»</i> , por EMILE SCHAUB-KOCH	171
<i>Los normandos en Galicia</i> , por HENRIQUE CHAO ESPINA ...	209



## ÍNDICE POR AUTORES

	Págs.
CAMPOS DE FIGUEIREDO — <i>Sonnets et Chansons</i> ... ..	107
EMILE SCHAUB-KOCH — <i>En marge de «l'eloge de la mais»</i> ...	171
HENRIQUE CHAO ESPINA — <i>Los normandos en Galicia</i> ... ..	209
JOSÉ ALBERTO DA GAMA FERNANDES DE CARVALHO — <i>Aco- plamento de vectores. Cálculo de integraís</i> ... ..	1

