Geometria pratica.

Liuro primeiro da Geometria pratica.

Necessaria para à intelligençia da especulatiua, Principio das mais desciplinas Mathematicas, e Archi
tectonica, e Militares.

Cap.º 1.º

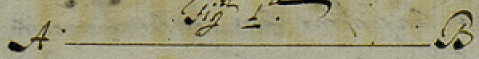
Das espesias da quantidade, e Angulos.

Defirição 1.ª

Ponto he aquelle q̃ imaginão matthematicamte nao tem partes alguãs, e daqui vem, nao ser posivel devidir-se o ponto.

2.ª Linha he hua longitud q̃ carece de latitud, e consequentemte de profundidade. Esta he devisivel, segdo a longitud, e indivisivel segdo a latitud, ou profundidade, como se ve na linha A.B, q̃ he devisivel ao comprido; e nao ao largo ou profundo,

Fig.ª 1.ª



porq̃ imaginão os Matthematicos, ser o vestigio ou transito q̃ o pto A, fes mudandose athe o pto B, em q̃ parou; e como o pto A por, nao ter partes, nao tivesse largura, nem profundidade, nace daqui, ficar a linha tambem, sem largura nem profundidade. He esta a 1.ª espesie da quantidade.

3. Os termos ou fins da linha sao dous pontos, como o ponto A, e o ponto B.

4. Linha recta he aquela, q̃ igualmte jas, entre seus pontos: quero diser q̃ nenhum pto se afasta do caminho direito, p.a hua, ou outra pte. Outros definem ser a linha recta, o mais breve

caminho de hum ponto a outro ponto, como se ve na fig.ª na

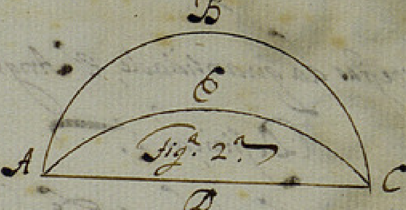


Fig.ª 2.ª

qual a linha recta se representa pella linha A D C, q̃ he o mais breve caminho de A, athe C; do q̃ indo pella linha A E C, ou pella linha A B C, q̃ saõ linhas de mayor longitud, por serem curvas ou circulares, das quais trataremos em seu lugar.

5. Superficie, he aquella q̃ tem longitud, e latitud, e segundo ambas, he devisivel, e naõ tem profundidade, e portanto se deve considerar, com o entendimento, por naõ haver superficie fora de corpo; desta compara Proclo, a sombra dos corpos, ou Luz, porq̃ dando na superficie de qualquer corpo fica tendo longitud, e latitud, sem profundidade. Esta he a seg.da especie da quantidade.

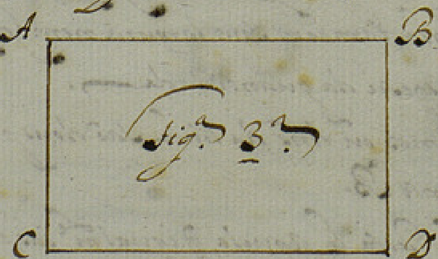


Fig.ª 3.ª

Os termos, ou extremos da superficie saõ linhas, como a linha A B, e a linha C D, ou A C, e B D, na superficie A B D C;

porq̃

porq̃ tambem se gerou de correr a linha AB desta atte a CD, formando nesta corrida os pontos extremos, A e B da linha AB as duas linhas AC, e BD, q̃ terminaõ a superficie por aquellas duas partes.

5. Corpo he o q̃ tem longitud, latitud, e profundidade; e se pode por qualquer destas devidir; tambem se imagina nacer de correr a superficie atravessadam.te, mudandose p.a outro plano como a superficie ABDC, no corpo ABGFEC, q̃ em parte mais alta se move p.a baxo athe o plano EFGH, ou p.lo contrario estando mais superior, ou se estando a superficie levantada qual DFGB, corre p.a hum lado mudandose ao lugar ACEH, ou p.lo contrario deste p.a outra p.te; daqui procede poderse devidir por qualquer p.te e he a 3.a espesie da quantidade.

Fig. 4.

6. Os extremos, ou termos do corpo saõ superficies como do corpo sobred.to saõ extremos as superficies, AB, DC, BD, FG, CD, FE, e as q̃ na fig.a se ocultaõ a vista, e se devem imaginar

serem AC, EH, AB, GH, EF, GH.

9. O Angulo plano rectilineo, he a inclinação de duas linhas rectas, juntas em hum p.to de algum plano, qual he o Angulo ABC.

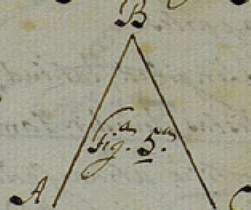


Fig.a 5.a

10. O Angulo mistilineo he aquelle que se forma, por huã linha curva, contra recta como ABC, ou DEF, que se clama por distinção de contingencia.

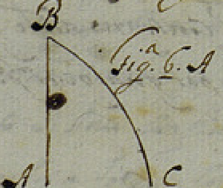


Fig.a 6. A

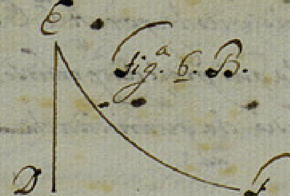


Fig.a 6. B.

11. O Angulo Curvilinio he aquelle que he formado por concorrerem em hum p.to duas linhas curvas, de tal sorte que fação Ang.o quero diser se se produsirem se crusarião, ou que tocandose logo se afastem; como se ve na fig.a ABC, e fig.a CDE que clamão por distinção, concavos, e convexos.

Fig.a 7. A.

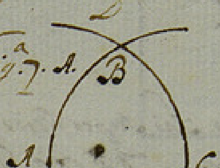
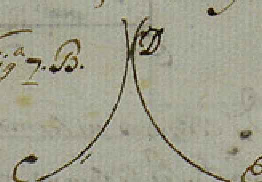


Fig.a 7. B.



Destes Ang.os e sobred.tos trataremos em seu lugar, e so aqui

nos

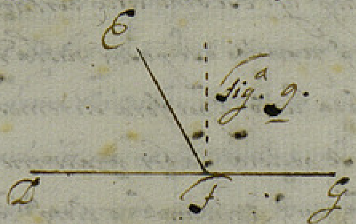
nos pertençem os Angºs planos rectilinios, os quais se devidem em 3 espesies, a saber, Angº recto, Angº obtuso, e Angº agudo.

12. Angº recto, he a inclinaçaõ de duas linhas a hum pᵗᵒ; quando cada huã cae na outra prependicular mᵗᵉ, ou a plumo: ou qᵈᵒ produsida huã dellas, ficarem os Angºs de huã, e outra parte (q̃ se disem deimpses) iguais entre si, como se ue no Angº A G H.

Figª 8.

adonde a linha A G, cae prependicular ou a plumo sobre, G H, ou uice versa produsida a linha G H, athe E, ficaõ os angºs A G H, e A G E iguais entre si ou ambos rectos.

13. Angº obtuso, he aquele q̃ he mayor q̃ recto, qual he o Angº E F G,



Figª 9.

e por tanto o outro E F D, he menor q̃ recto, e tanto menor qᵗᵒ he mayor o Angº obtuso E F G.

14. Angº agudo, he todo aquele q̃ he menor q̃ recto, como o Angº E F D, na mesma figª

Para

Para sabermos de algum Ang.º se he recto, obtuso, ou agudo, teremos a regra seg.te Lançaremos huã linha oposta ao tal Ang.º q̃ corte as linhas q̃ o comprehendem por qualquer p.te, como se vê na fig.ª E G H D, adonde o ang.º q̃ se quer inquirir se he recto, agudo, ou obtuso he o Ang.º E G H;

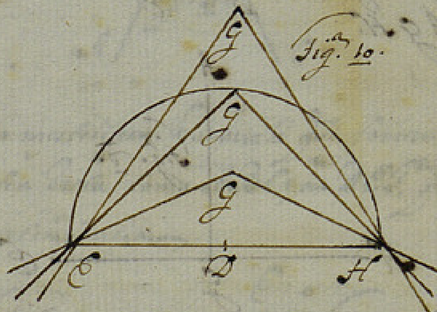


Fig.ª 10.

no qual lançando a linha de qualquer modo E D H, a q̃ chamaremos baze q̃ cortem as linhas E G, G H, q̃ formão o Ang.º E G H nos pontos E, e H, e desta linha se tome o p.to medio D. do d.to p.to descreveremos hum arco de circulo, p.los extremos E, H, p.ª a parte do d.º Ang.º G. e se o tal arco cortar as linhas G E; G H, será o d.º ang.º agudo; e se passar iusta m.te p.lo p.to G, em q̃ se forma o Ang.º, será recto. e por fora diremos ser obtuso.

O mesmo se poderá saber mais mecanica m.te, por via de huã esquadra, porq̃ aplicando o Ang.º recto della, ao q̃ queremos conhecer, se os lados q̃ o comprehendem, cahirem recta m.te nos da esquadra, será recto, e se hum dos lados da esquadra ajustandose com huã das linhas do Ang.º cahir a outra linha por dentro da esquadra, ou ambas dentro della

Sera

Será Agudo, e se huã ou ambas por fora da esquadra, será obtuso, com aduertencia, q̃ sempre o Ang.º da esquadra, se ponha no p.to Angular, do Ang.º q̃ se quer conhecer, o q̃ tudo se ue na fig.ª

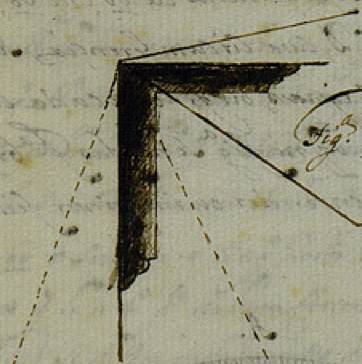
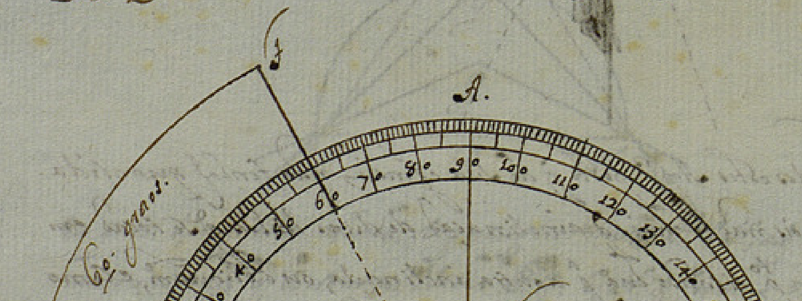


Fig.ª 11.

Todos estes Ang.os posto q̃ de sua esencia não tenhão quantidade pois não he mais q̃ a inclinação de duas linhas q̃ se tocão em hum p.to, ficando huã p.ª a outra inclinada, ou obliquam.e, e como esta posa ser, mais ou menos, tratarão os Mathematicos de buscarem algum meyo, por onde podesem medir, e conhecer a uariedade q̃ nelles notavão, e asi estes Ang.os se costumão nomear por graos; a saber q̃ o recto sempre será de 90 graos, q̃ he a 4.ª p.te de hum circulo. O obtuso, sempre será de mais de 90 graos. E pode ser de 90 Exclusiue p.ª sima athe 180. Exclusiue. e o agudo sempre será de menos de 90 graos. E p.ª mais clara inteligencia, se deue considerar q̃ toda a Periphèria, ou circumferencia, q̃ he a linha q̃ comprehende o circulo, seja grande ou pequeno, se deuide p.los Mathematicos, por conuenientes rezoins em 360 partes aq̃ chamão

graos,

graos, e cada hum destes graos, devidem em 60 partes aq̃ chamaõ minutos, e cada hum destes minutos, tornaõ a devidir em 60 segundos; cada seg.do em 60 terceiros, e asi naõ continuando em divisaõ sexaginaria de 60, em 60, como se ve no sirculo A B C D, cuia circumferencia A B C D, esta devidida em 360 p.tes iguais, ou graos, e cada hum se devidira em 60 minutos; oq̃ na fig.a se naõ fas p.la brevid.e do espaso, porem se deve entender ou imaginar feita a divisaõ.



Pois agora q̃ disemos, q̃ he de tantos graos, ou tantos graos e

mi-e minutos hum Angº quer diser q̃ descrevendo-se hum circulo do tal Angº como de centro, e cortando os lados q̃ o comprehendem, o Angº de tantos graos sera q̃tos tiver o arco do circulo q̃ cahir entre os dous lados q̃ o formaõ, como se ve na mesma figª na qual querendo saber o valor do Angº G H F, ponho o pe do compaso no Angº H, e a qualquer distancia descrevendo-se o arco, G F, q̃ corte os lados H G, e H F, e quantos graos tiver o dº arco G F de tantos diremos ser o Angº H q̃ na figª se mostra ser de 60 e sempre o Angº recto tem por arco q̃ o subtende 90 graos q̃ he a 4ª pte de hum circulo, como A C, ou A D. e por esta rezaõ se disem quadrantes q̃ hum 4º destes queremos significar q̃do falamos em quadrante.

15. Termo he aquillo q̃ he extremo, ou fim de alguã cousa; logo conforme esta definiçaõ saõ tres os termos, a saber, o ponto termo da linha, a linha termo da superficie, e a superficie termo do corpo, e como quer q̃ o corpo, tenha as tres dimensoins, isto he ser devisivel, segundo a longitud, latitud, e profundidade; naõ tem outra cousa q̃ poder terminar, esta advertencia se pudera colher das definiçoins atras das espesies da quantidade.

Capº 2º

Das linhas e figuras.

16. Linhas paralelas saõ aquellas q̃ correm igualmte distan-

distantes, por mais q̃ se estendaõ, p.ª huã, ou outra p.te; quais saõ as linhas AB, e CD.

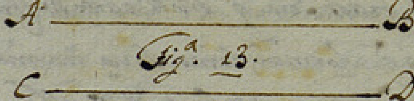


Fig.ª 13.

q̃ por mais q̃ se estendaõ infinitam.te sempre seraõ equidistantes.

17. Linha prependicular se dis aquela q̃ cahe aprumo sobre outra, fasendo com ella Ang.os rectos, como se ve na fig.ª GHFD.

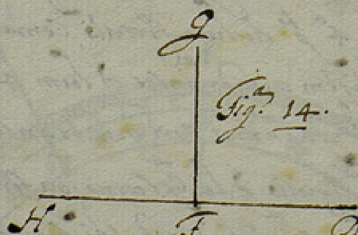
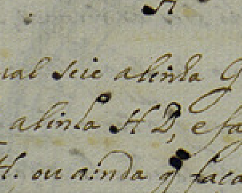


Fig.ª 14.

na qual se ve a linha GF aperpendicular, porq̃ cahe aprumo sobre a linha HD, e faser com ella os Ang.os rectos GFD. e GFH. ou ainda q̃ faça hum Ang.º som.te, se a linha DF, naõ for produsida athe H, como se pode imaginar na mesma figura.

18. Linha Diagonal he aquela, q̃ devide hum quadrado ou paralelo gramo p.r meio sendo lançada de hum Ang.º, a outro Ang.º oposto, qual he [illegible] nas fig.ª KDGF, alguns lhe chamaõ diametro.

Fig.ª 15. A.



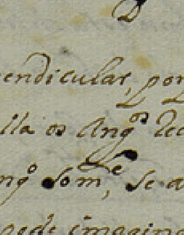


Fig.ª 15 B.

19. Linha Horisontal se dis aquela q̃ pasando p.los nosos pes, ou p.la vista, Corre paralela ao diametro do mundo, q̃ se termina na Circumferencia do Orisonte, Como se ue na fig.ª MDGF. donde se ue q̃ a linha AB, he Aorisontal paralela ao diametro do mundo DF.

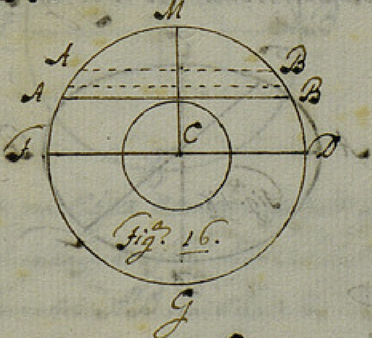
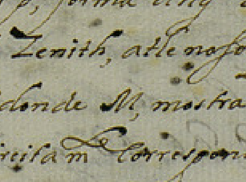


Fig.ª 16.

Tambem se define ser aquela linha, q̃ pasando por nosos pes, ou por outra qualquer p.te, forma Ang.os rectos, com a linha que cahe aprumo do noso Zenith, athe nosos pes, como a linha MC, na mesma fig.ª donde M, mostra mostra o Zenith, q̃ he o ponto noseo, q̃ direita m.te Corresponde, sobre nosa cabeça. E o p.to C do Contacto, na Circumferencia da terra ou mar, aesta clamad vertical. —

20. Linha Circular, he aquela q̃ aiuntando seus extremos, deu uolta a toda di hum p.to igual m.te distante dele, em todos os p.tos della, como se ue na fig.ª ABCD q̃ rodeia o p.to E por iguais distancias, AE, BE, CD, DE, e outras m.tas em infinito iguais entre si.

Fig.ª 17.



21. Linha Elyptica, he aquella q̃ não sendo igualm.te distante de seu Centro todos os diametros q̃ dentro della se lançarem (entendesse a superficie q̃ comprehende o Centro da Elypse) os partirá p.lo meyo; e cuja circumferencia não tem porção alguá propia de Circulo, tal he a fig.ª A B C D.

Fig.ª 18.

22. Linha Oval, tem a meyma propied.e de Elyptica, excepto q̃ a sua circumferencia he formada de 4 porsoins de dous circulos desiguaes como se vê na fig.ª A B C D; em q̃ he composta a linha de 4 arcos de Circulo, cada dous opostos, A B, e C D, B C, A D, iguaes entre si.

Fig.ª 19.

23. Linha diametral, ou diametro, he aquella q̃ no Circulo passa p.lo Centro delle, dividindoo em duas p.tes iguais, e se

ter-

termina na circumferencia, como a linha AB no circ.º ABTD: q̃ passa p.º Centro C e se termina na sua circumferencia nos pontos A e B.

Fig.ª 20.

O mesmo se entende na elipse ou ouado, excepto q̃ no circulo sem pre estes diametros saõ iguais, e nestas fig.as saõ desiguais, e assim por distinçaõ no diametro AB na elipse, ou CF no oual se chama diametro major, e CD ou GH se diz menor, os diametros CF ou DB se chamaõ intermedios. E notese de caminho q̃ a me tade de qualquer destas linhas ou a distancia da circumferencia athe o centro se diz ser o semediametro.

24. Linha parabolica he aquela q̃ ajuntando seus extremos naõ se deja o centro da fig.ª q̃ formaõ por iguais internalos, nem tem p.te alguas desinto, e so m.te o seu diametro menor se corta em o centro p.to meyo, e todos os mais desigualm.te como se ue na fig.ª BT DH: aquem eu so m.te chamaria oual p.la sua propria seme lhança.

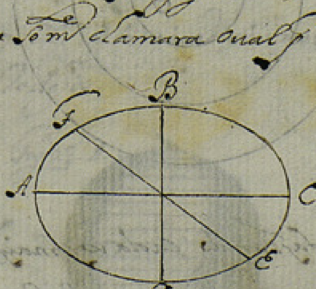
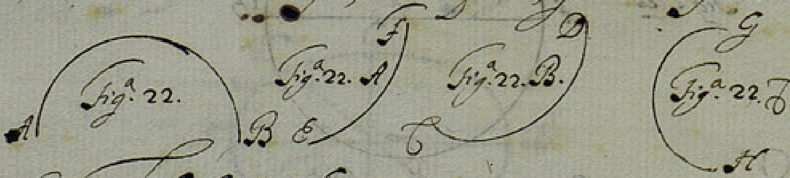


Fig.ª 21.

25. Linha curva he aquela q̃ corre em arco como AB. ou se he porção de circulo ou de Elipse, ou de parabolica; casi da qui tomará seu proprio nome: q̃ o de curva he generico em todos estes 4 sobre d.tos. Como AB linha curva ou circular, CD curva porção de oval, EF curva porção de Eliptica, GH curva parabolica.



26. Linha Espiral he aquela cujo ponto Extremo q̃ a forma, formando corre curva m.te de tal sorte q̃ se não ajuntou no ponto do plano donde sahira, e da qui tornou a dar outra volta sem ja mais se cruzar, ou ajuntar, em ponto adonde ja estivesse. se continuará a sua corrida. Esta linha commum.te chamão em caracol, e despois ha m.tas variedades, huas q̃ correm igualm.te distantes ou paralelas, como ABC.

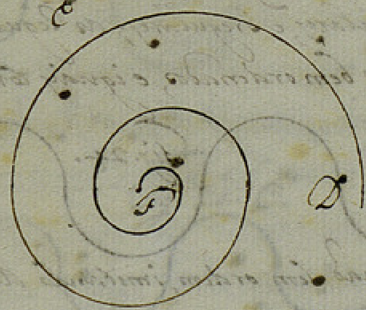
Fig.ª 23.

Outras q̃ se vão afastando cada vez mais, como as q̃ fas, o Sol com o movimento diurno, vindo dos tropicos ou solsticios

para

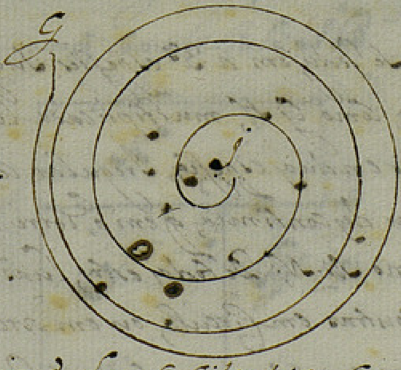
para a linha Equinocial, e se ue na espira, D E F.

Fig.a 23 A.



Outras q̃ senão cada ves mais aiuntando, como as q̃ fas o sol indo dos Equinocios ou linha, p.a os tropicos ou solstisios; como G H I.

Fig.a 23. B.



Outras em espira q̃ chamão Cylindrica como K L M, outras sphericas piramidas &c.a q̃ tomarão seu nome conforme a fig.a q̃ formão com seus rodeyos.

Fig.a 23 C.

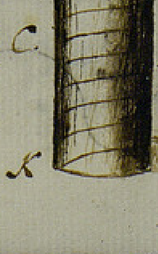


Fig.a 23. D.

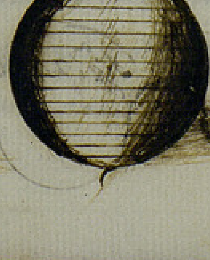
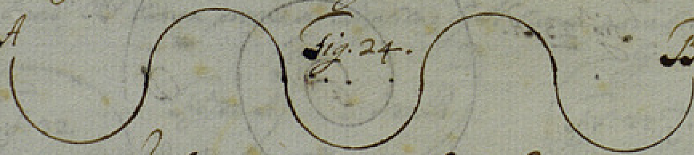


Fig.a 23 E.

Fig.a 23. F.

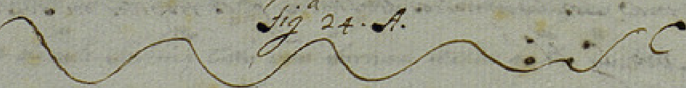
27. Linha tortuoza he aquela q̃ naõ correndo direita da muitas voltas a huã, e outra p.te e destas ha infinitas; todauia, se deuidem em Regulares, e Iregulares; as Regulares, saõ as q̃ se naõ seus rodejos bem ordenados, e iguais como a linha A.B.

A Fig. 24. B



As Iregulares naõ sem ordem, imitando aos Rios q̃ por isso se chamaõ alguns fluuica como D.C.

D Fig.ª 24. A. C



As Regulares, se redusem a 3.es espesies, Sucesiua, como E, F, Alternatiua, como G.H, multiplicada como I.L; a Ire gular se deuide em duas espesies, Iregular continua como D.C. e Iregular descontinua, q̃ em p.te corre irregular, e em p.te Regular, como M.N. De todas estas, huãs correm por hum Rumo direito, outras em Circulo, ou em arco, ou naõ dan do suas voltas em spira, mas todas se redusem nas sobred.tas especies.

Fig.ª 24. B.

E F

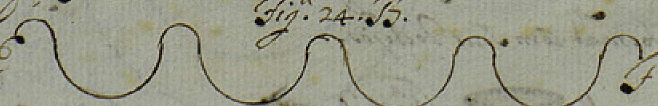


Fig.ª 24. C.

G H

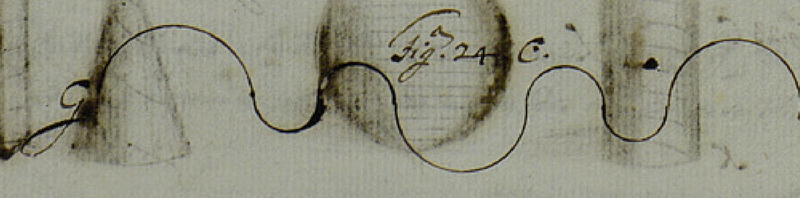


Fig.a 24. D.

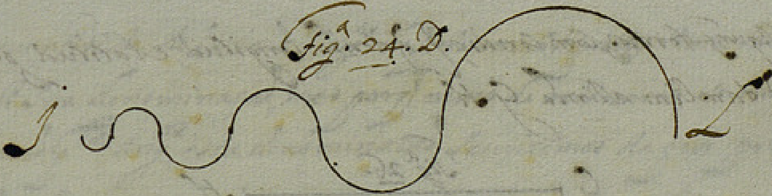


Fig.a 24. C.

28. Linha devidida seg.do a meya e extrema razaõ, se diz aquela, q' he devidida em tal p.to, q' o retang.o q' se fiser de toda a linha, e o menor segmento, sera igual ao quadrado do major segmento, como a linha AB

Fig.a 25.

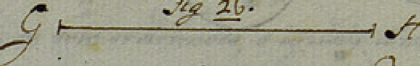
a qual esta devidida no p.to C, de tal modo q' o retang.o q' se fiser de AB, por BC tal como he K, he igual ao quadrado Y feito do segmento major AC. Outras sortes de linhas ha mas p.a mellor se explicarem, liraõ no fim deste Cap.o, por dependerem ia de figuras, e asim tratemos destas primeiro.

29. Figura he aquela q' se comprehende, debaxo de

al,

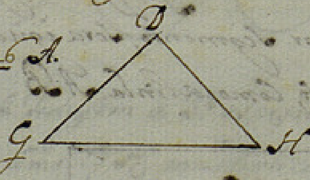
Alguns termos, com condiçoẽs, q̃ tenha longitud, e latitud, por
q̃ tambem a linha G H

Fig.ª 26.



Se comprehende com os dois p.tos G, e H, q̃ sao os termos della: to-
da via como nao tem latitud, como ja disemos na seg.da de-
finiçao se nao pode chamar fig.a Estas, se denominao de
lados ou ang.los de q̃ se compoem, porq̃ a de tres lados se diz
trilatera, ou triangula, por ter tres lados, e da mesma sor-
te tres ang.os como o triang.o G H D

Fig.ª 26 A.



E nunca nas fig.as de linhas rectas pode haver alguã q̃ tenha
menos de tres lados, porq̃ duas linhas rectas, nao fechao
superficie conforme Euclides, e por tanto nao podem faser
figura.

A de quatro lados, se dis quadrilatera, ou quadran
gula, como se ve na fig.a F D G H.

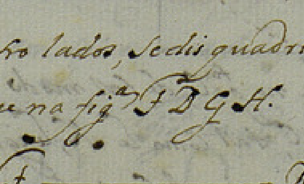


Fig.ª 27.

de quatro lados e quatro ang.os e asim por diante conforme

as

aquantidade de lados e Ang.os de q̃ forem compostas, tomando asi sua denominação, mas porq̃ mais de ordinario se nomeão pellos ang.os, esta denominação seguiremos daqui por, diante.

O triang.º se devide, em duas divisoins, hua tomada dos ang.os, outra dos lados, e conforme a cada hua se devidem em tres espesies. a saber conforme a denominação dos ang.os em triang.º rectang.º ou ortogonio; triang.º obtusang.º ou ambligonio; triang.º acutang.º ou oxigonio. q̃ segnificão o mesmo q̃ rectang.º obtusang.º e acutang.º

30. O triang.º rectang.º ou ortogonio, he aquelle q̃ tem hum ang.º recto, de tres q̃ nelle ha como se ve no triang.º H. K. L.

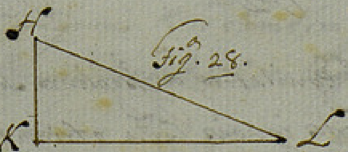


Fig.ª 28.

31. O triang.º obtusang.º ou ambligonio he o q̃ tem hum ang.º obtuso qual he o triang.º E G M; em q̃ he obtuso o ang.º G.

Fig.ª 29.

32. O triang.º acutang.º ou oxigonio, he o q̃ tem todos os, tres ang.os agudos como se ve no triang.º D O R; no qual não ha algum ang.º recto, nem obtuso, mas todos os tres agudos.

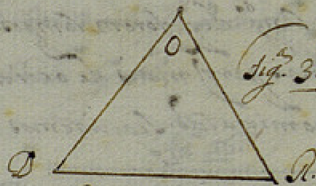


fig.ª 30.

Advirtase, q̃ nenhum triang.º pode ter mais q̃ hum ang.º recto em qualquer dos tres (delles), nem mais q̃ hum obtuso, e q̃ tiver algum recto nenhum dos outros dous pode ser obtuso, nem recto, ou p.lo contrario, o q̃ se prova pela proposiçaõ 32 do 1.º L.º de Euclid. porq̃ conforme della os tres Ang.os de qualquer triang.º saõ iguais á dous ang.os rectos.

A outra divisaõ denominada dos lados, he em triangulo equilatero, ou Isopleuro, em triang.º Isoceles, e em triang.º escaleno.

33. Triang.º equilatero, ou Isopleuro se dis aquelle q̃ tem todos os tres lados iguais como o triang.º K L P, e tendo os

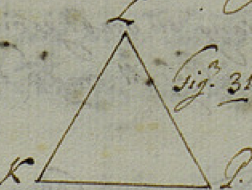


fig.ª 31.

tres lados iguaes tambem o seraõ os tres ang.os como se prova p.lo Corolario da proposiçaõ 5.ª do 1.º L.º de Euclid. e assim seraõ todos os tres ang.os agudos cada hum de 60 graos; e por tanto tambem a triang.º

34. Triang.º Isoceles he aquelle, q̃ tem dous lados iguaes e hum desigual, ora seja mayor, ora menor, como se ve em

cada

cada hum dos triang.os A B C, ou D E F, e daqui vem q os dois ang.os q estão sobre o 3.º lado desigual, são iguais entre si, conforme Euclides na 5.ª do 1.º L.º; por onde tambem pode ser acutiang.º como A B C, isoceles rectang.º como D E F, e isoceles obtusang.º como G H I.

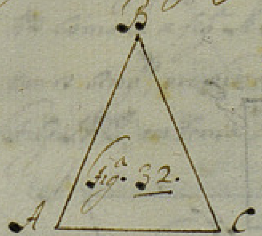


Fig.a 32.

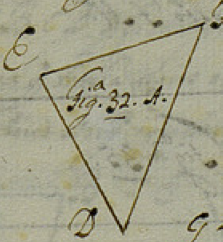


Fig.a 32. A.

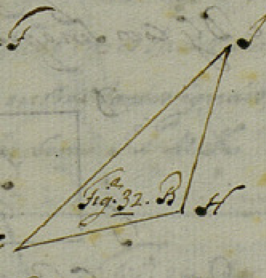


Fig.a 32. B.

35. O triang.º escaleno he aquelle q tem todos os tres lados desiguais como o triang.º A O P, e daqui vem q tambem os ang.os são entre si desiguais. Este tambem pode ser acutangulo como A O P, rectang.º como A B C, e obtusang.º como E F G.

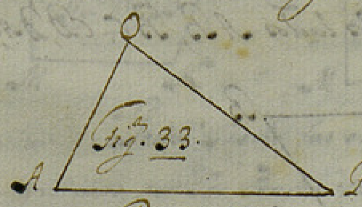


Fig.a 33.

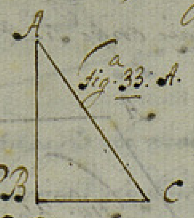


Fig.a 33. A.

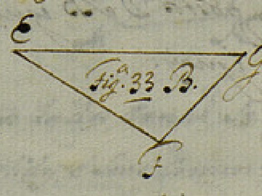


Fig.a 33. B.

36. Parallelogramo, he hua fig.a quadrilatera, da qual cada dois opostos lados são paralelos, e equidistantes; este se divide em quadrado, prolongado, rombo, e romboide.

37. O quadrado he hua fig.a de 4 lados iguais, e 4 angulos rectos como A B C D.

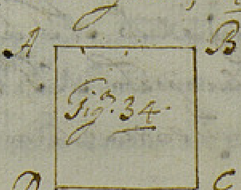


Fig.a 34.

38. Prolongado, ou paralelogramo Retang.º he hua fig.ª de quatro ang.os rectos, porem não tem os lados todos iguais, mas som.te o são cada dous opostos, como se ve, na fig.ª prolongada GDFH q̃ tem todos os ang.os rectos, porem não iguais todos os lados, porq.to DF he igual com GH, seu oposto, e DG com seu oposto FH.

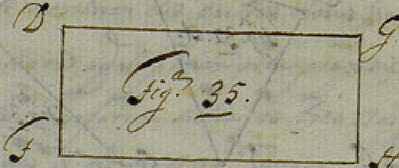


Fig.ª 35.

39. O Rombo he hua fig.ª de quatro lados iguais, porem nenhum dos ang.os q̃ tem he recto, mas cada dous opostos iguais entre si, como se ve na fig.ª ABCD, em q̃ o ang.º obtuso A he igual com o obtuso C seu oposto, e os agudos opostos D e B, iguais entre si; e os lados AB, BC, CD, DA, iguais.

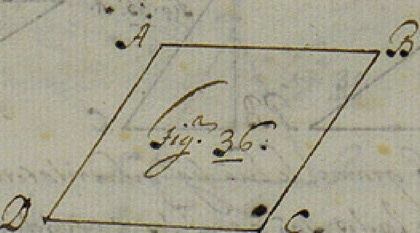
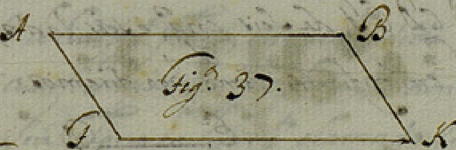
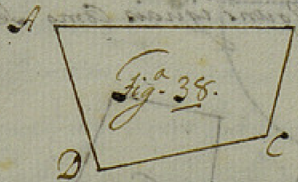


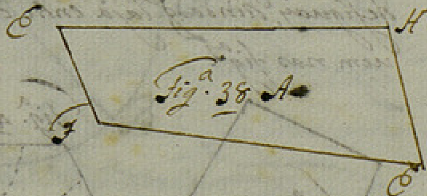
Fig.ª 36.

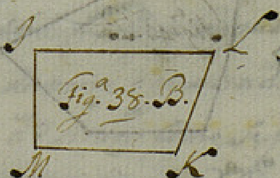
40. Romboide he aquela figura q̃ tem os lados, e os ang.os cada dois opostos entre si como na fig.ª AB, KF, em q̃ o lado AF he igual com o oposto BK, e AB, com o seu oposto KF. e os angulos A e K, opostos, e agudos iguais entre si; como tambem os obtusos opostos F e B.

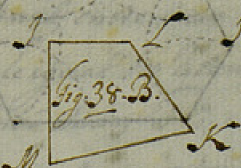


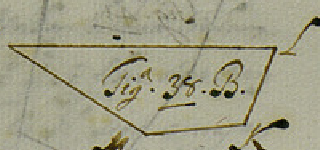
41. Trapesio, se dis qualquer outra fig.ª quadrilatera q̃ naõ tem alguã das condiçoins das fig.as quadrilateras, sobre d.tas como he a fig.ª A B C D, q̃ he desigual em os lados, e desigual em os ang.os ou ainda q̃ tenha dous outros lados iguais, como F G H E, ou tenha dous ang.os iguais, como I L M K.











Pedro Sardo, fas o trapesio de mais lados, o naõ seguimos, por ser contra a opiniaõ de Euclides, e seus comentadores, e asim naõ lhe devemos chamar trapesios, sendo de mais de 4 lados, mas polygonos irregulares, porq̃ polygono, quer dizer fig.ª de m.tos ang.os O polygono se devide em regular, e irregular.

42. Polygono regular he qualquer fig.ª de m.tos lados e ang.os entre si iguais, como a fig.ª A B C D E, de sinco lados e de sinco ang.os iguais, aquem chamaõ Pentagono, ou como

o.

o Polygono AB, CD E F, de seis ang.os e seis lados, entre si iguais; e assim se em infinito, como logo diremos.

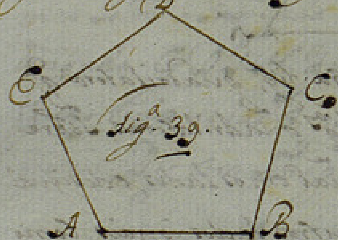


Fig.a 39.

Fig.a 40.

43. Polygono Irregular he a fig.a de m.tos ang.os, e de m.tos lados desiguais, ainda q. haja entre elles alguns iguais como se vem nas fig.as

Fig.a 41.

Fig.a 41. A.

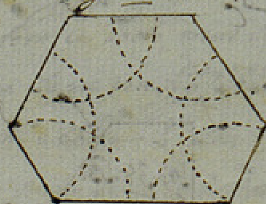


Fig.a 41. B.

Advirta-se de caminho q. pode haver alguns q. tenhão todos os ang.os iguais, e desiguais ou em todos, ou em p.te nos lados, ou estes iguais em os ang.os em todos ou em p.te, e tambem desiguais como se vem nas fig.as sobred.as

44. Pentagono he hua fig.a de sinco lados e sinco angulos iguais, q. se representou na fig.a 39. Exagono, he a q. tem 6 lados, e 6 ang.os iguais como se ve na fig.a 40. Eptagono a q. tem 7. Octogono, a q. tem 8. Enneagono de 9. Decagono 10. Undecagono de 11 duodecagono de 12. &a.

Tir.

45. Circulo he huã fig.ª plana, comprehendida por huã só linha chamada circumferencia ou periferia, e dentro deste circulo, no meyo de seu plano ha hum p.to chamado centro do qual todas as linhas q̃ delle se lançarem á circumferencia, como DC, DB, DA, serão iguais entre si.

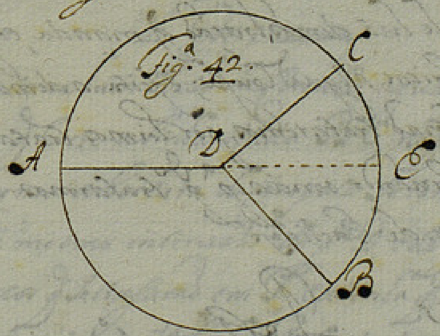


Fig.ª 42.

46. Meya proporsional, entre duas linhas; he huã linha de quem o quadrado he igual ao retang.º q̃ se fiser das duas d.as linhas; como se forão dadas FO; e GH, sera a meya proporsional DE, da qual o quadrado DEMN, he igual ao retang.º EGHI, composto das primr.as linhas dadas, FO, e GH.

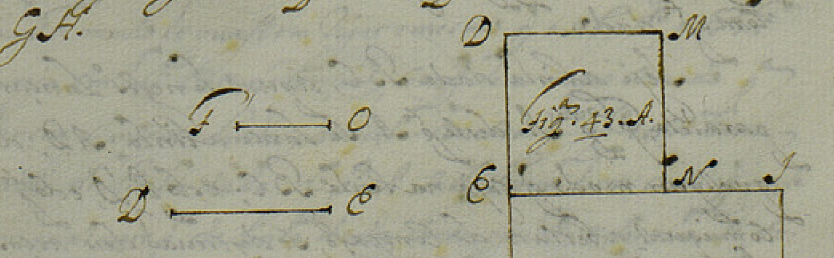


Fig.ª 43.

Cap.º 3.º

Dos poblemas das Linhas.

Poblema, he huã demostração q̃ manda, e ensina a cons-
truir ou fabricar alguã cousa; e feita a demostra. das de-
mostraçoins não trataremos, por hirmos tratando somte da
Pratica, reservando o mais pa qdo tratarmos da Geometria
especulatiua de Euclides.

Poblema 1.º

Lançar por qualquer parte huã linha paralela á outra
dada.

Primeira praxe.

He neçesso aduertirçe q̃ o ponto dado, não esteja em tal si-
tio fora da linha q̃ produsida não conuenha ou concorra
com o pto dado.

Seja a linha dada BC, a qual he neçesso lançar huã
paralela, pello pto A. deste pto A, se lance a linha AD, de
qualquer modo q̃ caja na linha BC; e do pto D, e do pto A,
com igual abertura do compaço, se discreuão dois arcos,
hum de D pa a parte de B, outro de A pa a parte de C; e depois com
o compaço se tome o arco EF igual ao arco GH, e do pto da
do A, pello pto F já terminado, sendo tirada a linha AF

sera paralela a dita linha B C dada.

Fig.ª 44.

2.ª Claxe.

Do ponto A se descreva hum arco de circulo, a qualquer distancia, com tanto q̃ corte a linha dada B C, no ponto E, e logo do ponto E com a mesma abertura de compaço se tome a porsaõ E D, e com este mesmo interualo do ponto D, e do ponto A, se descrevaõ dois arcos q̃ se crusaraõ em F, e a linha q̃ se tirar pelos pontos A F, sera paralela a dita linha B C dada.

3.ª Claxe.

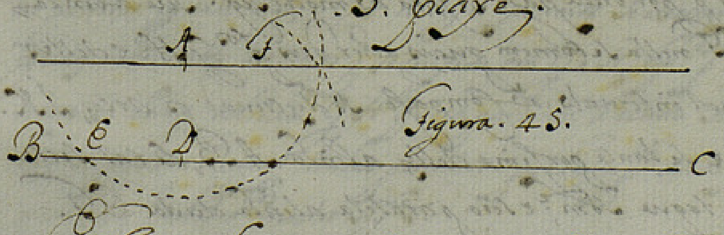


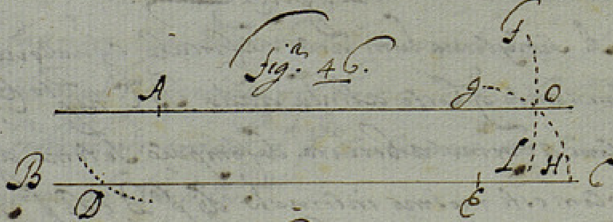
Figura. 45.

Este modo he quasi em rigor o mesmo q̃ o sobredito, e so mente vareja em hua circunstancia, com q̃ fica mais comodo p.ª lançar a mesma linha paralela a outra q̃ do ponto esta bem junto da linha dada. do ponto A se descreva hum arco q̃ passe por qualquer ponto da linha dado, como por D; e depois se tome outro ponto qualquer na linha dada B C, q̃ seja E (com bastante distancia do ponto D p.ª melhor distinçaõ) e deste ponto E se descreva o arco de circulo G H com a mesma abertura

do

do compaço; logo abrindo este, e tomando o espaço D E. e com esta medida assi tomada se ponha hua ponta no p.to dado A. e com a outra se descreva p.a o primeiro arco G H outro F L. de tal sorte q se crusem no p.to O, e tirada a linha A.O. sera paralela a linha dada B C.

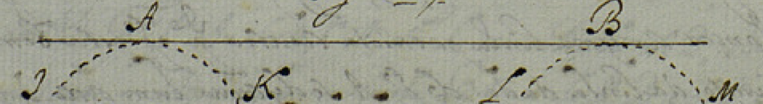
Fig.a 46.



4.a Classe

Querendo se lançar hua linha paralela a outra dada, sem se dar p.to por onde passe se fara do modo seg.te. Seia a linha dada E F nella se tomem quais quer dous p.tos G H. e delles com igual intervalo do compasso se descrevão os arcos I K. L M. e se lance por sima delles a linha A B, de tal sorte q nelles toque som.te e sera paralela a linha dada E F.

Fig.a 47.



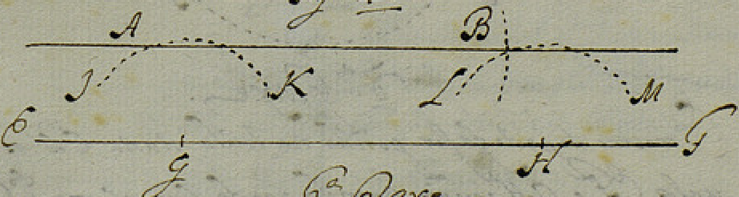
5.a Classe

Podese lançar a sobred.ta paralela A B tomando entre as

pon-

pontas do Compaço o intervallo G H, e pondo hũa pe do compaço
em qualquer ponto A do arco I K e com a outra ponta se cruze
o arco L M no ponto B, e de A por B se tire a linha q̃ será pa-
ralela com E F, neste modo se supoem ja lançados os ar-
cos I K, L M, dos pontos G, e H, como disemos na fig.ª ante-
cedente.

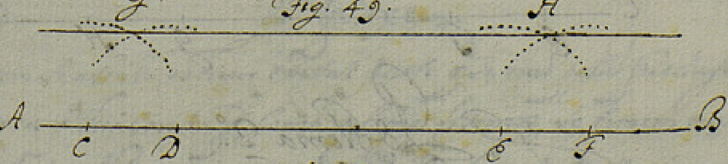
Fig.ª 48.



6.ª Claxe.

Seja dada a linha A B nella se tomem com o compaço du-
as porsoins iguais C D, e E F de cujos extremos se descrevão com
iguais intervalos os arcos q̃ se cruzem em G e H, e p.los pontos destes
arcos se lance a linha G H q̃ será paralela à dada A B. tam
bem se podem lançar linhas paralelas por hum ponto dado fora de
qualquer linha p.los modos seg.tes

Fig.ª 49.



7.ª Claxe.

Seja a linha dada B C, e o ponto dado A, pelo qual se queira lançar
hũa linha paralela, de qualquer ponto D, com o intervallo D A, se
descreva hum arco A E F G de tal sorte q̃ corte a linha dada

BC, nos p.tos E, F, feito isto se tome o arco AE, entre as pontas do compasso, e esta medida se ponha no arco FG, e pelos p.tos A, e G se tire a linha AG, q̃ será paralela a d.ta linha BC, dada.

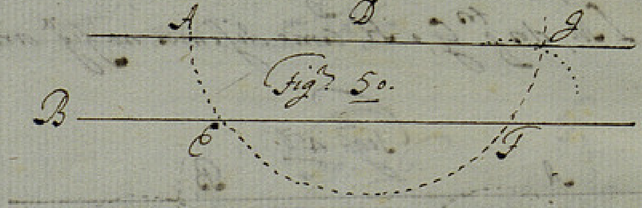


Fig.a 50.

2.a Claxe.

O mesmo se pode faser pondo na linha dada CD os intervalos EF, e GH, iguais, e pondo o pe do compasso no p.to F, e ou-tro no p.to dado A, e com esta medida vindo ao p.to H, se descreva hum arco p.a a p.te de B, e tornando ao p.to E se tome o intervallo EA, e se transfira de G p.a o arco B q̃ se crusarão no p.to B; e de A por B se tire a linha AB q̃ será paralela a recta CD, dada.

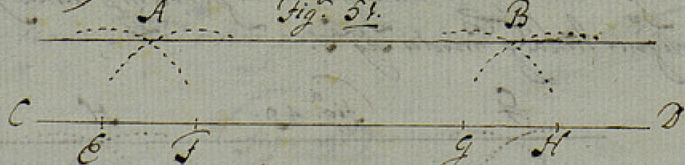


Fig.a 51.

Problema 2.º

Lançar huã linha perpendicular a outra dada finita.

1.a Claxe.

Seja a linha dada AB a qual queremos lançar huã linha

Per-

Perpendicular do p.to C, e do p.to E quais tomados na linha dada, se descrevão com hum mesmo intervallo de Compasso os arcos FCG, FEH, q se crusarão nos p.tos F G. e de F por G, se tire a linha FG q será Perpendicular a linha AB.

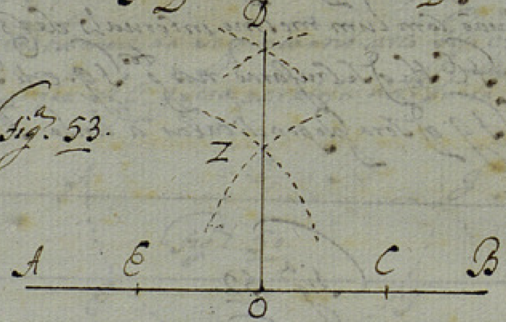
Fig.a 52.

2.a Praxe

Porem se a linha estiver em tal parte q se não possão produsir os arcos p.a hua e outra p.te, como asima fisemos, se tomem na linha dada AB quais quer dois p.tos E e C, e delles com igual abertura do Compasso se descrevão dois arcos q se crusem em Z, e logo abrindo ou feclando mais o compasso dos mesmos p.tos E e C se descrevão outros dous arcos q se crusem em D;

e de D por Z se tire a prependicular DZO, q̃ o será à linha AB.

Fig.ª 53.



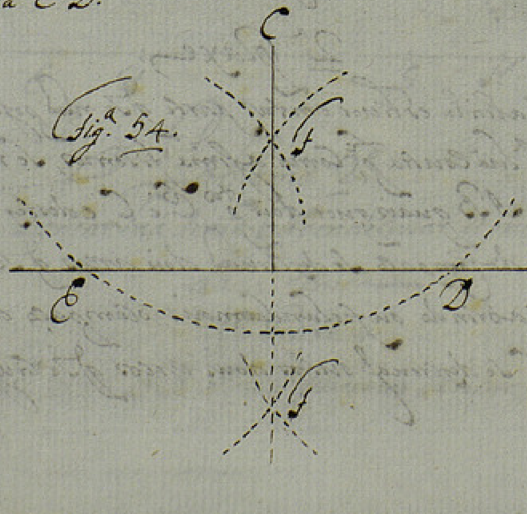
Problema 3.º

Lançar huã linha prependicular, à outra dada; de qualquer ponto dado fora della.

1.ª praxe.

Do ponto C dado com qualquer internallo de Compaso se lança hum arco p.ª a parte da linha dada de tal sorte q̃ a corte nos p.tos E e D. e d'ys tes com qualquer internallo de Compaso se lançem dois arcos, ou p.ª huã ou outra p.te q̃ se crusaraõ em F, e de C, por F se tire a linha CF q̃ será prependicular sobre a linha dada ED.

Fig.ª 54.



2.ª Clase

Tomesse na linha dada quais quer dous pontos A e B; ponha-se o pé do Compasso no p.to A, e com o outro se tome athe o p.to C, dado e se descreva hum arco p.a a p.te de B q̃ passe ainda alem do p.to D oposto da outra banda da linha ao p.to dado logo; mudandosse o compasso a B, e tomando com a outra ponta o p.to C se descreva outro arco p.a a banda de A q̃ corte o primiº no p.to D, e se tire a linha DC q̃ sera perpendicular sobre a linha AB.

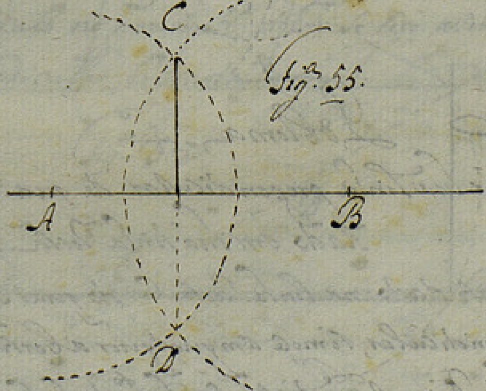


Fig.ª 55.

3.ª Clase

Este modo he mais comodo p.a quando o p.to dado fica fronteiro ao extremo da linha dada, e esta se não pode produsir por ficar no extremo de algum plano. Seja o p.to dado C, e a linha DH nela se tomem quaisquer dois pontos D fronteiro ao p.to dado, e H mais dystante; tomesse com o compasso a distancia do p.to D ao p.to C,

e se

e se descreva hum arco p.a a p.te oposta G: e abrindo mais o compa-
ço se tome a distancia do p.to H ao p.to C, e com huã das pontas fir-
me em H se lance o arco p.a a p.te de G, q corte o primr.o no pon-
to G; e de C por G se tire a linha CDG q será perpendicular,
sobre DH.

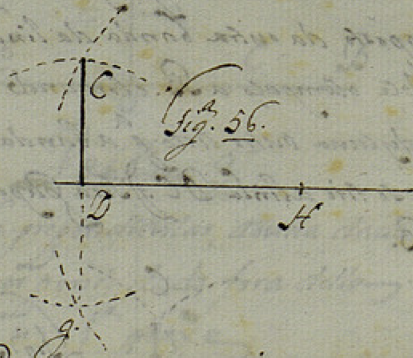


Fig.a 56.

Problema 4.o

Lançar huã linha prependicular de qualquer ponto dado em huã linha recta.

Seja o ponto dado na linha recta C. do qual se quer levantar
huã prependicular, tome-se com qualquer abertura do compaço
os p.tos E e D igualm.te distantes do p.to dado C, e destes com qual-
quer intervalo do compasso (sendo primr.o aberto mais do q do q
se tomou a distancia CE, ou CD) se lancem arcos p.a a p.te de F,
q se crusem no p.to F, e de F por C se tire a linha FC q será prepen-
dicular sobre ED.

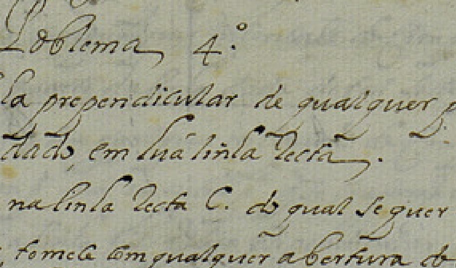


Fig.a 57.

Problema 5.º

Levantar a mesma Perpendicular no Extremo de
huma Linha Recta dada.

Seja alinha dada AB de cujo Extremo B se quer levantar huá prependicular, abrece o Compasso em qualquer abertura, e se ponha huá ponta no Extremo da linha de donde se ha de levantar, como em B, e a outra ponta se assente, em qualquer p.to do Plano fora da linha como em D, e se descreva hum arco mayor q̃ semicirculo, como CBH, este cortará a linha AB, no p.to C, e deste por D se tire alinha CDH q̃ cortara o semicirculo no ponto H, deste se tire alinha AB, q̃ sera a Perpendicular buscada.

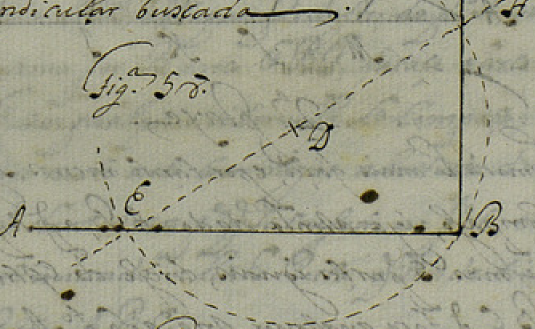


Fig.ª 5.ª

Problema 6.º

Devidir huá linha Recta dada em quaes quer partes iguais.

1.ª praxe

Seja dada a Recta AB a qual queremos (por Exemplo) partir em 3 partes iguais, levantese do p.to A Extremo da linha outra linha AC, q̃ faça qualquer Ang.º e nela se tomem desde A quaisquer 5. pontos iguais, a saber AD, DE, EF, FG, GH; e de H ao p.to B outro Extremo da linha dada, se tire a linha HB, e do p.to G, se tire a paralela GI, a linha HB, comforme alguns dos modos q̃ tenemos dado no poblema 1.º e asim se hão lançando as linhas FK, EL, e DM; todas paralelas, e ficara devidida a linha AB em 5 partes iguais nos pontos M, L, K, I, e B.–

Fig.ª 59.

2.ª Claxe.

Este modo he mais facil, e por tanto menos sogeito aos erros do Compaço, seja a linha dada AB, aq̃ se quer dewidir nas mesmas 5 partes iguais, dirise do Extremo B, hua linha BC, q̃ faça qualquer Ang.º e do p.to A se lançe hua linha AD paralela com CB (pelo poblema 1.º) do p.to A, e do p.to B, se tomessem a contar nas paralelas tantas p.tes, com qualquer abertura do Compaço, como quantas se querem terminar, na linha dada, menos hua; como por Exemplo, queremos em 5, lancemos de por 4, como BD, DE, EF, FG; e do mesmo modo AH, HI, IK, e KL, e de p.to a p.to dytas devisoins se tirem as linhas DL, EK, FI, GH,

q̃ cortarão a Recta dada AB nos p.^tos N O P, e Q, ficando to-
da devidida, em 5 p.^tes iguais, e assim em quaisquer outras.

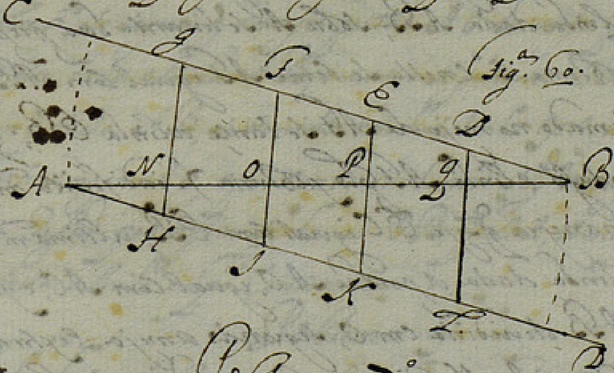


Fig.^a 60.

Problema 7.º

Produzir hũa linha dada mais adiante quanto for neses.^o
Seja a linha dada A B, q̃ se quer produzir, do p.^to A, ou outro
qualquer, se descreva por B o arco E B F, façase o arco B E,
igual com B F, com qualquer intervalo de compasso, e dos
p.^tos E F tomados neste arco, com mayor abertura de compa-
ço, se descrevão dous arcos p.^a q̃ se cruzem no p.^to C, e de B,
por C tira continuando a linha Recta, q̃ sendo tirada
ficara toda Recta A B C.

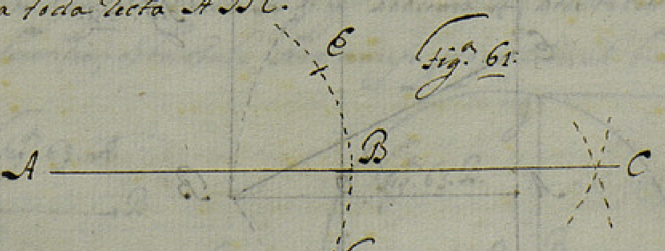


Fig.^a 61.

Problema 8.º

Devidir hua linha dada finita segundo a meja e extrema rezaõ.

Seja alinha dada AB, sobre A se levante hua prependicular (problema 5.º) e nella se tome AF igual com AB, e do pto. E, tomado no mejo de AF se lance alinha EB; feito isto se produza alinha AF (pelo problema 7.º) indifinita m.te até C, de maneyra q. seje EC igual com EB, ultimam.te cortarei da linha dada a porsaõ AO, igual com AC, e ficara a linha AB devidida em O, segundo a meja e extrema rezaõ, ou proporsaõ. He praxe da proposisaõ 11 do L.º 2.º de Euclidy, e por ella se prova, q. desta divisaõ resulta o q. dissemos na difinisaõ 28, a saber q. o retang.º BOMD q. se faz de toda alinha BA (ou de sua igual BD q. he o mesmo) e do menor segmento BO, he igual ao quadrado ACGO, q. se fas do major segmento AO.

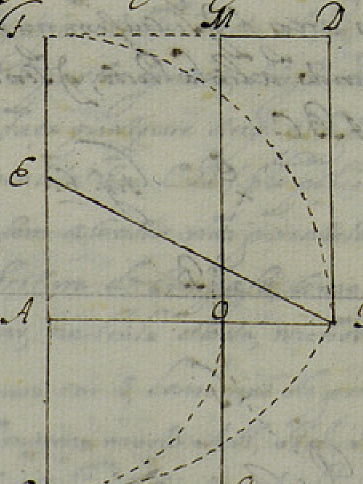


Fig.ª 62

Corolario.

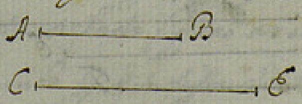
Do sobre d.to se segue q̃ a mayor porção A O he meya proporcional entre toda a linha A B, e menor segmento O B, de donde vem q̃ toda A B se devidio em hũa linha extrema B O, e em outra meya A O. e portanto se chama seg.do a meya e extrema razão por assim se haver O B, p.ª O A, como p.ª A B O A, toda a linha ou p.lo contrario.

Problema 9.º

Achar hũa meya proporcional entre duas linhas dadas -finitas-

Sejão as linhas dadas A B, C E, entre as quaes convem achar hũa meya proporcional com a linha A B. acomode em linha recta, a linha C E ou B D, sua igual. p.ª o q̃ será necess.º produzir a linha A B, q.to for necess.º p.lo Problema 7.º despois devidindo toda a linha assi composta A D, p.lo meyo em O. e de O descrevendo hum circulo p.los extremos A e D, ultimam.te se levante a perpendicular B G p.lo Problema 4.º, athe tocar a circumferencia; esta linha, será a meya proporcional buscada;

Fig.ª 63. A.



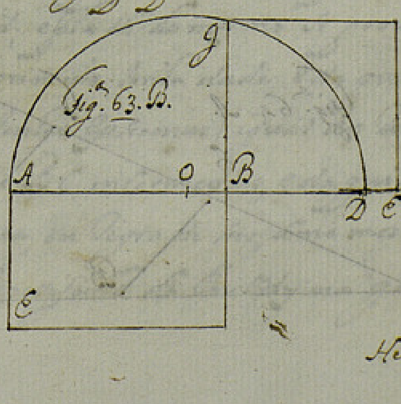


Fig.ª 63. B.

He

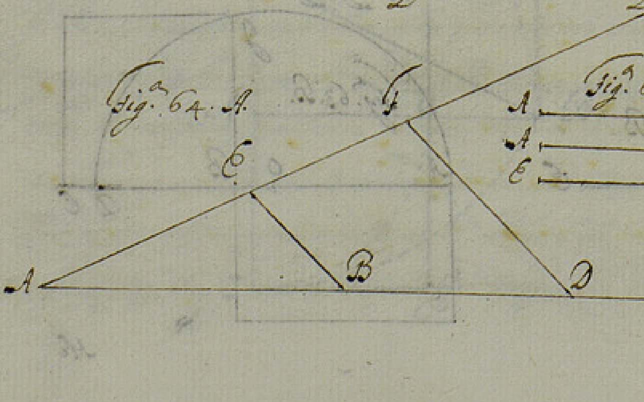
He a chave da proposição 13 do lº 6º de Euclid. e pela 17 do mesmo se prova ser o retangº q̃ se compoem das duas linhas, dadas AB, e BD igual ao quadrado q̃ se compoem da linha media achada, BG, como se ve o quadrado GE.

Problema. 10.

Dadas duas linhas rectas, finitas achar sua terceira proporcional.

Sejão as duas linhas dadas AB, e AC, as quais se ajuntarão de modo q̃ fação qualquer angº A, e produzindo pelo problema 7º a linha AB (q̃ agora tomamos por antecedente) se tome nella a linha D, igual com AC, e depois se lance a linha BC, e do pto D se lance pelo problem. 1 a paralela DF, q̃ se encontrará com a linha AC produzida em o pto F. digo q̃ a linha CF será 3ª proporsional buscada, de maneira q̃ assi se havera a linha AB pª a linha AC, como a linha AC, pª a linha AF, ou vice versa: se o problema 3º da proposição 11 do lº 6. de Euclid. e pela 17 do mesmo se prova ser o retangº da linha AB pela linha CF, a saber he igual ao quadrado da linha AC subsequente como se ve o quadrado G.

Figª. 64. A.



Figª. 64.

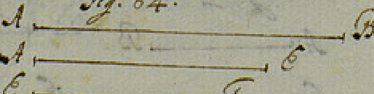
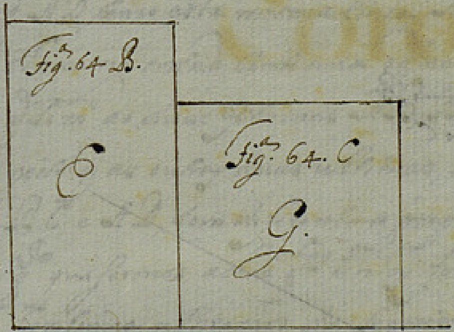


Fig.ª 64. B.



Problema 11.

Dadas tres linhas rectas achar huã quarta proporcional.

1.ª praxe.

Sejão as 3 rectas dadas AB, BC, AD, às quais se haja de achar huã 4 proporsional. disponhão-se as primeiras AB BC, em huã linha recta q̃ será toda AC; e a terceira AD faça com a primeira qualquer Ang.º A. depois se lance a linha BD, e ultima m.te do p.to C se tire huã sua paralela pl.º problema 1.º q̃ concorra com a linha DA produsida pelo problema 7.º, no p.to E digo q̃ a linha DE será a 4 proporsional buscada; de maneira q̃ assi se haverá AB p.ª BC, como AD p.ª DE; he praxe 12 do L.º 6 de Euclid. e pla 16 do mesmo se prova ser o rectang.º F q̃ se fas da primeira linha dada, e da quarta achada (q̃ são as duas linhas extremas) igual ao rectangulo G q̃ se fiser de AD por BC, intermedias, e daqui se colhe a resão da regra aurea, ou regra de tres, como mostraremos q.do tratarmos das proposições de Euclides na geo-

Geometria especulativa

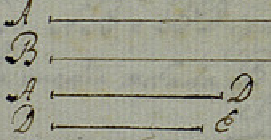
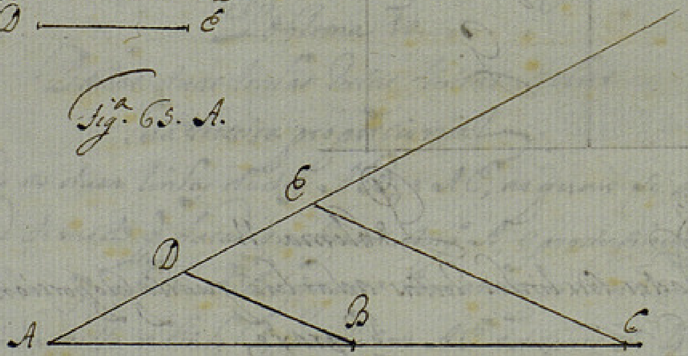


Fig.ª 65. A.



F das Extremas.

Fig.ª 65. B.

G das intermedias.

Fig.ª 65. G.

2.ª praxe mais Universal.

A praxe asima nos ensina achar huã 4.ª proporsional, dados tres termos rectos, porem co a t.ª proporsão de discreto; quero diser q posto q asim se haja AB, p.ª BC, como AD, p.ª DE, não se haverão continuam.te, asim AB, p.ª BC, como BC, p.ª AD, nem tão pouco se haverão na mesma proporsão BC,

p.ª

pª AD, como esta mesma linha AD, pª DE; q̃ sendo asi, se chamaria entaõ Continuo, o q̃ naõ ha na proporsaõ distreta, q̃ tem as duas extremas AB, BC seguarda o mesmo res-peito q̃ as outras duas ultimas, DA, DE, e as intermedias BC, e AD, tem diferente a proporsaõ huã pª outra: asim q̃ do quisermos achar q̃ tas linhas forem nesesº, em proporsaõ, continua usaremos da seguinte praxe.

Havendo se de achar 4 linhas continuadamte proporsionais, na proporsaõ q̃ tem a linha A pª a linha B, tome se a linha DC, igual com a major A, e do pto H tomado no mejo della se descreva pª extremos CD o circulo CEDB, e do pto D a lomodo no circulo pª huã pte a linha DE, igual com a pequena B; e pª a outra pte a linha DB da mesma igualdade, e logo lançada a linha EGB a qual cortara a linha DC no pto G. e digo q̃ a linha DG sera a 3ª proporsional, em continua proporsaõ: e se quiser achar a 4ª do pto D descreveremos ate o pto G hum arco q̃ corte as linhas DE, DB nos ptos FM. e sendo lançada linha recta, entre estes ptos cortara a linha DC no pto R. e a linha DR, sera a 4ª proporsional. e querendo achar a 5ta do pto D ate o pto R se descreva outro, arco como o 1º q̃ cortem as linhas DE, DB, nos ptos NT. e lançada a linha NT cortara como de primeiro a linha DC, no pto O, e a linha DO, sera a 5ta proporcional. e asim os demais, de maneira q̃ asi se havera a linha A pª a linha B, como a linha B pª a linha C, e como C pª D, e D pª E, todos

em

em Continua e mesma Proporção, ou respeito q entre si tem as Primeiras duas linhas dadas, A, e B.

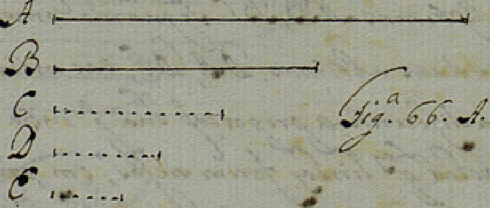
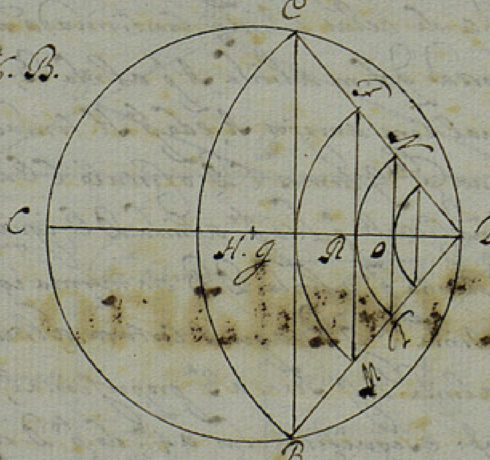


Fig.ª 66. A.

Fig.ª 66. B.



3.ª Classe.

Mas se ouvermos de achar as mesmas linhas em proporção Continua, e na q tem a linha A, menor q a linha B, major, obraremos do seg.te modo.

Levantem-se duas linhas Perpendiculares, sobre hũa qualquer DB (6.º problema 4) das quais se cortem as linhas BO, DN iguais á menor A, dada, e pelos tos N O, se tire a linha NOP, depois se tome a linha BR igual

a

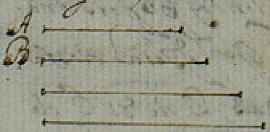
major AB, e do pᵗᵒ B por A se descreva o arco AL q corte a linha DL no pᵗᵒ L, e de B por L se tire a linha BLSC indifinita, tome-se depois a linha DG igual com a major linha dada AB, ou com a linha BA q he sua igual, e lance-se a linha GAS, digo q a linha AS he a terceira proporsional; e se quisermos achar a 4ª do pᵗᵒ B pelo pᵗᵒ S descreveremos o arco SK, logo tomaremos a linha DH igual com DK, e lancando a linha HKC, sera a linha BC a quarto proporsional; do mesmo modo buscaremos a 5ª e todas as mais q quisermos, indo produsindo as linhas BC, BK, DH q.ᵗᵒ for nesesº (pelo problema 7) Sao praxes de Clavio no scholio da proposiçaõ 11 do 6º.

Corolario.

Daqui se segue, conforme a 16 e 17 do 6º q de quantas linhas se derem em continua proporçaõ, sera o retangº das extremas igual com o retangº das proximas, e ao quadrado da q ficar no mejo se forem impares; e ainda q sejaõ pares o retangulo de cada duas he igual ao quadrado da linha q ficar no mejo dellas, como por exemplo sejaõ 7 linhas proporsionaes, em continua proporçaõ A, B, C, D, E, F, G: q sejaõ desta ualor, A de 2187 pᵉˢ: B de 729; C de 243, D de 81, E de 27, F de 9, G de tres, q he em proporçaõ tripla (e pode ser outra qualquer proporçaõ) digo q o retangº ou multiplicaçaõ de A 2187 por G 3. a saber 6561 he igual ao retangº de B,

729 por F de 9 q fas na multiplicaçaõ os mesmos 6561.
e da mesma man.ra igual ao retang.o su multiplicaçaõ,
de C 224 por E 27 q fasem tambem hum retang.o de
6561. e a este numero he igual o quadrado da intermedia
D. de 81 p.es e o retang.o de quaisquer duas q tenhaõ al
gũa no meyo, se iguala com a de seu quadrado. (Exemplo)
o retang.o de A, 2187 por C 243. a saber, 531441 igual ao qua
drado de B intermedio 729 por D 81 he 59049 q he presi
sam.te o quadrado da intermedia C 243 como se pode ex
perimentar e asim mesmo o retang.o de C 243 por E 27 i
gual o quadrado de D 81, a saber 6561, e o retang.o de D.
81 por F 9 igual ao quadrado de 27 da linha E sua in
termedia q faraõ cada huã das duas o numero igual m.te
de 729; e [illegible] por G de 3
q fas hum retang.o q ual 81 numeros igual em tudo ao
quadrado de F 9 q por ser de 9 p.es esta linha ultima in
termedia sera tambem de 81 p.es ou numeros a sua
Superficie quadrada.

Fig.a 67.



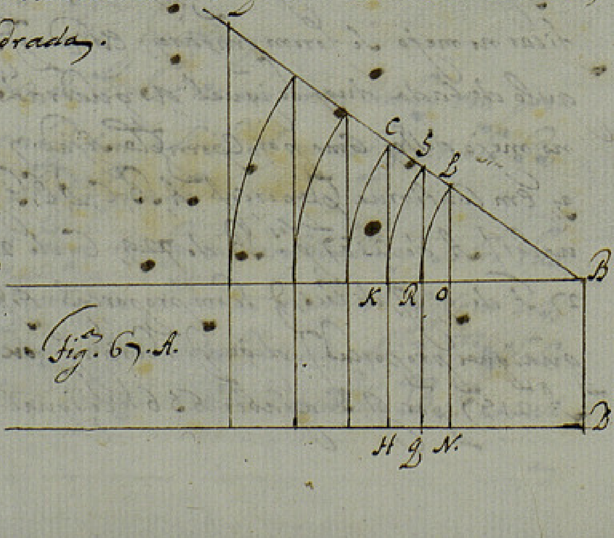


Fig.a 67.A.

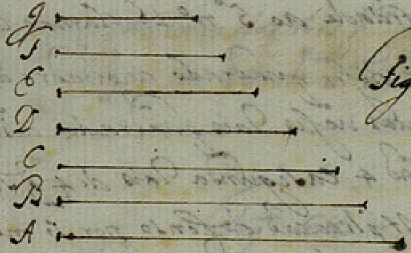


Fig.ª 67. B.

Nestas, e outras propriedades se fundam os numeros da Al-
gebra q' he Arte mayor da Arismetica q' procede de numeros q'
não em continua proporsão como os sobred.os ou como 1, 2, 4, 8,
16, 32, 64, 128. &c. q' tendo proporsão dupla ou seja outra
qualquer; e assim os Algebristas aos 2 seg.do numero chamão
Coisa; e representa ser a linha, primeira espesie da quantidade
a Unidade 1 principio e fim da Coisa chamão numero, e he o
principio da linha q' se gerou na multiplicação q' fes por pon-
tos infinitos; e como nos numeros a Unid.e he principio e fim
do numero, tendo Leys p.a poder medir ou numerar alguma
Coisa se imagina partes na Arte menor, e q' na Algebra in-
divisivel, porq' accrescem em infinito. Aos 4 numero ter-
ceiro chamão Censo. he o mesmo q' a superficie ou quadra-
do q' se gerou da multiplicação da linha ou da Coisa 2 por
si mesmo, fasendo a seg.da espesie da quantid.e de qual n.º
se pode tirar raiz quadrada, discreta, ou rasional. Ao 4
n.º 8, chamão Cubo q' he o mesmo q' corpo, n.º de quem se pode
tirar raiz cubica rasional, por proceder da multiplica-
ção do Censo, ou superficie 4, pla Coisa ou linha 2, fasendo e

assi

asi a 3ª espesie da quantidade ao 5º nº 16 chamaõ Censo de Censo q naõ he o mesmo q dizer quadrado de quadrado, por q se pode tirar delle duas vezes raiz quadrada discreta, asaber a raiz de 16 q saõ 4, e asegunda raiz de 4 q saõ 2. este nº procede da multiplicaçaõ do Censo por si mesmo, ou de Cubo pela Coiza, ao 6º nº q nesta proporçaõ dupla saõ 32; se chama primeiro relato, por naõ ter raiz quadrada nem Cubica, e proceder do Censo e Cubo, ou da Coiza e Censo de Censo, e asim vaõ em infinito, o q agora nos naõ pertence, e por tanto tornemos ao noso sentido, do qual me tenho apartado, so por advertir aos Curiosos desta aula donde tem a mayor p.te todo o fundam.to da Algebra numerosa.

Problema: 12

Descrever hum arco ou Circulo, por quaes quer tres pontos dados, os quais naõ estejaõ em linha recta.

Sejaõ os tres pontos dados A, C, J. do p.to A, e do p.to C p.ª huã e outra parte descrevo com qualquer intervalo do Compaso dois arcos p.ª cada banda q se cruzem nos p.tos K. O. e se imagine lançada a linha figurada K, O, despois com o mesmo intervalo do Compaso ou com outro qualquer dos p.tos C. J, descrevo outros dois arcos, p.ª huã e outra p.te q se cruzaraõ nos p.tos M. N. pelos quais tiremos a linha M. N, e o p.to A aonde esta se cruza, com a linha K O sera o Centro do Circulo ou arco q descrever

por qualquer de hum dos tres p.tos passe por todos tres pres-
suppon.te Se Se plaxe da 25 do 3.o L.o e da 5.a do 4.o de Euclid.
adonde o provaremos.

Fig.a 68.

Corolario.

Daqui se colhe o modo como se pode achar o centro de qualquer circulo, ou arco, porq imaginando figurados na periferia qualquer tres pontos se obre comforme o problema afirma; e se achara o centro q sera o p.to onde se cruzarem as duas linhas.

Cap.o 4.

Dos Problemas dos Triang.os

Problema 1.o

Dividir hu arco ou hu ang.o de qualquer triang.o pello meyo.

Seja o Ang.º AOE, q̃ se quer dividir pla ametade, do p.to O se discrevão a qualquer intervalo dois arcos q̃ cortem os lados AO, OE, nos p.tos CH, e destes outros dous q̃ se cruzem no p.to F, e tirando a linha OF cortara o Ang.º dado AOE, ou o arco q̃ o subtende pelo meio. He praxe da 9.ª do 1.º de Euclid.

Fig.ª 69.

Corolario.

Daqui se collige como se ha de dividir qualquer arco ou Ang.º em 4, 8, 16, ou 32 p.tes iguais, e em outras em proporção dupla, dividindo em 2 cada hum dos arcos q̃ vão resultando de hũa p.ª outra divisão, como por exemplo depois de hum Ang.º se dividir pelo meio cada hũa ametade destas, tornada a dividir da mesma sorte ficara dividido em 4 p.tes q̃ sendo divididos cada hua outra vez pelo meio ficarão em 8 p.tes iguais, e assim por diante a 16, 32, 64, 128 em proporção dupla.

Problema 2.º

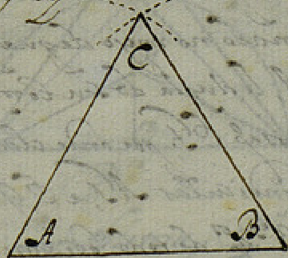
Descrever o triang.º equilatero ou isosceles sobre hũa linha dada finita.

Na disinic. 33. dissemos q̃ coisa seria esta fig.ª em q̃ se

So.

poblema daremos o modo como se forma a superficie a linha
dado AB sobre a qual se quer formar hum triang.o equilatero
dos p.tos A e B como de Centro com o mesmo interualo da li-
nha dada AB se descreuão dois arcos de modo q̃ se crusem
no p.to C e de A a C, e de C, a B, se lance a linha AC, BC, e fi-
cara formado o triang.o equilatero ACB conforme Euclid.
no L.o 1.o

Fig.a 70.



Poblema 3.o

Descreuer o mesmo triang.o dentro de hum circulo.

Seja dado o circulo ABCD, dentro do qual se quer formar
o triang.o equilatero, lancese o diametro AEC (o centro E) inqui-
rida se fornesses o 6.to corolario do poblem. 12. cap. 3) e tomando
o semediametro CE, ou CA, se descreua do p.to C como de Cen-
tro o arco DEB q̃ cortara o circulo nos p.tos D e B, e tirando
as linhas AB, AD, DB ficara formado o triang.o ABD, equi-
latero e equiang.o chamado tambem Isopleuro.

Fig.a 71.

Corolario.

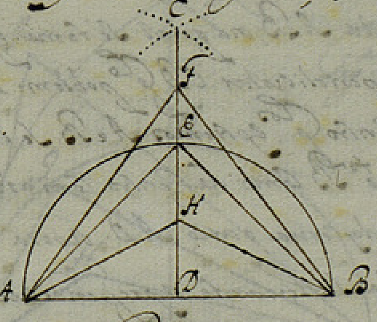
Tolhese do sobre dit.º q̃ a perpendicular AF he sobre dit.º triang.º he os 3.es 4.os do diametro AC nelle circumscripto; Colhese seg.do q̃ o Centro do mesmo triang.º E dista do p.to angular A ou de outro qualquer DB por dobrada distancia do q̃ do mesmo Centro E do p.º tomado no meyo de qualquer lado, como F, a saber, q̃ a linha EA, he dupla do seu complemento p.ª a perpendicular, como a porsão EF. por onde claro se entende ser EF a 3.ª p.te da perpendicular AF, e EA os dous 3.os de toda ella AF q̃ sao os 3.es 4.es de todo o diametro AC como afirmava já disemos.

Problema 4.º

Como se formará o triang.º Isoceles, ou seie retang.º obtusang.º ou acutang.º sobre hũa linha recta, dada.

Deste triang.º temos tratado na definic. 34 Cap. 2.º e se formaõ sobre hũa linha dada do modo seg.te Seie a linha dada, AB, sobre a qual se quer construir o dit.º triang.º do p.to D tomado no meyo de AB se levante a perpendicular DC p.lo problem. 4. do Cap. 3. e do p.to D como de Centro com a distancia DA, ou BD se descreva o semicirculo ACB e lançando as linhas AC, BC, ficam formado o triang.º Isoceles retang.º ACB. e tomando qualquer p.to F na perpendicular DC, fora do semicirculo, e lançados as linhas, AF, BF, Sera o Jsoçely acutang.º mas tomando o p.to H na mesma prependicular DC dentro do Semicirculo, e lançadas as linhas AH, HB, ficara o triang.º Jsoçely obtusang.º AHB.

Fig.ª 72.

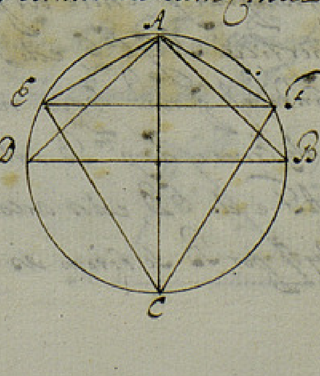


Problema. 5.º

Formar os mesmos triang.os Jsoçeles dentro de hum Circulo.

Seie dado o Circulo AF, BC, DE. este se corte por meio de dois diametros AC, BD, e a qualquer dystan.a se lance huã paralela EF q̃ corte hum dos diametros como AC, em qualquer dystançia do Centro; feito isto se tire a linha EA, AF e ficara o triang.º Jsoçely obtusang.º EAF e tiradas as linhas DA, AB, teremos formado hum triang.º Jsoçely retang.º DAB. p.a o acutang.º se tirem as linhas CE, CF, e ficarão formados todos dentro de hum Circulo.

Fig.ª 73.



Problema 6.

Como se formará o triang.º esqualeno q̃ seie tambem, retang.º, Obtusang.º ou acutang.º sobre hũa linha dada.

Seja a linha dada AB, na qual se tome o p.to medio C, e levantada a prependicular CD p.lo poblem. 4 do Cap. 3. e do p.to C como de centro p.los eptremos A e B se lance o semicirculo AEB. e do p.to B como de centro com o intervalo da linha dada BA, se desgreva o arco AD. agora do p.to A eptremo da linha dada se levante a prependicular AF indefinitam.te q̃ será paralela com CD, o q̃ se fará p.lo poblem. 5.º do Cap.º 3. ou lançando a paralela p.lo 1.º poblem. do mesmo) digo q̃ se tomarmos qualquer p.to no arco AE, com tanto q̃ não fique nos seus eptremos A ou E mas desviado delles algũa coisa, como o p.to G, e lançada a linha AG, GB, fará o triang.º retang.º esqualeno AGB, e tomando qualquer outro p.to H dentro do quadrante (com condição q̃ não fiquem nas linhas AC, CE, ou o arco AGE q̃ são os termos da sua superficie) e tirando a linha AH, HB ficará o triang.º AGB esqualeno, e obtusang.º e tomando outro qualquer p.to entre as paralelas AF ou CD fora da superficie AGEC, e do seu termo AGE, (tambem com condição q̃ não fique na linha AF, nem no arco AD q̃ se desgreveo do p.to B, tal como he I, q̃ esta fora da linha AF e de CD, e dos arcos, AD, e AGE.) e de A por I, e deste por B se tirem as linhas AI, IB, e

fi-e ficará o triang.º esqualeno A B C de Euclid.s ha de ser acutang.º –

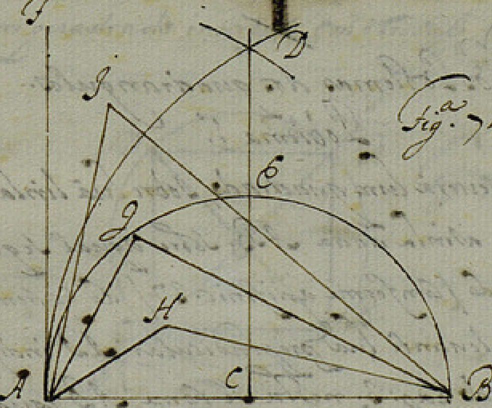


Fig.ª 74.

Porem se quisermos formar o d.to triang.º, sem atendermos a ser com algum ang.º recto, ou obtuso, obraremos de modo seg.te Seie hua qualquer linha AB, dada, tome-se com o compasso outra qualquer porsaõ, q naõ será igual com ella, e de hum dos extremos da linha dada como de B se descreva hum arco, e fechando ou abrindo mais o compasso, se tome outra porsaõ qualquer, q naõ seja igual com alguã das duas ia descritas, e pondo o pe do compasso no outro extremo da linha A, se descreva outro arco q crusará o prim.º no p.to D. e lansando as linhas AD, BD, ficará formado o triang.º esqualeno. he a baze de Euclid. no l.º 1.º

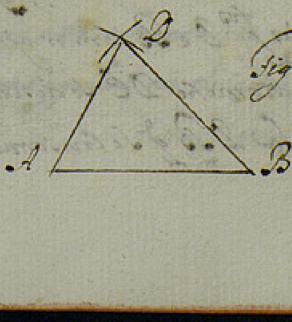


Fig.ª 75.

Cap.º 5.º

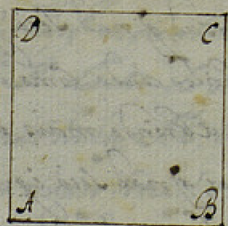
Dos Poblemas dos quadrangulos.

Poblema 1.º

Como se descreverá hum quadrado, sobre huã linha recta dada.

Seja a linha dada AB. sobre aqual se quer formar hum quadrado (conforme a difinic. 37) do extremo da linha dada A se levante huã prependicular AD indifinita, pelo poblema 5.º do Cap: 3. nesta se tome AD igual com AB e dos pontos B, e D com o mesmo internalo de compaço se descrevaõ arcos pera a parte oposta ao Ang.º A que se cruzaraõ em C, e tirando as linhas CD, CB ficara formado o quadrado ABCD.

Fig.ª 76



Poblema 2.º

Descrever hum quadrado dentro de hu circulo.

Seja dado o circulo ABCD lancesse pelo centro E o diametro DEB, e dos pontos D e B com mayor internalo de compaço do que he o semediametro DE se discrevaõ 4 arcos, 2 pera cada banda da linha DB que se cruzaraõ nos pontos FG, e lançando

ali·

a linha FG, produzida p.ª huã ou outra p.te, cortara o circulo nos
p.tos A e C, e sendo tiradas as linhas DA, AB, BC, CD, ficara
formado hum quadrado inscripto em o circulo dado.

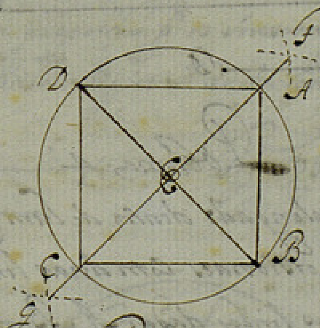


Fig.ª 77.

Problema 3.º

Formar o prolongado, ou paralelo gramo retang.º dadas duas
linhas.

Sejaõ dadas as duas linhas AB, AD das quais se quer formar
hum retang.º do extremo A se levante a prependicular indefi
nita AE (sobre huã dellas qualquer, e seja na mayor AB)
tome-se a linha AD igual a menor, e se transfira na prepen
dicular AE, pondo huã ponta do compaço em A, e chegara
athe D, e com esta medida se passe a B, e se descreva hum ar
co p.ª a p.te de C, e tomando a linha BA com o compaço e
pondo huã ponta em D fazendo outro arco p.ª a mesma ban
da cortara o primeiro em C, e tirando as rectas DC BC,
ficara formado o prolongado ou paralelo gramo retang.º
ABCD, cujos lados seraõ iguais as ditas linhas dadas, A,
B, AD.

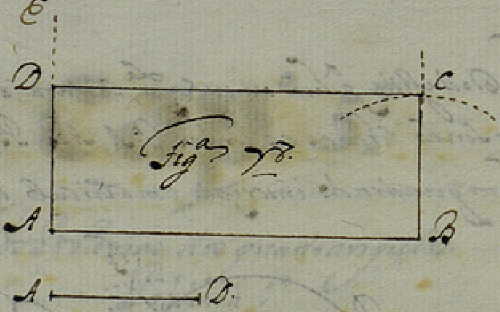


Fig.a 18.

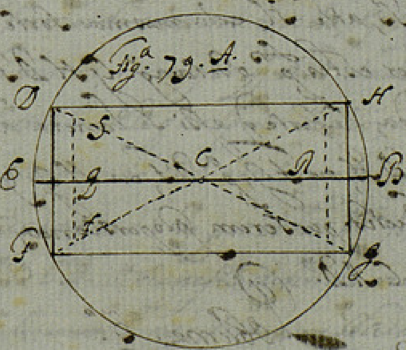
Problema 4.º

Formar o mesmo prolongado dentro de hum Circulo no qual os lados sejão proporsionaes com duas linhas rectas dadas.

Sejão as duas linhas dadas A e B, na proporsão que querem haja em os lados de paralelogramo, e seja o Circulo dado q̃ nelle ha de ficar circumscripto FEDHBG; primeiro m.do sobre a linha dada A, ou outra qualquer sua igual IK se levante de hum dos extremos I a prependicular IL igual com a metade da menor linha dada B; esta linha IL se produza p.a a outra p.te, e nella se ponha a mesma porsão IL q̃ chegara de I a M, ficando toda LM igual com a linha menor dada B; partase agora a linha IK p.lo meio, em N, e deste p.to por L ou M, se tirem linhas indifinitas NL, NM; e se produza a linha KI p.a a mesma p.te quanto for nesess.o athe E; e tomando agora o semidiametro do Circulo dado CD, e com esta medida pondo o pe do compaço no p.to N se descreva OEL; lancese agora no Circulo dado hum diametro qualquer CCB, tomese da outra fig.a o arco EL ou EO q̃ he seu igual, e se transfira no Circulo dado de E, athe D, e a

eatle S, e da mesma sorte diz de o p.to B atle H e G, e se ti-
rem as linhas DH, HG, GF, FD, e ficam formado o retang.o
DHGF dentro do circulo dado, cujos lados majores opostos
guardaõ a mesma proporçaõ que os seus menores lados opos-
tos, que guarda a linha major A dado, com a menor B.

A
B
Fig.a 79.



E quem naõ quiser fazer a fig.a 79. B. de fora de, pode fazer o se-
guinte que tenho por mais facil, tome-se entre as pontas do com

Compaço, a metade da mayor linha dada A, e pondo com esta medida huã ponta no centro C do circulo dado, tendo la lança do o diametro CB, se ponha nelle as porsoins GC, CF, e do p.to G levantando a prependicular GS igual com a metade da linha menor B dada, e ploduzindo SG, p.a a outra p.te, pondole de G, a F, a porsaõ GF igual com SG, e do p.to C, centro pelos p.tos S, F, se tirem as linhas CSD, CFF, q cortaraõ o circulo dado nos p.tos DF tomece a medida CD, ou CF, e se transfira de B, athe H, e da mesma sorte athe G, no circulo, e se tire por estes p.tos o retang.o GHDF q ficara na proporçaõ pedida, de sorte q assi se havera a linha A p.a a linha B, como DH ou FG, p.a DF, ou HG. prova-se pla seg.da do 6.o L.o de Euclid. por serem proporsionaes os dois triang.os retang.os CGS, CHD.

Problema. 5.o

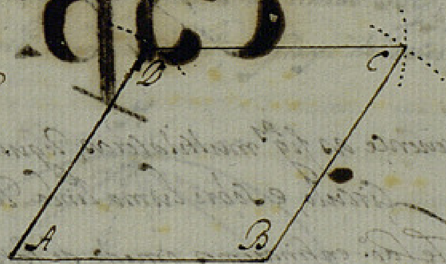
Como se descrevera hum Rombo.

O Rombo definido na 39 cap. 2.o he facil de formar sobre qualquer linha dada, como AB, porq tomando a entre as pontas do compaço de cada hum dos extremos A e B descrevendo arcos p.a a mesma p.te, e tirando de hum dos extremos huã qualquer linha (q naõ seie em ang.os rectos) como AD cortara o circulo descrito do p.to A em qualquer p.to D, e mudando o compaço a D, descreverse la p.a a outro hum arco com a mesma abertura do compaço q se cortaraõ em C, e tirando as linhas BC, CD, DA, ficara

Consti-

Constituido o Rumbo ABCD.

Fig.ª 80

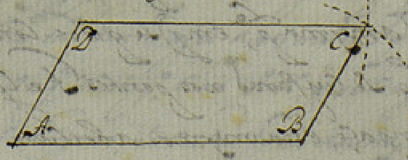


Problema 6.º

Como se formará o Romboide.

O Romboide se forma do mesmo modo, exceto q a linha obliqua AD, he menor, ou mayor q AB dada; e nestes termos com o intervallo AD qualquer, se descreva de B o arco C, e de D, se descreva outro com o intervallo AB, q se cruzarão no p.to C, e tiradas as linhas por estes p.tos ficará formado o Romboide ABCD. O trapesio definido na 41 do Cap. 2.º he tão facil de formar, q não temos necessidade de ensinarmos o modo; pois ajuntando de qualquer sorte q façaõ qualquer Ang.º 4 linhas desiguais, ainda q sejaõ destas duas, ou tres iguais, tirando as ultimas duas, por via de arcos, como fizemos asima, ficará descrito. O circulo não tem q descrever, e por isso não trataremos tambem delle.

Fig.ª 81



Cap. 6.

Descrevence as fig.^{as} multilateras, Regulares, dentro de hum circulo, e sobre huma linha Recta dada.

Neste Cap.º ensinaremos o modo de fazer as fig.^{as} ou Poligonos Regulares q̃ servem m.^{to} p.^{a} a Arcotectonica, e porq̃ temos ia tratado do triang.º Regular q̃ he o equilatero, e tambem do quadrado, nao temos neste Cap.º q̃ tratarmos destas fig.^{as} em particular pois o havemos feito.

Poblema. 1.º

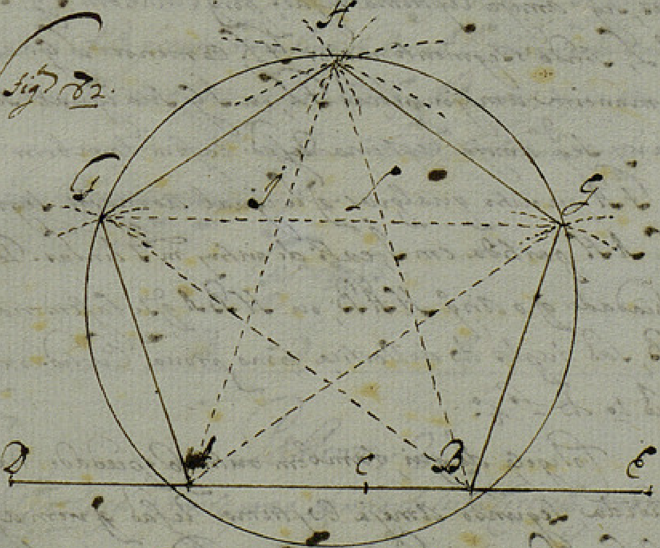
Como se descrevera hum pentagono, Equilatero, Equiang.º sobre huma linha Recta dada.

Fasse Geometrica m.^{te} o pentagono, Equilatero, Equiang.º sobre hua linha dada AB, na seg.^{te} forma. devidace a linha AB, seg.^{do} a meya Reptrema Resaõ p.^{lo} poblem. 8.º do Cap. 3.º e seia no p.^{to} C esta devisaõ, produsase a linha dada A, B, p.^{a} hua Contra p.^{te} como se ensinou no Cap. 3. poblem. 7. Feito isto tomece com o Compaço a mayor porcaõ A C, e se ponha esta medida de A athe D. e de B, athe E, na linha produsida, abrase logo o Compaço athe se igualar com toda a linha dada AB. e dos p.^{tos} D A, B, e C se descrevaõ 4 arcos p.^{a} a mesma p.^{te}, em q̃ se quiser Construir, estes se Crusaraõ estes se Crusaraõ nos pontos F e G nos quais pondo o pe do Compaço, e na mesma abertura se descrevaõ dous

arcos

arcos q̃ se cruzaraõ em H, e sendo tiradas as linhas BG, GH, HF, FA, ficara descrito geometricam.te; li praxe do cololio da 11 do 4.º

Fig.ª 82.



Tambem se pode formar na praxe sobred.ta tomando a dystancia DB, en A e dos p.tos A e B, se dyscrevaõ dois arcos q̃ se crusem em H, e dos p.tos A e H com o intervalo AB, se dyscrevaõ arcos q̃ se crusarão em F, e o meymo se faça dos p.tos H e B, e se crusaram e sesse em G, e sendo tiradas as linhas BG, HF, A, e ficara feito na meyma forma.

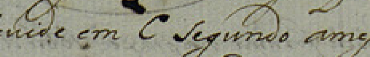
Nota.

Naõ quero pasar desta fig.ª sem declarar alguãs propried.es q̃ nella se pronaõ scientificam.te, e vem a ser a primeira q̃ quantas linhas se tirarem de ang.º a ang.º como AH, q̃ se crusem com outras da meyma sorte tiradas, se cortaõ huãs a outras segundo

a mesa e extrema rezaõ, como se tirarmos a linha FG, cortara esta
as linhas AH, ou BH, nos p.tos IL, ficando nestas devididas cada
das tres, seg.do a mesa e extrema rezaõ. porq̃ tambem FG se corta
no p.to L, sendo o segmento major FL. e o menor LG. e da mes-
ma maneira a major porcaõ FL, ou IG sua igual se cortaõ
outra vez seg.do a mesa e extrema rezaõ. e asim tambem o lado,
como FA ou outro qualquer q̃ he igual ao major segm.to da
linha AH partida em I, e asi de outras m.tas linhas. Tem outra
propiadade q̃ o Ang.º HAB, ou HBA q̃ se fasem na baze
AB, saõ duplos do do Vertice como prova Euclid. na Propo-
sicaõ 10 do L.º 4º.

Colligese daqui, tambem outra propiedade na linha
devidida, segundo a mesa e extrema rezaõ q̃ vem a ser q̃ se
a linha AB se devide em C segundo a mesa e extrema re-
zaõ, se tomarmos no major Segm.to a porcaõ AM, igual com
o menor Segm.to CB, ficara tambem devidido a major por-
caõ AC em M, seg.do a mesa e extrema rezaõ, e do mesmo
modo MB, em C ficando MC o menor Segm.to; e se de AM,
tirarmos outra vez AN, igual com MC, ficara tambem de-
vidida seg.do a mesa e extrema rezaõ como tambem a porcaõ
NC, no p.to M; e asim [illegible] cortando seme
lhante m.te

Fig.ª 82. A.

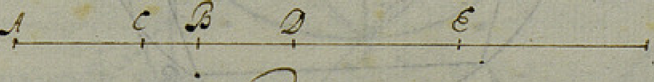


Com mais se forem acrescentando, como por exemplo, esteia

de-

devidida alinha AB, em C, se a toda AB se aiuntar omajor segmento AC, asaber BD, ficara toda AD devidida em B, e se outra vez na linha AD produzida infinita mte se puser DE igual com AB ficara tambem toda AE devidida em D segundo a meya e Extrema rezaõ, sendo AD, omajor, ou em B, sendo omajor segmº BE, easim se hiraõ cortando em infinito no mesmo respeito e proporçaõ.

Figª 82 B.



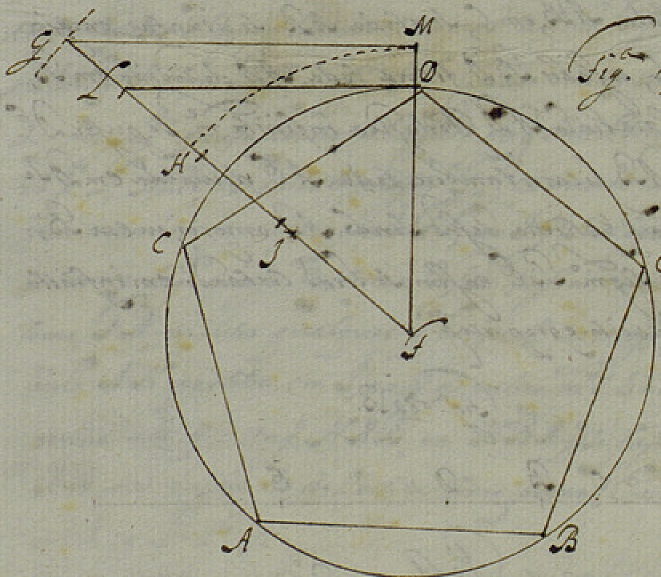
Problema. 2º

Como se formara o pentagono dentro de hum Circulo geometricamente.

1ª praxe

Seja dado o Circulo A, B, C, D, E, no qual se quer dyscrever o pentagono, Lancese hum diametro, ou semediametro FD produzido pª fora do circulo quanto for nesesario, easim outra linha semelhante, qualquer FG q faça angº no centro F, devidase FG de qualquer quantidade segundo a meya, e Extrema rezaõ em H, tomese agora HG, e se ponha do Centro F athe I. e tomese HL igual com HI, e do pº L, ao pº D, se tire alinha LD, e do ptº G se lance huã sua paralela GM, q cortara a produzida FD, no ptº M, e digo q FM sera o lado do pentagono, Equilatero, e Equiangulo.

Fig.ª 82



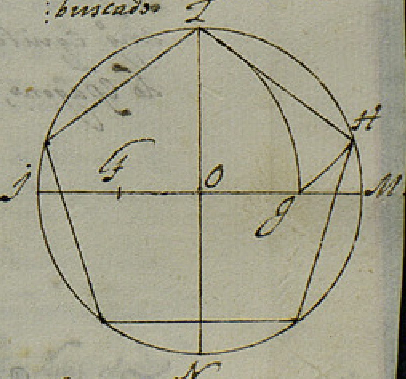
2ª praxe

Seja dado o Circulo A B C D, no qual se quer descrever a fig.ª de 5 lados Regular, ou hum pentagono; tiresse qualqr. linha no Circulo AB, q̃ naõ seja o diametro; e de B pelo Centro E, se tire o diametro B E D. e de D por A, a recta D A F. e tomesse nella A G, igual com ametade de AB. e do p.to G por B se descreva o arco B F. e de A, por F, o arco F H; tomesse na linha AB a porçaõ A I, igual com H B, e do p.to H, a distancia H, e K, igual com I H. tiresse do p.to K ao Centro E, a recta K, E; e de B, huã paralella a esta B L. digo q̃ a linha A L, he igual presisam.te ao Lado do pentagono, descrito dentro do Circulo A B C D. dado; estas duas praxes saõ de invençaõ propria

Fig.a 74.

Outro modo mui facil de descrever o pentag.o dentro de qualq.r circ.o

Dado o circ.o ILMN, se tirem os diametros IM, LN, que se cruzarão no centro O, e logo se parta o semediametro OI em F, com a dist.a FL do p.to F se descreva o arco Lg. e do p.to L se descreva o arco gH; e LH, será o lado do pentag.o buscado.



3.a praxe

Descrever dentro de hum circulo o triang.o, quadrado, pentagono, Exagono, e Decagono, equilateros, e equiangulos.—

He modo cientifico como os mais q̃ temos dado nos poblem.s antecedentes, supposto q̃ por brevid.e, e não ser deste lugar propia m.te, não trazemos as demostraçoens, nestes principios se podem descobrir q.do tratarmos de cousas mais altas q̃ assi fazemos mais dos [illegible] Geometrias praticas, ou q̃ n.do demostrão alguas, e assi as demos por demostradas, at.e sen tempo; e quem quiser ver a prova desta praxe consulte o Alma-

Almagesto no Cap.º 9. do 1.º e Joaõ de Regio monte Insigne Mathematico na 1.ª proposiçaõ do 1.º do seu epitome q̃ procedem na seg.te forma.

Seja o circulo ABCD cujo centro seja M, e diametro BD, de M, se levante a perpendicular MA, devidase o semidiametro MD, pelo meyo no p.to E, e se tire a linha EA, a esta se tome hũa igual EF, e se tire a linha AF, AB, ultimam.te do p.to E tomado no meyo do semidiametro MD, se tire a perpendicular GEC. digo q̃ a linha GEC, he o lado do triang.º equilatero, AB do quadrado, AF do pentagono, MA do exagono, FM do decagono, equilatero, e equiangulos.

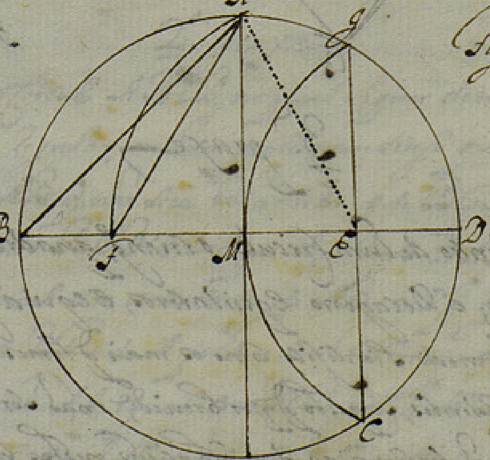


Fig. 75.

Corolario.

Daqui se segue o modo, com q̃ se podemos descrever dentro de hum circulo m.tas fig.as, porq̃ conforme o scolio da 16 do 4.º de

Eu-

Euclides; todos os lados de quaisquer duas fig.as equilateras equian-
gulas, sendo lançados no circ.o, nas diferenças estarão tantos lados da
fig.a q̃ fizer o producto do n.o de seus lados, multiplicado hum p.lo ou-
tro, como la unidade, ou diferença de hũa fig.a em n.o p.a a outra. Si-
gueremos este pensam.to: seje no circ.o AE, FH, GO;

A linha AE seie hum lado da fig.a de 10 lados, AF, seia hum da
fig.a de 6, AH a de 5 lados, AG hum lado do quadrado, AO do
triang.o equilatero; digo q̃ entre o lado AE do decagono, e o lado AF
do hexagono, a saber no arco EF, se desfrenerão 4 lados (por ser ou-
tro tanto a diferença entre a fig.a de 6 a 10 lados) da fig.a de 60,
lados (q̃ he procedida da multiplicação da fig.a de 6 lados p.la de 10)
a sim q̃ devidido o arco EF em 4 p.tes em hũa destas lançando
huma subtença em linha recta de hum p.to a outro p.te será, o la-
do da fig.a de 60 lados, do mesmo modo entre AF da de 6 e
AH lado da fig.a de 5 la hum lado (por ser a diferença so m.

de

de 5, a 6-) da figª de 30 lados) por ser da multiplicacaõ de 5 por 6) ou alternando no arco EH diferença entre o lado da figª de 10 lados, e da de 5; la 5 lados da figª de 50 lados, gerados da multiplicacaõ de 5 por 10; asim q sendo devidido o arco EH, em 5 p.tes lũma destas subtende o lado, da figª de 50 lados; e o arco HG entre os lados das figas de 5 e 4 lados, lavera 1 lado, (por ser a diferença este nº) da figª de 20 lados, ou alternando no arco EG entre os lados das figas 10 e 4 lados, lavera 6 lados (tanto como a diferença de 10 a 4-) da figª de 40 lados, produto de 4 por 10 (e asi com outros lados alternos, e no arco G,O, lavera 1 lado) por ser a diferença entre a de 4 e 3 lados 1; da figª de 12 lados, e asi de m.tas.

Tambem p. o corolario do Cap.º 4.º problem. 1.º deste Lº se podem construir m.tas figas geometricas m.te dentro de lum circº; porq sendo dada qualquer figª, se dara outra de dobrados lados, porq devidindo p.lo mejo o arco q subtende o lado da figª dada, se acomodaraõ no dito arco dois lados da figª q se pertende, como por exemplo, seje dado o exagono ABCDEF feito dentro de lum circº, do qual devidindo o arco AB p.lo mejo, conforme o problem. 1º do Cap.º 4. em o p.to + seraõ as linhas A+, B+, dois lados do duodecagono, e devidindo outra vez o arco A+ p.lo mejo, seg.do o mesmo problem. no p.to G. sera a linha AG, ou +G, q subtende qualquer destes dois arcos dois lados da figª de 24 lados, e asim por diante em proporcaõ dupla, a 48, e 96. &.ª; e se for no circulo descrito,

lum

hum octogono, se descreverá da mesma man.ra a de 16, 32, 64, e 128 lados na proporsaõ dupla, porque da mesma sorte podemos devidir hum arco, conforme o que temos dito no corolar. do problem. 1º Cap. 4º.

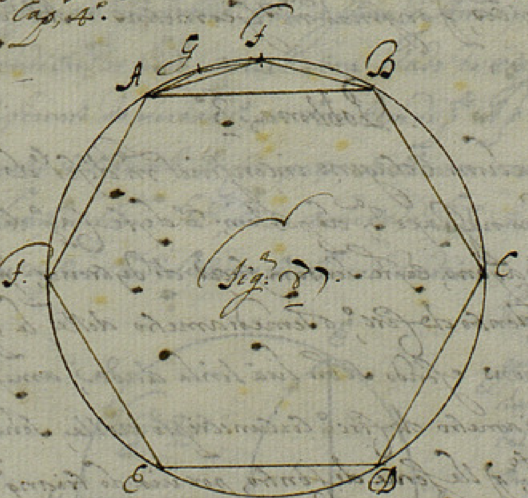


Fig. 2ª

Para se descrever scientifica m.te e geometrica m.te o octogono, e enneagono, de iguais Ang.os e lados, e outras fig.as de nº impar, se naõ tem achado modo athe o presente, suposto que se tenhaõ ja descuberto, o triang.º, pentagono, e fig. de 15 lados que saõ deste nº impar. toda via para se fazerem as outras do mesmo nº, como 7, 9, 11, &c.ª, naõ ha modo sem que de sua construcaõ resultem ficarem insensivel.te differente da verdade, e que com o compaço senaõ conhece erro, em m.tos dellos, ha tambem dois modos, que posto que na construcaõ saõ mecanicos, ficaõ verdadeira m.te descritos os lados de qualquer fig.a regular, ou seia dentro de hum circ.º ou sobre qualquer linha dada. Adiante daremos modo propis, q̃ se faserem todos dentro ou fora do circ.º sem ser por via mecanica; mas primr.º q̃ diga o modo como procedo na sua construcaõ, quero por dar noticias tratar primeiro dos modos q̃ ha mecanicos, q̃ ensinaõ m.tos Geometras e A.A. da fortificacaõ

Poblema 3.º

Como se fara hum octagono incensivel m.te difer.te do verdadr.º

Como na prop.e 3.ª do poblem. 2.º deste Cap.º temos tratado ia do Epagono, este ser tam facil de descrever, porq̃ querendo faser dentro do circ.º o semediametro delle, he o precisso lado do Epagono, e sendo sobre hua linha dada, a mesma linha he o semediametro do circ.º circunscripto a elle, sendo prim.ro achado o p.to, q̃ lhe serve de centro, por via do triang.º equilatero, conforme havemos ensinado no poblem. 2.º Cap.º 4. a sim q̃ naõ traremos desta fig.ª poblema particular. e neste descrevamos o octagono, seg.te fig.ª na ordem natural.

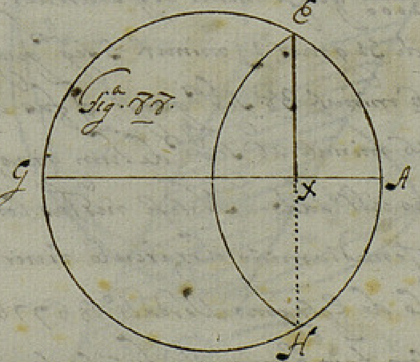
Carlos Mariano escreveo todo hum livro, so da invencaõ do lado do octagono, porem naõ achou sientifico m.te o verdadr.º como bem mostra o P.e Clavio, na proposicaõ 39 do 8 de sua Geometria pratica, nem menos Francisco Frusate, por outro modo q̃ inventou, mas todos saõ insensivel m.te diferentes do verdadr.º com tudo os naõ trasemos, por terem dificil a construcaõ, so m.te darei o modo de Alberto dureiro, q̃ trás no L.º 2.º de suas instrucoins geometricas, he o lado q̃ por este modo se acha, com m.ta mais facilidade

he

he justamente igual, ao de Carlos Mariano.

Descrito o circulo AEGH, se lance o diametro GA, e com o mesmo intervallo do compasso com que se descreveo o circulo, se tome o arco AE (que he a 6.ª parte do circulo como assima disemos); e do ponto E, se lance a perpendicular EX, a qual sera o lado do Eptagono incensivelmente diferente do verdadeiro; ou tambem do ponto A para hua e outra parte, com o mesmo intervallo do compasso, se tomem os arcos AE, AH, e se lance a linha EH, cuia ametade EX, sera o lado do Eptagono, incensivelmente diferente do verdadeiro.

Para se formar o Eptagono sobre hua linha dada. Se partira a tal linha em 13 partes e com 15 dellas se fara o triangulo Isoceles, e o ponto angular ao lado sera centro do circulo que em si inclua a tal figura



Corolario.

Colhece daqui, e do que lancemos dito no Corolario e problema 3.º do Cap. 4.º que a metade do lado do triangulo equilatero, he com pouca diferença o lado do Eptagono. mas vejamos a diferença por numeros. o angulo do centro do Eptagono he de 51 graos, 25 minut. 43 segundos quasi, (como adiante se sabera) do qual a metade, he 25 graos, 42 minut. 51 segundos 30 terceiros quasi, de cujo arco he o seno recto o numero 43388,41.

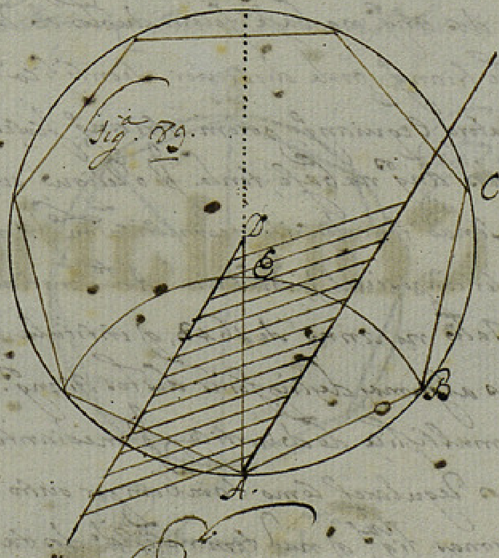
cujo

cujo dobro he 86776,82. estas serão as p.tes quasi q̃ tem o uerdad.o
lado do Eptagono, pondo q̃ o diametro do Circ.o AG contem 20000000
de p.tes inquirase agora o lado do triang.o ou linha EH, da qual
EX, sua ametade he sseno de 60 graos, por tanto ser o arco AE,
ametade de seu ang.o do Centro, e assi sera EX, o sseno de 60
graos q̃ he o n.o 8660254. esta he a quantid.e do lado da fig.a
de Mariano; o qual n.o he menor do q̃ a uerdad.a quantid.e do lado,
achado 86776,82. do qual sendo tirado o q̃ por sua constru-
ção resulta a saber 8660254. restarão 17428. q̃ ualem
$\frac{0017428}{100000000}$, q̃ são $\frac{2}{1000}$ quasi menor do q̃ o uerdadr.o; e assi lhe saliria
o ang.o do Centro de 51 graos, 29 minut. 5 seg.dos quasi, menor do
q̃ o uerdad.o por 6 minut. 38 seg.dos quasi, q̃ fas de erro no fim
dos 7 lados por 46 minut. 26 seg.dos de hum grao, e tanto lhe
falta p.a fechar no ult.o lado. Notese nestas contas q̃ se se-
gue dellas q̃ se o semediametro do Circulo tiver 10000000,
de p.tes tera o lado do Eptagono verdad.o 86776,82 p.tes, e o do
triang.o equilatero tambem nelle dyscrito tera 17320508 $\frac{3}{5}$
(o q̃ melhor se vera adiante na taboada n.o 1.o) portanto tem o
semediametro do Circ.o ao lado do Eptagono a proporção como,
de 15 p.a 13, quasi logo se obrara p.a achar o lado do Eptagono
insensivel m.te tambem diferente do verdadr.o p.lo modo seg.te

Seja dado o Circ.o ABC, dentro do qual se quer dyscreuer
o Eptagono, deuidase o semediametro AD em 15 p.tes iguais, pello
problem. 6.o cap. 3.o e destas se tomem 13. a saber AO. esta
medida sera o lado do Eptagono, q̃ sendo posto no Circulo

e

Como AB, BC. &c. ficara descrito tambem insensivelm.te diferente do verdadr.o e tambem menor, mas mais ajustado q̃ o sobre dt.o porq̃ lhe sae nesta forma o ang.o do centro de 51 graos 21 minutos 49 seg.dos quasi, q̃ difere do verdadr.o por 3 minutos, 54 seg.dos cousa insensivel na pratica, pois não chega a mejo grao no ult.o lado.



Escolio.

Oroncio fineo, intentou achar o lado do Eptagono, ou de qual quer outro fig.a dentro ou fora do circ.o por mejo de hum triang.o Isoceles, do qual cada hum dos ang.os na base tivesse p.a o oposto a ella, a proporção buscada, casi seria de geometrica m.te tivesse achado a construcção de tal triang.o, porem aq̃ elle traz he falsa, como o mostra, no cap.o 14, o doutissimo, e agudissimo Pedro Nunes nosso portugues q̃ foi Cosmographo mor de

Por-

Portugal, nos tempos do serenissimo Rej D. João o 3.º e de cu-
bos incomios limitados la todo concarecfim, emerecido vene-
raças como o tratas calegaõ os A. estrangeiros de todas as
nações de Europa: asi q atle hoie, se naõ tem tambem a-
clado a construcaõ do tal triang.º, porq Euclides lhe tras na
proposicaõ 10 do 4.º o modo de faser o triang.º Isoscely, do qual
cada hum dos ang.os na base, forem duplos do deligno, e por
mejo deste triang.º pode dyscrever sientifica.te o pentago-
no Equilatero, e equiang.º; porem o triang.º Isoscely, do qual ca-
da hum dos ang.os na base, tenha p.ª o deligno outra qualquer
proporcaõ se naõ tem dyscrito geometrica.te, antes Kepleuro
tem p. si ser imposiuel; toda via Ant.º Santino, em hum li-
vro comq salio no anno de 1642, q intitula apendix inclu-
nota, tras algumas dyscripsoins destes triang.os em q o ang.º da
base seie multiplica do do vertice, p.ª mediante elles dyscrever
os poligonos regulares, como tambem por outro modo q tras,
p.ª as mesmas fig.ras q naõ tem necessid.e dos tais triang.os, e
quer q estas sejaõ geometricas, o q agora naõ poso examinar,
e ser coisa de enfado, aos principiantes, escreuerem, o q ain-
da naõ podem entender, mas falsolemos q tiuerem mais cla-
resa na materia; e por hora basta traser em linhas a cons-
trucaõ q fas p.ª formar todas as fig.as dentro de hum circulo
ou seja geometrica ou com insensiuel diferença na pra-
tica, como se vera adiante no 1.º poblem. do cap.º seguinte

Poblema. 4.º

Como

Como se discreverá o Octogono dentro de hum circulo geome-
tricamente.

Seia dado o circ.o ABCD, este se devida em 4 quadrantes, co-
mo fisemos no poblema 2.o Cap.o 5.o feito isto se devida cada
quadrante (e basta hum só) pello meio como disemos no poblem.
1.o do Cap.o 4.o no p.to E, e tirando os lados AE, EB, &c. fica
ra formado o Octogono, como se ve na fig.a e assim em outras
de n.o par.

Fig. 90

Poblema 5.o

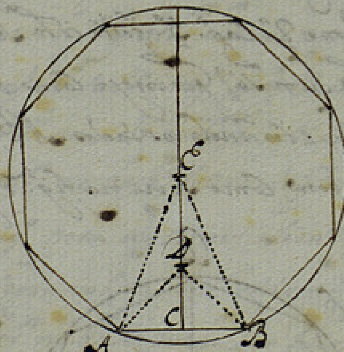
Como se fará o Octogono sobre hua linha dada geometricam.te

Seia dada a linha AB, esta se parta pello meio em C
e de C se levante hua prependicular indifinita CE, nela se
tome CD igual com AC, ou CB a metade da linha dada,
e pondo o pe do compasso em D e tomando a distancia DA,
ou DB, se ponha de D na prependicular q chegará ao p.to E,
e tomando a distancia EA, mudando o compasso a E, ou
EB sua igual, se descreva pellos extremos da linha dada

A,

AB hum circ.º e neste circ.º sera a linha dada AB o lado do Octogono, q̃ se discara como se ve na fig.ª

fig.ª 21.



Corolario.

Colhece daqui q̃ o triang.º ACB, Isoceles, o ang.º A, ou B na base he a mesma, o ang.º C, ou esta a 3.ª p.te dos dous em soma A e B.

Problema. 6.º

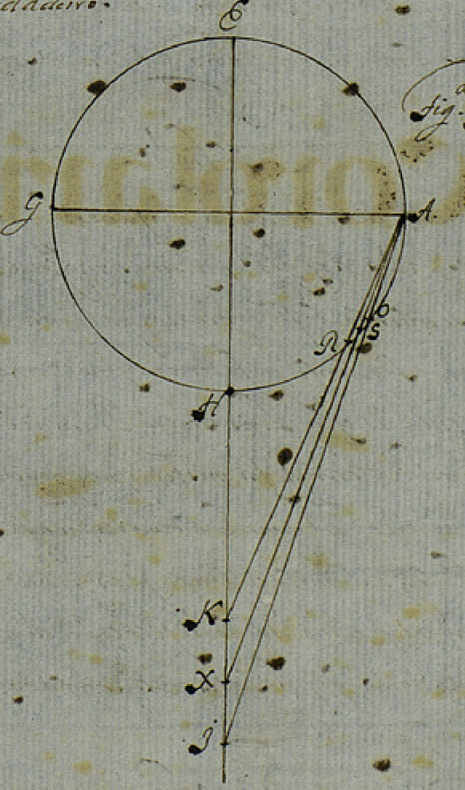
Como se fara o Enneagono, dentro de hum circ.º insensivel m.te diferente do verdadr.º

1.ª praxe

Seja o circ.º dado ACGH, este se cruse em ang.º recto com os diametros AG, CH, e do p.to A se alcomodem no circ.º dois lados de fig.as proximas aquela q̃ queremos faser, a saber hum lado, da fig.ª proxima m.te major, e outra menor, como por exemplo, querendo faser o Enneagono alcomodaremos o lado AC q̃ he a fig.ª de 10 lados proxima m.te major, q̃ se podera achar,

q̃ se

Pello q̃ ensinamos na 3ª praxe do problema 2º deste Capº faça a figª de 9 lados q̃ queremos fazer, e depois acomodaremos o lado AR da figª de 8 lados q̃ lhe a sua proxima menor, e se podera achar pello problema 4, antecedente q̃ estes dois lados se continuem até q̃ se cortem, com o diametro HE, produsido nos pontos K e J. devidace a porção KJ pello meyo no ponto X, e se tire a linha XSA, e a parte SA q̃ cahe dentro do circº sera o lado do Enneagono, insensivel mte diferente do verdadeiro.



Figª 9ª

Para hum decagono, e outros do nº impar, se obrara do mesmo modo tomando o proximo mayor, e o proximo menor, e praxe que tras

Sa-

Samuel Marolois na traducção e tabóada 13. figª 135, e 137, de sua Geometria, porem com tão escuro e breve methodo, que por elle apenas se percebe o que quer diser, antes asima mais a confusão do que a Exprime, por palavras significativas de seu conceito; em tanto que se a brevidade da lição dera lugar, o mereceria de Exa-minar a injustiça com que se lhe deu o titulo dos Geometras de seu tempo, mayor mente quando como qualquer pecador foi digno tambem notado, por Alberto Gerardo, que lhe ajuntou alguãs adiçoins; mas não convem por agora e ficara para seu tempo.

Escholio.

O modo sobredito de Marolois, he enfadonho, por ser nesesario buscar primeiro os lados das figuras proximas mayor, e menor, ao numero dos lados da que se entenda faser, nem tem galantaria alguã; pelo que tirei a praxe seguinte para faser o mesmo Enneagono, a qual inventou meu Mestre Luis Serrão Pimentel, Cosmographo mor, e Engenheiro mor que foi neste reino; pequeno premio para o que meresia a sua Ciencia, Engenho, e erudição: e assi se entenda ser, o modo seguinte coisa limitadissima, para as grandiosas que descubrio assi da navegação, como da fortificação e de outras materias que ditou, e imprimio, que por sutis e levantadas, o emortalisão na memoria, e na fama.

Praxe 2.ª

No circulo dado ABCD se lança com semidiametro AE este se departe em 3 partes iguais como temos ensinado no probl.

6.º de Cap.º 3.º e do p.to A com o intervalo FA se corte o circ.º p.ª huma conta p.te nos p.tos BC; e do p.to B, com o mesmo intervalo, se descreve o arco AGF, e do p.to E na 3.ª p.te de AF mais proxima ao centro F, se levante a prependicular EG athe tocar no arco em G, do qual por F, se tire a linha FGD, q̃ cortara o arco AC no p.to D, e tirando a linha DC sera o lado da fig.ª de 9 lados insensivel m.te diferente do verdadeiro.

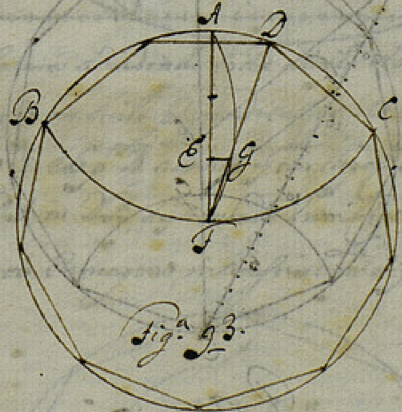


Fig.ª 93.

Praxe 3.ª

Tambem se pode descrever o Enneagono p.lo modo seg.te Seia dado o circ.º ABCD, nelle se lança o diametro AC, e do p.to C se tire hua linha, qualquer indefinita CB, q̃ faça qualquer ang.º C, com o diametro AC: tome-se em CB, de C quaisquer 25 p.tes iguais, e do p.to B, extremo dellas se tire ao centro a linha EB, e a esta se tire outra paralela FG, q̃ saia do p.to F, donde contando de C se terminão 17 p.tes, esta linha cortara o diametro CA em G, e a distancia CG sera o lado do Enneagono, insensivel m.te difer.te

do,

do Verdadr.º a rezão he porq̃ o diametro do Circ.º tem p.ª o lado do Enneagono a proporção q̃ tem o n.º 2000000 p.ª 684040l. que si q̃ se aproxima m.te como de 50 á 17. por onde o lado desta fig.ª he hum ponto mais q̃ a 3.ª p.te do diametro do Circ.º nella circunscripto.

Fig.ª 94

Problema 7.º

Como se fará o Enneagono, sobre hũa linha recta dada in-sensivel m.te diferente do Verdadeiro.

Pelo sobred.º na prax. a cima, se pode tirar o modo de o cons-truir, sobre qualqr linha dada, porq̃ devidindo-a em 17 partes iguais p.lo problem. 6 do Cap.º 3, e destas tomando 25 e com esta medida formando sobre a linha dada hum triang.º Isoceles, e do ang.º q̃ formarem as duas linhas iguais de 25 p.tes cada huma, se descreva o Circ.º com o mesmo intervallo, no qual a linha dada será o lado da fig.ª pertendida q̃ por facil não declaro

ma

maij p.ª Classe d.ª nº 5

Fig.ª 95.

Tambem se fabricará dividindo toda a linha dada como AB em
9 p.tes iguaes, e pondo na linha perpendicular ao meio della CD
11 p.tes daquellas 9, e do p.to D adonde estas chegar será Centro do qual
com o intervallo DA, ou DB, descrevendo hum circ.º nelle será a li-
nha dada lado do Enneagono, insensivel na difer.ça da verdade.

Fig.ª 95. A.

Coro.

Corolario.

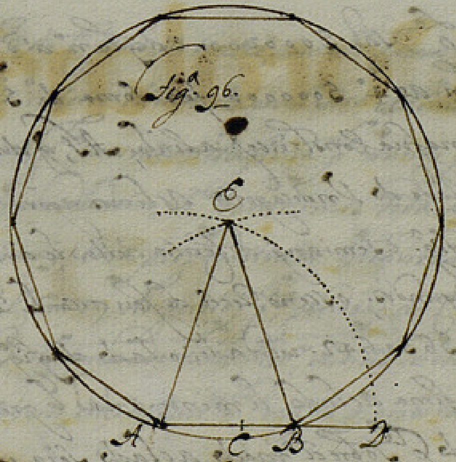
Seguese daqui q̃ o angº DAB, ou ABD, contem o angº deliquo ADB hũa vez e mais $\frac{3}{4}$ proxima m.te

Problema 8.º

Como se descrevera o decagono dentro de hum circulo, é sobre hũa linha dada geometricamente.

Na 3.ª praxe do problem. 2.º deste cap.º temos dado modo geometrico p.ª se construir esta fig.ª dentro do circ.º aqual se podia tambem descrever por via de hum pentagono feito no circulo conforme atras o havemos ensinado, partindo depois o arco q̃ subtende hum de seus lados p.º meyo, e ficaraõ em duas decimas p.tes do circ.º cujas subtencas seraõ tambem lados do decagono geometricam.te asim q̃ neste lugar traçei som.te o modo p.ª se fabricar a mesma fig.ª geometricam.te sobre huma linha dada, o qual he o seguinte.

Seja a linha dada AB, sobre aqual se quer descrever a fig.ª de 10 lados; partase a linha dada, segundo a meya e estrema rezaõ no p.to C, e se produsa a linha AB mais adiante; tomese BD na linha produsida igual com o major segmento CA e tomando entre as pontas do compaço toda a linha AD, asi composta, do ponto A, e do p.to B se descrevaõ arcos q̃ se cruzaraõ em E, e com esta medida do compaço do p.to E se descreva hum circ.º inteiro (q̃ pasará por A, e B) neste sera a linha dada AB hum lado do decagono.



Corolario.

Colhesse do sobred.to q o ang.o EAB, ou EBA, saõ duplos do do vertice AEB, a saber A, ou B de 27 graos, lo ang.o E reliquo de 36 graos.

Problema 9.º

Como se descreuerá o Undecagono, insensivelm.te diferente do Verdadeiro, dentro de hum Circulo dado.

Alberto Durero no l.º 2.º problem. 29, descreve o Undecagono no seg.te modo. Seja dado o Circ.º ABCD, nelle se tire o diametro AC, e se departe em 4 partes iguais, de sorte q seja AE, huã destas partes, q se devidirá em 8 partes iguais, e tomando huã della, se acresente de E athe F e tomando AF, será o lado da fig.a de 11 lados, insensivel m.te diferente do verdadeiro, o q se ve será asim, examinando sua construcçaõ, e como nos le neste modo q a fabricar sobre huã linha a examinaremos naõ se p.e saber sua diferença, mas p.a conseguir o intento.

Supponhamos q o diametro AC tem 2000000 de partes de-

des

destas a 4.ª parte he sao 5000000, e desse n.º a 8.ª parte he 625000

q juntas estas a 4.ª 5000000, faz soma de 5625000; e tan-

tas partes sera na sua construção a linha AE, q dis ser com pouca

diferença o lado do Vndecagono. Achemos agora em n.ºs o verdadeiro

lado desta fig.ª o semiang.º do centro della he de 16 graos, e 21 mi

nutos 49 segundos. o seno recto de seu arco he 2817321, cujo

dobro será 5634642. verdadeiro lado da fig.ª de 11 lados. e

por q o n.º asima achado, he menor, e nao he grande a diferença

digo q o lado q̃ sobre o dito modo achado sera insensivel m.te

menor q o verdadeiro [illegible] $\frac{009642}{1000000}$ [illegible] a menos q̃ hũa

milesima parte q [illegible] se ajunta na pratica, e daqui se

segue o seguinte

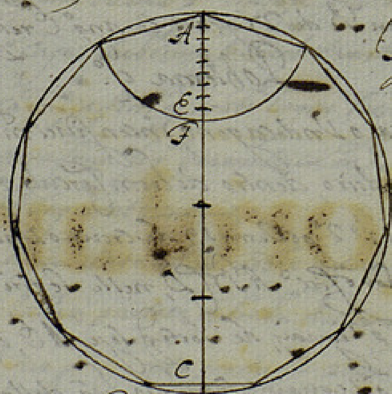


Fig.ª 97

Poblema 19.

Formar o Vndecagono sobre huma linha dado, insensivel mente diferente do Verdadeiro.

Seja a linha dada AB. esta se parta em 9 partes iguaes pelo poblem 6.º do cap.º 3.º e destas se tomem, entre as pontas de hum compasso 16 e com esta medida dos pontos A e B se descrevão dous

arcos,

q se crusem em C, e de C como de centro, com a mesma medida se
descreva hum circ.º inteiro dentro do qual será a linha AB, o la-
do do Vndecagono, q he a mesma ~~milesima~~ parte q menor q o verdadr.º;
e saliria majôr q o verdadeiro, se repartirmos toda a linha dada
AB em 10 p.tes iguais: e na prependicular levantada no mejo,
della D, igual com 17 daquelas p.tes pondoas de C atte D: do
qual por A, e B, descrevendo hum circ.º, dentro delle será AB
lado do Vndecagono, incensivel m.te majôr q o verdadeiro.

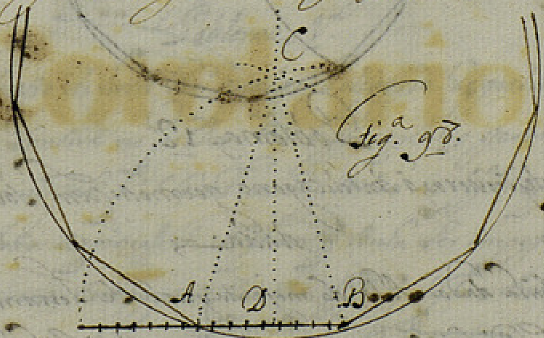


Fig.ª 98.

Corolario.

Colegese logo no triang.º Isoceles ABC os ang.os AB, sobre a base
AB p.a o ang.º C a proporção q tem $4\frac{1}{2}$ p.a dois quasi.

Poblema 11.

Como se formará o duodecagono, dentro de hum circ.º, geome-
tricamente

Seja dado o circ.º ABCD, p.lo centro E se tire o diametro AEB;
e com o intervalo do semidiametro AE, ou EB, do p.to B qualqr,
se corte o circ.º no p.to D. e partindo o arco DB, p.lo mejo em C e ti-

rando

tirando as linhas BC, e CD serão dois lados do duodecagono, e com essa medida, se farão os mais.

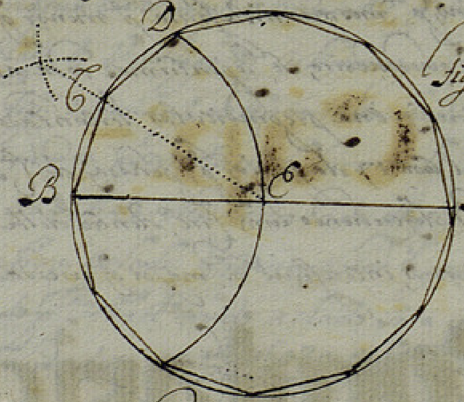


fig. 99

Poblema 12.

Como se descrevera o duodecagono geometricam.te sobre hũa linha dada.

Seja a linha dada AB, do meyo da qual se levante a perpendicular DC indifinita; tome-se com o compasso a linha dada AB, e de B ou de A [illegible] hum [illegible] que corte em a perpendicular no [illegible] na perpendicular, e chegara a C; e de C com o intervallo CA, ou CB se descrevera o circulo dentro do qual sera a linha dada AB, o lado do duodecagono.

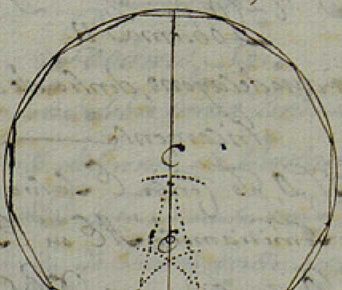


fig.a 100

Corolario.

Collige daqui q̃ qualqr dos Ang.os A, ou B, sobre a base, he duas vezes mayor q̃ o Ang.o C, deligno.

Cap.o 7.

Dos poblemas gerais dos Poligonos.

Poblema 1.o

Descrever dentro de hum Circ.o qualqr Poligono Regular.

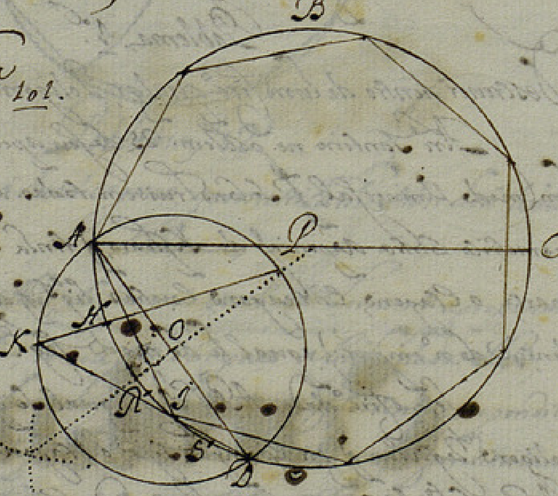
Ant.e Santini no poblem. 25 de seu apendix geometrico, tras hum modo Universal, p.a se construirem todas as fig.as seguer seja geometrico contra a opinião de Kpleuro, q̃ tinha ser impossivel formar-se o Eptagono, Enneagono, e outras fig.as q̃ destas tem dependencia do n.o impar. O qual he do modo seg.te

Seja o Circ.o dado ABCD, no qual se quer descrever hum poligono Regular q̃ por exempl. seja o Eptagono. Lance-se o diametro AC, e do p.to A com qualqr abertura do Compasso, se tomem no semicirc.o tantos p.tes iguais, como he a metade do n.o dos lados da fig.a q̃ se quer descrever. E por q̃ queremos a de 7 lados tomaremos a sua ametade q̃ são tres e meyo a saber, AH, HN, NS, as tres iguais, e mais SD, a metade de huã destas p.tes; advertindo q̃ nunca a abertura do compasso ha de ser tal, q̃ as tres p.tes e meya q̃ com elle se tomarem, inteirem ou excedão o semicirc.o; e do p.to D, se tire a linha DA, e do p.to O tomado no meyo della q̃ tos Cortemos

AD

AD, se dyvida o circ.o A L D K ... o quadrante AL, ou DL, ... se tire a linha LHK, e finalm.te do p.to D a linha DK, q̃ cortará o prim.o circ.o no p.to I, e será a linha AI a 7.a p.te do circ.o ou lado da figura buscada. deve-se tambem advertir q̃ as p.tes tomadas até D, naõ sejaõ taõ pequenas q̃ ... do arco, q̃ subtende o lado, da fig.a buscada porq̃ de outro modo, naõ cortará a linha DK o circ.o em p.te alguma

Fig.a 101



Problema 2.o

Descrever dentro de hum circ.o qualq.r poligono regular, mecanica mas verdadeiramente

Seja o circ.o dado ABCD, o qual se divida em 4 quadrantes, no qual queremos descrever o henneagono por exemplo, divida-se o quadrante AB, em tantas p.tes como saõ em n.o os lados da fig.a por serem q̃ em tantas p.tes se reparta mecanica m.te nos pontos

1,2,3,4,5,6,7,8; e se tire a linha A4; o q̃ se fara por regra geral, tomando sempre 4 daquelas p.tes em q̃ dividirmos o quadrante por serem 4, os q̃ tem todo hum circ.o e assim ficara descuberto o lado A4 do enneagono, e assim de outras fig.as —.

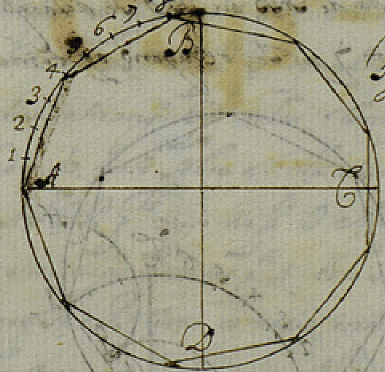


fig. 162.

Poblema 3.°

Descrever sobre huma linha dada qualqr. poligono regular, mecanica, mas verdadeiramente —:

Seja dada a linha AB sobre a qual queremos construir hum Otagono regular; do p.to B extremo da linha dada, com intervalo igual della, se descreva a porsaõ de circ.o ACD, q̃ seje mayor que quadrante, e do p.to B, se levante a prependicular BC p.lo poblem. 5.° do cap.° 3.° devidase agora o quadrante AC, em 7 p.tes iguais, por via do compaço, isto porq̃ queremos fazer a fig.a de 7 lados, q̃ se fora outra qualqr. aviamos devidir o quadrante AC em tantas p.tes como tem de lados a fig.a q̃ se pertende, e portanto p.a o Otagono, seje devidido em 7 p.tes iguais, nos p.tos 1,2,3,4,5,6,C; das quais p.tes tirando sempre por regra geral 4, destas neste caso

3 q̃ seraõ acrescentadas no arco CD, tres do mesmo tamanho das outras p.tos e do p.to D extremo dellas, se tire a linha BD segundo lado da fig.a divide-se p.tos tres p.ta agora; A B e D hum circ.o conforme ensinamos no problem. 12. do Cap.o 3.o e nelle sendo aplicando os lados, com a medida de AB, ou BD, se acharaõ nelle os pertendidos, q̃ na fig.a serem 7 por ser o eptagono, o q̃ tomamos por exemplo.

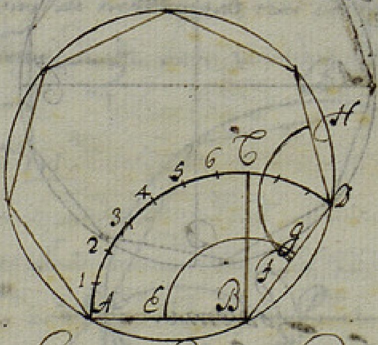


Fig.a 103.

Tambem se podem ir continuando com os lados, descrevendo do p.to B, hum arco CF, com qualqr intervallo, e com o mesmo, outro do p.to D, q̃ seja GH, e tomando o arco CF, se faça com elle igual, o arco GH, e de D por H, se tire o 3.o lado DI, igual tambem com a linha dada AB, e assim se irá continuando, com os mais lados, athe se acabarem; porem o sobre d.o modo he mais facil e menos sogeito aos erros do compasso.

Problema 4.o

Como se descreverá sobre hũa linha dada, qualqr poligono regular insensivel m.te differente do verdadeiro.

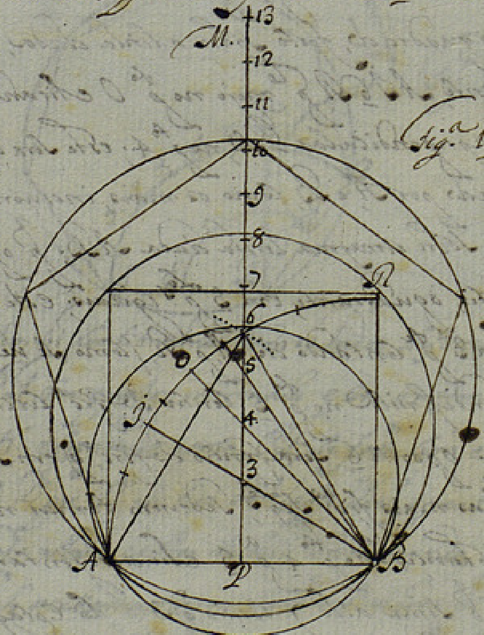
Seja a linha dada AB, do meyo da qual se levante hũa prependicular indifinita, PM, e do p.to B a prependicular BN,

igual

igual com AB, do mesmo pto B por A, se descreva o quadrante
A, O, D, e pasando o pe do compasso ao pto A, se corte com hum arco,
o quadrante no pto 6, e lançando as linhas A6, B6 ficara fa-
bricado o triangº; mas se quisermos achar o circº no qual fica
descrito, corte-se pr meyo no pto I o arco A6 e tirando a linha BI,
cortara a prependicular DM no pto 3, o qual sera o centro do
circº q em si inclue o triangº. E pª achar o centro do circº q em
si encluia o quadrado, feito sobre a linha dada, se devidira to-
do o quadrante A 6 D pr meyo no pto O e tirando a linha B,
O, cortara a prependicular DM no pto 4, este sera o centro do circº
q sendo tirado por A e B, como os mais, incluira dentro, o qua-
drado feito sobre a mesma linha dada AB. Pª o pentagono se
deve repartir o quadrante em 5 ptes iguais e de B se tire hua
linha athe a 3ª pte contando de A pª D, (como se ve da figª), a qual
devidira a indefinita no pto 5, centro do circº circunscripto ao
pentagono. O ponto 6 sera centro do circº q em si inclue o exa-
gono, e pª as mais figªs segtes se devem tomar na linha indi-
finita a distancia do pto 4 ao 5 e hir acresentando esta medi-
da do pto 6 pª sima athe 7 centro q sera do eptagono, e posta
a mesma distancia de 7 athe 8 sera centro do q em si inclue
o octogono, e assi o centro 9 do enneagono, e centro 10 do deca-
gono, e assi das mais.

O modo sobredtº he do Pe Tomaçe q em Badajos en-
sinava fortificação no tempo da nossa guerra proxima, e
posto q tem mta falencia do epagono pª sima nam deixa de ser
ga-

galantaria; e quem quiser fasela mais ajustada, tome na perpendicular indifinita P.M, duas veses a linha dada A.B, q̃ chegará ao ponto M, e departase o espaço M.6 em 7 partes iguais; e estas seiraõ os pontos 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, e daqui p. siria pondo sempre a mesma distancia entre os centros das mais figuras seguintes, enaõ igual com a distancia de 4 athe 5, como asima disemos por elle assi o mandar; q̃ melhor fora a de 5 athe 6.



Figª 104.

Escolio.

Do modo sobre dito me ocorreo outro inda q̃ mecanico, de construirem verdadeiramente todas as figuras regulares sobre huma linha recta dada, o qual modo redusirei a mais facilidade p. q̃ lei de diser adiante no problema 7º praxe 3ª deste

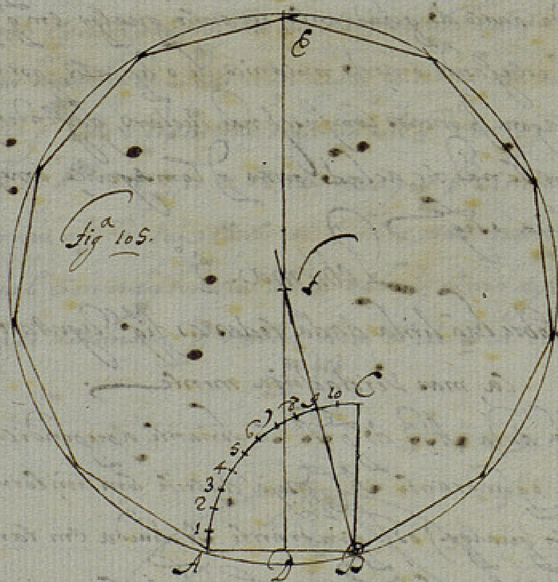
cap.

Cap.º dividindo o arco do quadrante, ou outro qualqr em q.tas p.tes nos forem neses.º escusando o modo mecanico de o repartir, por via do compaso o q agora p.a menos confusaõ naõ declaro, fasendo o p.la via ordinaria, por se naõ ter achado outro q conseguise o mesmo efeito, e asi se veja o seg.te

Problema. 5.º

Descrever sobre hua linha dada, todas as fig.as regulares, mecanica, mas verdadeira mente

Seja a linha dada AB, do p.to B se levante a prependicular BC e se descreva o quadrante AC q seja descrito com o intervalo AB, (ou com outro qualqr.) e este quadrante se divida em tantas partes como sam lados tem a fig.a q quero construir, como por exemplo o Undecagono, e asi dividiremos AC em 11 p.tes iguais; e do meio da linha dada D se levante a prependicular indefinita DE, e do p.to B p.la seg.da divisaõ do quadrante AC contando de C p.a A, se tire a linha BGF q cortará a linha DE no ponto F, e tomando de F como de centro a distancia FA, ou FB sua igual, e com ella descrevendo hum circ.º dentro delle será AB lado do Undecagono, como se ve da fig.a e asi de outra qualqr, de qualqr n.º de lados, advertindo q sempre a linha BGF será tirada nesta construçaõ de fig.as quaisqr, p.la segunda divisaõ do quadrante contando de C p.a A, daquela em q dividimos mecanicam.te o quadrante, no n.º dos lados q queremos fabricar, e asi ficará verdadeira m.te descrita qualqr fig.a regular.



Poblema 6.º

Outro modo mecanico de fabricar todas as fig.as regulares dentro e fora do circulo por via de instrumento.

Este modo he m.to usado dos Engenheiros, assi especulati-nos como praticos p.la m.ta falilidade, nao so p.a descrever qualqr. poli-gono no papel, como p.a os riscar na campanha quando desenhao as fortificaçoins nao so regulares como tambem as irregulares, p.a o q.l usao do instrum.to q. adiante debuxaremos q. chamao Busola, os Castellanos Cantabon, e so aqui poremos o q. fas ao nosso propo-sito q. he hum semicirculo graduado em 180 graos, em q. esta re-partido, conforme se ve da fig.a Este he de latao ou de outro me-tal, e tambem se fasem de lamina, ou de pergaminho, q. como seje sua servientia p.a o papel, basta q. seje de qualqr. materia, so

da

toda uia, os de metal saõ os melhores; estes seruem naõ so p.a o q diremos; mas tambem p.a se conhecer qualqr ang.o ditado no papel os graos q tem; e pelo contrario fazer hum ang.o de quantos graos quisermos, o q serue p.a o nosso intento; porq se fizermos hum ang.o q tenha 120 graos, e do C.to p.a angular descreuermos hum circ.o, o cortaraõ as linhas q formaõ o ang.o na 3.a p.te ficando assi formado o triang.o; e se o ang.o q fizermos tiuer 90 graos, sera o 4.o do circ.o q dele descreuermos formandose assi o quadrado; e se de 72 graos, sera a 5.a p.te de todo o circ.o q esta deuidido ou se imagina por 360 graos. P.a o q he neces.o darmos regra p.a sabermos os ang.os do centro de qualqr fig.a regular, quantos graos tem p.a a fabricarmos.

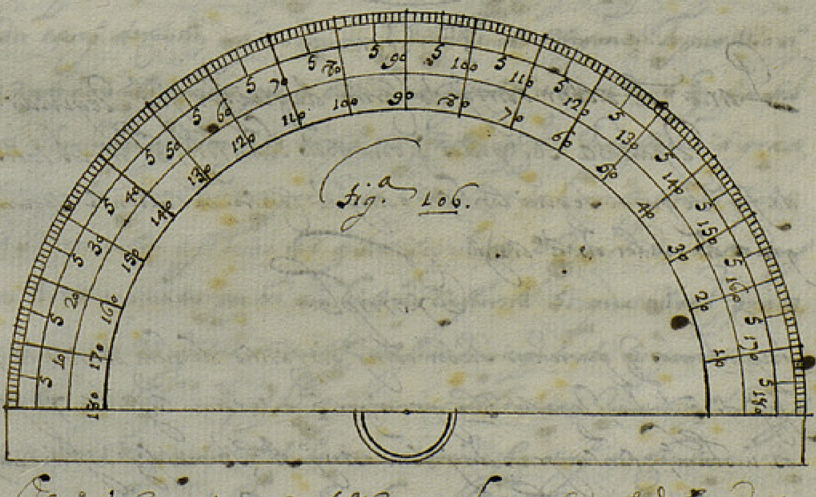
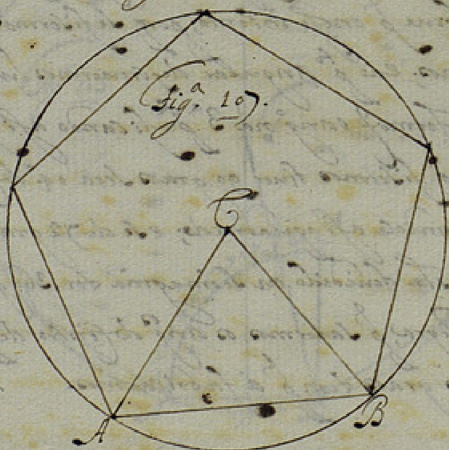


Fig.a 106.

O ang.o do centro de qualqr fig.a regular, he aquele ang.o q formaõ duas linhas, tiradas de dois ang.os chegados, como na fig.a 107, A e B, ao centro da fig.a C; e assim em o centro C se fas o ang.o A C B, q sera de tantos graos, quantos o instrum.to tiuer dentro das duas linhas, q o formaõ

C A.

C A, C B; pondo o Centro do semicirc.o no centro da mesma fig.a ou p.to Angular C. E como estes semidiarios na quantid.e de graos q̃ comprehendem conforme o n.o de seus lados daremos aqui regras p.a se conhecerem.



1.a Regra.

Para se achar o ang.o do Centro de qualqr. fig.a regular.

Repartida a 360 graos q̃ tem todo hum circ.o p.lo n.o dos lados da fig.a de quem se quer conhecer o ang.o do Centro, o cuciente seram graos do valor do d.o ang.o.

Exemplo.

Suponhamos q̃ queremos saber o ang.o do Centro de hum pentagono, fig.a de 5 lados; reparto 360 graos por 5 e sale no cuciente 72 graos justam.te; e tantos graos direi tem o ang.o A C B na fig.a a sima.

Outro Exemplo p.a quando sobra da repartiçaõ.

Mas se quisermos achar o ang.o do Eptagono repartiremos 360 graos por 7. n.o de seus lados, e sahira no cuciente 51 graos, e porq̃ sobeiaõ 3 q̃ saõ $\frac{3}{7}$ de hum grao, p.a sabermos quantos minutos fazem multi-

pli.

multiplicaremos os 3 q̃ sobejaõ por 60 e geraõ 180 q̃ seraõ outra vez partidos por 7 e sahiraõ no cuciente 25 q̃ seraõ minutos; e porq̃ sobejam ainda 5 desta repartiçaõ q̃ saõ $\frac{5}{7}$ de hum minuto p.ª sabermos os segundos q̃ fazem, os multiplicaremos por 60 outra vez e o producto 300 repartiremos por 7 e sahiraõ no cuciente 42 q̃ saõ seg.dos e porq̃ sobejaõ ainda 6 q̃ saõ $\frac{6}{7}$ de hum seg.do se quisermos saber os terceiros q̃ lhe respondem, obraremos do mesmo modo. e assim diremos q̃ o angulo do centro desta fig.ª he de 51 graos 25 minutos 43 segundos quasi, ou 51 graos 25 minutos 42 segundos e $\frac{6}{7}$ de hum segundo q̃ por ellys tomei a hum seg.do e assi se obrará com qualqr outro n.º de lados.

Tambem se pode achar o mesmo repartindo 1296000, seg.dos q̃ tem toda a circunfer.ª p.lo n.º dos lados da fig.ª de q̃ nem quero me dar o ang.º do centro, e seja o mesmo exemplo no eptagono, reparto o n.º 1296000 segundos por 7 e sahe no cuciente 185142. e $\frac{6}{7}$ que saõ os segundos q̃ tem todo o ang.º do centro, q̃ p.ª o reduzirmos a graos, e minutos repartiremos por 60 os 185142, e sahe no cuciente 3085. q̃ saõ minutos, e sobejaõ 42 q̃ saõ segundos; e repartindo outra vez os 3085 minutos por 60 sahiraõ no cuciente 51 que seraõ graos, e sobejaraõ 25 q̃ saõ minutos. e assim direi q̃ he de 51 graos 25 minutos, 42 seg.dos e $\frac{6}{7}$ q̃ he a primeira sobra das repartiçoins, e assi se acharaõ de qualqr n.º de lados o valor de seu ang.º do centro.

Segunda regra p.ª achar o ang.º da circumferencia

Os ang.os da circumferencia saõ aquelles q̃ formaõ os mesmos lados, da fig.ª regular huns com outros, e se achaõ tirando o ang.º do centro da fig.ª achado p.la regra a sima sempre de 180 graos e o resto será

ó

o ang.º da circumferencia.

Exemplo.

Pela regra asima aclamos o ang.º do centro do pentagono ser de 72 graos, estes deminuidos dos 180 graos sempre por regra geral restarão 108, e tantos graos será o ang.º da circumferencia do pentagono. E se quisermos saber o valor do ang.º da circumferª (chamado tambem do poligono) do eptagono, tiraremos do mesmo modo o ang.º do centro q. já dis, como vimos ser de 51 graos 25 minut. 42 seg.dos e $\frac{6}{7}$ de 180 graos; e p.ª se deminuirem os minutos, e seg.dos se tomará de 180 graos, hum grao q. se fasa em minutos q. são 60 e destes outro minuto q. se fará em segundos 60. e ficará hum nº desta sorte, 179 graos 59 minutos 60 seg.dos dos quaes abatidos os 51 graos 25 minutos 42 seg.dos e $\frac{6}{7}$ restarão 128 graos 34 minutos 17 seg.dos e $\frac{1}{7}$; e tantos graos será o ang.º da circumferencia do eptagono, e assi de qualquer outra figª tambem se aclara p.la regra seguinte.

3ª Regra.

Como se aclara o ang.º da circumferª de qualquer poligono.

Do nº dos lados do poligono, ou figª regular de q. se quer saber o ang.º da circumferencia, se tirem dois lados, e o resto se multiplique por 180 graos, e o produto se reparta por todo o nº dos lados da figª, e o quociente será o valor do ang.º pertendido.

Exemplo.

Quero saber o ang.º da circumferencia do pentagono tiro do nº de 5 lados dois, e ficão 3 q. sendo multiplicados por 180 produzem

540.

540. estes se departaõ p.los 5 ang.os da circumfer.a q̃ tem o pentagono, e sahiraõ no cuciente 108, e tantos graos será o ang.o da circumfer.cia do pentagono como atras fica aclamos, e estes tirarmos de 180 graos restaraõ tambem 72 valor de seu ang.o do centro.

2.º Exemplo desta Regra.

Quero aclar o ang.o da circumferencia do eptagono tiro desta fig.a dous lados, e ficaõ 5 q̃ multiplico por 180 e o producto 900 parto por 7 todo o n.º de lados da fig.a e sale no cuciente 128 graos. E porq̃ sobejaõ 4 multiplico estes sobejos por 60, e fasem 240 q̃ torno a partir por 7 e salem 34 q̃ saõ minutos, e porq̃ ainda sobraõ dois por partir multiplicoos outra ves por 60 e geraõ 120 q̃ parto por 7 e vem ao cuciente 17 q̃ saõ segundos, e sobejara ainda 1 q̃ vem a ser $\frac{1}{7}$ de hum seg.do de q̃ naõ faremos caso por sua pouca quantid.e e asim diremos q̃ o ang.o da circumferencia do eptagono he de 128 graos 34 minutos 17 seg.dos e hum setimo q̃ sendo tirados de 180 graos tambem o resto será o ang.o do centro a saber de 51 graos 25 minutos 42 seg.dos e $\frac{6}{7}$ fasendo primeiro os 180 graos, em graos e minutos como fica dito.

E p.a q̃ se saiba com mais facilid.e asi o ang.o do centro como o da circumfer.cia de qualq.r polig.o athe a fig.a de 102 lados sem usarem das regras antecedentes, ponho aqui a taboada seg.te na qual entrando com o n.º dos lados da fig.a de q̃ m enquero saber o ang.o do centro ou da circumfer.a, o q̃ aclaremos na coluna q̃ tem os n.os romanos, e por diante delles na seg.da coluna aclarei os graos, minut. e seg.dos q̃ tem o valor do ang.o do centro daquella fig.a q̃ frontein mostra, o n.º romano da p.te esquerda: e continuando mais adiante na 3.a coluna se aclarà o valor do ang.o da circumfer.cia da mesma

era

e na 4.ª Coluna se achara a quantid.e ou valor do lado della, supondo q̃ o semediametro do Circ.º donde se descreve tem 10000000 de p.tes p.las quais se sabera a proporsão q̃ qualq.r lado da fig.a tem p.ª o semediametro de seu Circ.º; a qual se podem tambem formar todas por n.º fasendo p.lim.º hum p.tes e p.tes iguais, o q̃ tudo adiante mostraremos. E q.m quiser amplear ma is esta taboada o podera faser p.las regras q̃ temos dado.

Exemplo do uso da taboada

Suponhamos q̃ queremos saber o ang.º do Centro ou da Circumfer.ca da fig.a de 72 lados. este n.º buscarei na p.lim.a Coluna da mão esquerda de baxo do tit.º (n.º dos lados dos poligonios regulares) e achandoo, andando p.ª a mão direita p.la regra adiante me porei de baxo do tit.º (angulo do Centro) e ali acharei 5 graos, conforme mostra em sima a mesma Coluna e asim diremos q̃ o ang.º do Centro desta fig.a he de 5 g.os justam.te, e se continuarmos ate a seg.da Coluna, nella encontraremos com o valor do Ang.º da Circumfer.ca 175 graos, conforme mostra o tit.º della. E na outra Coluna seg.te e ultima se achara o n.º 872388, e tan tas p.tes diuer ter o lado desta fig.a de 72 lados, das q̃ o semediametro, do Circulo donde se forma tiver 10000000 de p.tes, e se havera a quantidade do lado da fig.a de 72 lados, p.ª o semediametro do Circulo nella circumscripto como 872388 pera 10000000 ou pe lo contrario se havera o semediametro do Circulo p.ª o lado da fig.a de 72 lados nelle inscripto como 10000000, para 872388. porq̃ estes numeros guardão a mesma proporsão entre si q̃ o lado e semediametro da fig.a e asim de outra qualquer de qualquer numero de lados.

Taboada nº 1.

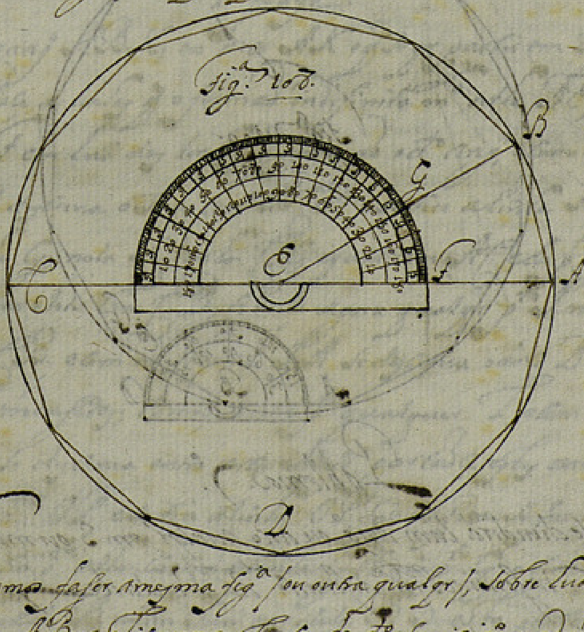
Nº dos lados dos Poligonos Regulares	Angulo do Centro			Angulo da Circumferencia			Partes do lado sendo o semediametro 100000,00 Partes
	Gra.	Min.	Seg.	Gra.	Min.	Seg.	Partes
III	120.	00.	00.	60.	00.	00	173205,09
IV	90.	00.	00.	90.	00.	00	141421,36
V	72.	00.	00.	108.	00.	00.	117557,04
VI	60.	00.	00.	120.	00.	00	100000,00
VII	51.	25.	43.	128.	34.	17	86776,82
VIII	45.	00.	00	135.	00.	00	76536,68
IX	40.	00.	00	140.	00.	00	68404,02
X	36.	00.	00	144.	00.	00	61803,40
XI	32.	43.	38	147.	16.	22	56346,42
XII	30.	00.	00	150.	00.	00	51763,80
XIII	27.	41.	32	152.	18.	28	47863,02
XIV	25.	42.	51	154.	17.	09	44503,56
XV	24.	00.	00	156.	00.	00	41582,34
XVI	22.	30.	00	157.	30.	00	39018,06
XVII	21.	10.	37	158.	49.	23	36750,33
XVIII	20.	00.	00	160.	00.	00	34729,64
XIX	18.	56.	22	161.	03.	38	32903,28
XX	18.	00.	00	162.	00.	00	31286,39
XXI	17.	08.	34	162.	51.	26	29808,31
XXII	16.	21.	49	163.	38.	11	28462,94
XXIII	15.	39.	08	164.	20.	52	27233,46
XXIIII	15.	00.	00	165.	00.	00	26105,24
XXV	14.	24.	00	165.	36.	00	25066,64
XXVI	13.	50.	46	166.	09.	14	24107,25
XXVII	13.	20.	00	166.	40.	00	23218,58.

Nº dos lados dos Poligonos Regulares.	Angulo do Centro			Ang.º da Circumferencia			P.tes do lado sendo o semediametro 10000000 P.tes
	Gra.	Min.	Seg.	Gra.	Min.	Seg.	Partes
XXVIII	12.	51.	26	167.	08.	34	22393,05
XXIX	12.	24.	48	167.	35.	12	21623,02
XXX	12.	00.	00	168.	00.	00	20905,70
XXXI	11.	36.	34	168.	23.	26	20227,65
XXXII	11.	15.	00	168.	45.	00	19603,43
XXXIII	10.	54.	33	169.	05	27	19011,36
XXXIIII	10.	35.	18	169.	24.	42	18453,85
XXXV	10.	17.	09	169.	42.	51	17928,07
XXXVI	10.	00.	00	170.	00.	00	17431,14
XXXVII	9.	43.	47	170.	16.	13	16961,16
XXXVIII	9.	28.	11	170.	31.	49	1690897
XXXIX	9.	13.	51	170.	46.	09	16093,39
XXXX	9.	00	00	171.	00.	00	15691,82
XLI	8.	47.	01	171.	12.	59	15315,26
XLII	8.	34.	17	171.	25.	43	14945,93
XLIII	8.	22.	20	171.	37.	40	14599,30
XLIIII	8.	10.	54	171.	49.	06	14267,59
XLV	8.	00.	00	172.	00.	00	13951,30
XLVI	7.	49	34	172	10.	26	13648,56
XLVII	7.	39	29	172.	20.	31	13355,90
XLVIII	7.	30.	00	172.	30.	00	13080,62
XLIX	7.	30.	49	172.	39.	11	12814,06
L	7.	12.	00	172.	48.	00	12558,10
LI	7.	03.	32	172.	56.	28	12312,31
LII	6.	55.	23	173.	04.	37	12075,67

Nº dos lados dos Poligonos Regulares.	Ang. do Centro.			Ang. da Circumferencia			Q.te dos lados sendo o semediametro, 10000000.
	Gra.	Min.	Seg.	Gra.	Min.	Seg.	Partes.
LIIJ	6.	47.	44	173.	12.	16	118533,5[illegible]
LIV	6.	40.	00	173.	20.	00	11628,96
LV	6.	32.	44	173.	27.	16	11417,9[illegible]
LIV	6.	25.	43	173.	34.	17	11214,[illegible]
LVII	6.	18.	58	173.	41.	02	11018,[illegible]
LVIII	6.	12.	24	173.	47.	36	10827,3[illegible]
LIX	6.	03.	03	173.	56.	57	10555,7[illegible]
LX	6.	00.	00	174.	00.	00	10467,[illegible]
LXI	5.	54.	06	174.	05.	54	10295,[illegible]
LXII	5.	48.	17	174.	11.	43	10126[illegible]
LXIII	5.	42.	51	174.	17.	09	9968[illegible]
LXIV	5.	37.	30	174.	22.	30	9813[illegible]
LXV	5.	32.	18	174.	27.	42	9662,45
LXVI	5.	27.	16	174.	32.	44	9516,1[illegible]
LXVII	5.	22.	23	174.	37.	37	9374[illegible]
LXVIII	5.	17.	39	174.	42.	21	9236,[illegible]
LXIX	5.	13.	03	174.	46.	57	9103,[illegible]
LXX	5.	08.	34	174.	51.	26	8972,[illegible]
LXXI	5.	04.	14	174.	55.	46	8846,[illegible]
LXXII	5.	00.	00	175.	00.	00	8723[illegible]
LXXIII	4.	55.	53	175.	04.	07	8604,[illegible]
LXXIV	4.	51.	24	175.	08.	36	8473,0[illegible]
LXXV	4.	48.	00	175.	12.	00	8375,[illegible]
LXXVI	4.	44.	06	175.	15.	54	8261[illegible]
LXXVII	4.	40.	31	175.	19.	29	8157,8[illegible]

Nº dos lados dos Poligonos regulares.	Ang.º do Centro			Ang.º da Circumferencia.			P.tes do Lado sendo o Semediametro 10000000 P.tes
	Gra.	Min.	Seg.	Gra.	Min.	Seg.	Partes.
LXXVIII	4.	36.	55	175.	23.	05	8052,98
LXXIX	4.	33.	25	175.	26.	35	7975,62
LXXX	4.	30.	00	175.	30.	00	7851,98
LXXXI	4.	26.	47	175.	33.	13	7756,43
LXXXII	4.	23.	31	175.	36.	29	7668,46
LXXXIII	4.	20.	14	175.	39.	46	7568,96
LXXXIV	4.	17.	09	175.	42.	51	7478,42
LXXXV	4.	14.	07	175.	45.	53	7390,27
LXXXVI	4.	11.	10	175.	48.	50	7304,48
LXXXVII	4.	08.	17	175.	51.	43	722[illegible],69
LXXXVIII	4.	05.	27	175.	54.	33	7138,2[illegible]
LXXXIX	4.	02.	42	175.	57.	18	7058,37
XC	4.	00.	00	176.	00.	00	6971,19
XCI	3.	57.	22	176.	02	38	6903,81
XCII	3.	54.	47	176.	05.	13	6828,21
XCIII	3.	52.	16	176.	07.	44	6753,06
XCIV	3.	49.	45	176.	10.	15	6686,70
XCV	3.	47.	22	176.	12.	38	6612,57
XCVI	3.	45.	00	176.	15.	00	6543,81
XCVII	3.	42.	41	176.	17.	19	6476,49
XCVIII	3.	40.	24	176.	19.	36	6409,88
XCIX	3.	38.	11	176.	21.	49	6344,69
C	3.	36.	00	176.	24.	00	6287,46
CI	3.	33.	52	176.	26.	08	6219,79
CII	3.	31.	46	176.	28.	14	615[illegible],11

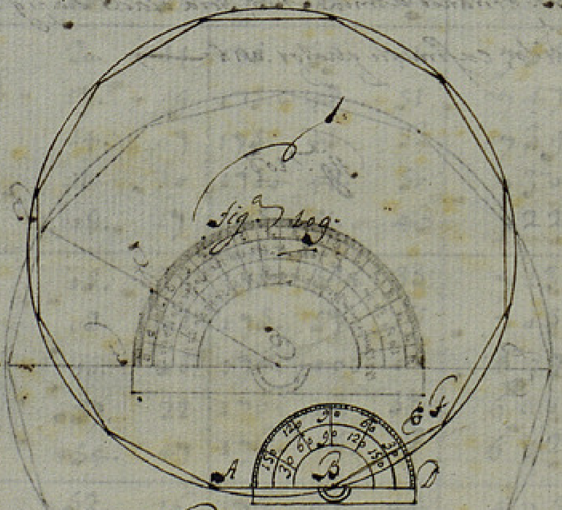
Pois agora com o instrum.to figurado no n.º 106. se fará qualquer fig.ª p.lo modo seg.te. Seja dado o circ.º A B C D dentro do qual quero formar a fig.ª de 12 lados, tiro hum semediametro A C qualquer, e no centro C aplico o centro do semicirc.º graduado, e ajusto seu semediametro F C, com o semidiametro A C, q. lancei; feito isto porej sinal no n.º do grãos do angulo do centro desta fig.ª q. conforme a tabuada e regras dadas serão de 30 graos, e asim se atirará na circumferencia do semicirc.º o n.º 30 graos no p.to G e de C por G tirando outro semidiametro cortará o circ.º em B. e tirando a linha A B, será o lado da fig.ª de 12 lados pertendido, e asim de qualquer outro.



E se quiseramos fazer a mesma fig.ª (ou outra qualquer) sobre hua linha dada como A B, aplicaremos o centro do d.º semicirc.º graduado, a hum dos extremos da linha dada como em B e ajustando o semediametro do semicirc.º D B com a linha dada A B, e contando p.la graduação

do

do instrumento 150 graos (q̃ he o valor dos angºˢ da circumferencia da
figª de 12 lados) virá acabar ornº no pᵗᵒ C, e tirandosse a linha BE
indefinita, se tome nella BF igual com AB, e pᵗᵒˢ tres A B e F, ti-
rando huma circº por maj facilidᵉ conforme o q̃ ensinamos no poblem.
12. do Capº 3º nelle será a linha dada AB, o lado da figª de 12
lados e asim de outro qualqᵉʳ nº usando como fica dᵗᵒ do instrumᵗᵒ,
e pelos angºˢ da circumferᵗᵃ q̃ fiserem as figᵃˢ q̃ se intentaõ formar;
o q̃ por facil naõ necesita de maj escritura.



Poblema 7º

Como se dividirá hum angº ou arco qualqᵉʳ em 3, ou mais pᵗᵉˢ iguais
insensivelmᵗᵉ diferente da Verdade.

Este poblema tão desejado dos Geometras, se naõ podi atégora conse-
guir, por mais q̃ tem trabalhado, tanto q̃ Kleuro diz ser impossi
vel alcançarse por meyos geometricos, por cuja rasaõ se naõ podem

fa-

fazer o eptagono, Eneagono, e outras figuras geometricas m.te q dyto poblema tem dependencia; nem vi q Autor algum traga modo p.a devidir qualqr ang.o ou arco, em 3 ou mays p.tes iguays ainda q insensivel m.te seja diferente da verdade. So m.te Sepeda no seu livro da fortificaçaõ da hum modo de o partir em 3 p.tes iguays no qual ha m.ta falencia; e por isto delle naõ trato; mas traçei huns modos p.a se devidir em 3 outros quays quer p.tes iguays; sebem naõ infalivel no efeito geometrico na construcçaõ he imperceptivel no compaço q nunca me foi possivel alcansar o rrigo geometrico verdadr.o mas so m.te hua confirmaçaõ do dito de Kpleuro. Saõ pois os modos os seguintes, p.a o devidir em 3 p.tes ig.es

1.a praxe

Seja dado o ang.o ABK, ou arco AK q se qr partir em 3 p.tes iguays; produzaõ-se as linhas q o formaõ indefinita m.te athe DE, tome-se qualqr p.to F em hua das linhas q formaõ o d.to ang.o, e com o intervallo FB, se dyscreva o semicirc.o BFA, e se tire a linha AF, produzida athe G; nella se ponha FG igual com AF e do p.to G, se tire GH paralela com FD, tome-se agora qualqr p.to I na linha produzida FB. e com a distancia IA, se dyscreva o arco DE, dentro das linhas produzidas; tome-se outro p.to qualquer L e com a distancia LA, se dyscreva outro arco MN, partaõ-se estes arcos pelo meyo nos p.tos OP. e se tire a linha OP, produzida se for necessario p.a hua, e outra p.te athe cortar a linha GH no p.to G e tirando a linha AG, e di B outra sua paralela BS, esta partira o ang.o ou arco na terça p.te; q sendo tomada em medida devidira o ang.o em 3 p.tes iguays.

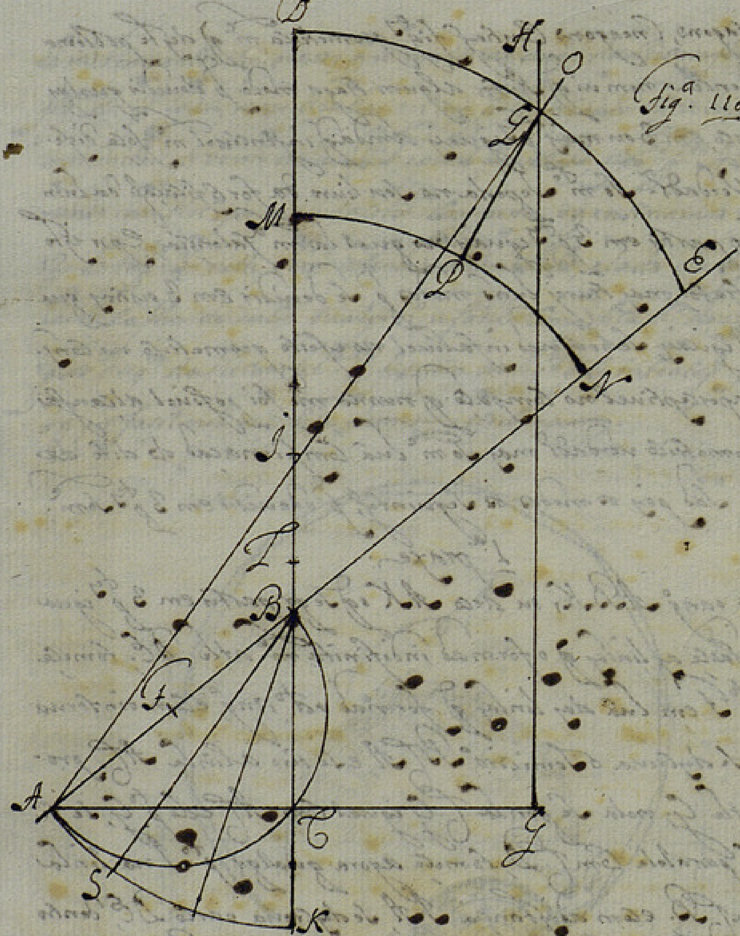


Fig.ª 110

2.ª praxe.

Seie o ang.º dado ABC, do p.to C qualqr. tomado em hua dos linhas q̃ formaõ se levante hua perpendicular indefinita CD. e se produsa a linha BC quanto for necess.º athe E, do p.to B como de centro, se descreva hum arco qualqr. CF, neste se tomem de C quaisquer, 3 p.tos iguais, e seiaõ estes terminados nos p.tos 1, 2, F, de modo q̃ todos

trez

rey Goldado o arco AC do ang.º dado, e do p.to B por aquelas devisoins F, 2, I, se tirem linhas BFD, BAG, B2H, BIJ, athe tocarem a linha CD, somente agora contando tambem de Contras quarzos, 3 p.tos de sorte q nos cheguem a interiar o arco AC do ang.º dado. e feito estas devisoins sinaladas com as letras L, M, N, p.tos p.los quais sejaõ tirados linhas do p.to B q cortaraõ a linha CD, nos p.tos OPG. feito isto do p.to D se tire huã paralela indifinita DR, a linha CE. e nesta se ponhaõ de D os espaços derminados na linha CD q ultima m.te agora asinalamos, asaber a distancia CO igual com DS, CP igual com DK; CG igual com DV, e asim mesmo na linha CE se ponhaõ de C p.to E as distancias primr.º terminadas na linha CD, asaber CX igual com CJ; CY igual com CH; C igual com CD; e se tire a linha CV tomese agora ~~a linha~~ CG ~~q he~~ huã parte da linha ~~propostadas~~ compre hendida entre as duas linhas do ang.º dado, e se ponha nas paralelas DR, CE, do p.to D, e do p.to C e chegara a R, e a Z, e se tire a linha RZ, q cortara a linha CV no p.to b, tirese por este p.to huã linha paralela b, e, a linha DR ou CE, e dos pontos SK, aos pontos XY se tirem as linhas SX, KY q cortaraõ a linha b, e, nos pontos c, d; transfiraõse c, D de C athe G; e, C, de C athe F. e se tirem as linhas GB, FB, e ficara com estas o ang.º ABC ou arco AC devidido em tres partes iguais insensivel m.te diferente da verdade.

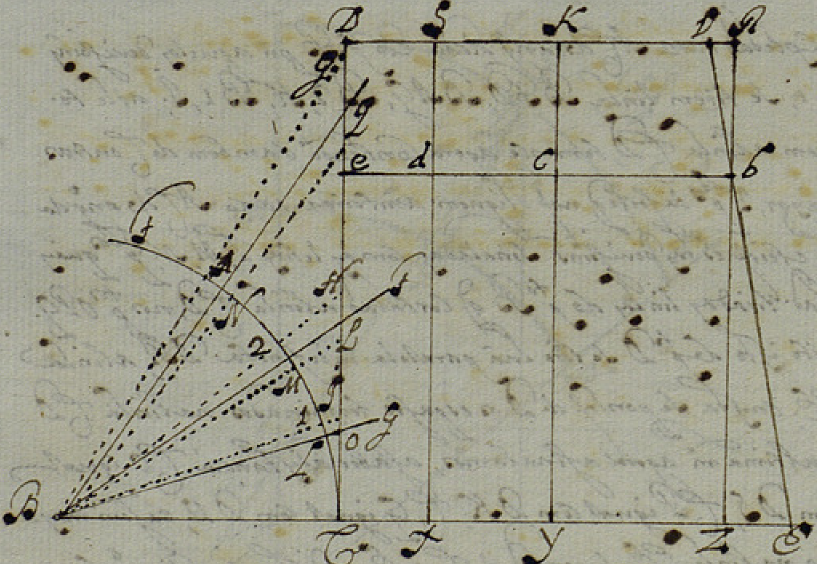


Fig.ª III.

Escolio.

As duas praxes sobreditas servem som.te, p.a quando o ang.o he agudo; a primeira o divide em tres p.tes, esta seg.da praxe se pode dividir em mais de tres p.tes, mas não deixa de ser trabalhosa; e alguã coiza menos exacta do q' a prim.ra; mas se por qualquer dellas quisermos dividir hum ang.o q' seja mayor q' recto se obrará do modo seguinte.

Sendo dado o ang.o obtuso ABT, se partirá o ang.o TBD, q' he o seu complemento p.a o semicirc.o q' suponhamos esta partido no p.to C com a linha CB, em 3 p.tes iguais; com este ang.o;

agudo

agudo assi partido, se diuidirá o ang.o obtuso ABC, descreuen-
do, do p.to B hum semicirc.o e com este interuallo do p.to D se corte
o semicirc.o com hum arco no p.to F, e tomando a distancia FC
que he menos do semidiametro por ser a corda p.te do ang.o agudo, e
posta no arco AC, se acharão tres p.tes supra ditas; e fora precisa
e geometrica a deuisão do ang.o obtuso se ouuera modo p.a o ser tb.e o
agudo.

Fig.a 112.

3.a praxe.

Esta he mais Uniuersal porq serue p.a partir qualqr arco ma-
jor, ou menor q quadrante, ainda q o arco seja semicirc.o ou ma-
jor, ou seja circ.o inteiro, em q.tas p.tes quisermos, ou nos forem pedidas
e he mais facil dq as sobreditas.

Seja dado o ang.o ABC q da mesma sorte se quer
partir em tres p.tes iguais, como a fim dissemos, tomem-se quaisqr
tres p.tos iguais em qualqr arco AC, começando a contar de C que
não cheguem a inteirar o arco AC, e sejão estes p.tes CD, DE, EG;
do p.to B angular com menor interuallo do compasso se descreua
o arco q seja major q o da medida do ang.o, e tomem-se neste arco ou-
tras quais quer tres p.tes q excedão q excedão o arco GC q medio o ang.o

A,

ABC, e sejaõ GL, IZ, TM; feito isto se tirem as linhas M, F, LE, ID e cortará a linha MF a linha AB no p.to N, pelo qual de B se descreva o arco NO, este se cortará com as linhas LE, ID nos p.tos P, e Q, dos quais lançando as linhas PB, QB dividirão o ang.º ABC ou arco dado AC em tres p.tes iguais.

Fig.ª 113

Outro Exemplo

Quero dividir hum arco ou ang.º ABC, ou seja menor que quadrante, quadrante, ou mayor semicirc.º, ou mais que semicirc.º; ou circ.º inteiro, em 5 p.tes iguais; nelle se lance o arco AC, (ou circ.º se o for o que se quer dividir) conto GH, de B centro; e se tome no arco AC começando de C p.a A quaisquer sinco p.tes iguais que naõ cheguem ao p.to A, estas sejaõ 1, 2, 3, 4, 5; e se contem outras quaisquer 5 iguais no arco HG começando tambem da mesma linha angular BC como no outro arco CA,

fisse.

fizemos, a saber de G, de sorte q̃ fecadas o arco G H, e seiaõ estes termi-
nadas com as letras 6, 7, 8, 9, 10. e lançando as linhas 1, 6. e 2, 7. e
3, 8. e 4, 9. e final.te a linha 5, 10. cortara a linha AB no p.to M;
e do B por M descrevendo o arco MD se cortara com as linhas ia
lançadas nos p.tes L, I, G, E, dos quais tirando linhas ao p.to angular
dado B, ficara devidido em 3 p.tes iguais; e assim qualqr arco ou
circ.o N, O, e se o arco dado naõ tiver o centro B ia determinado
se buscara p.lo poblem. 12 do Cap.o 3.o e se obrara como fica d.o tomam
do tantas p.tes nos arcos como p.tes queremos devidir no arco dado;
tomandoas em hum dos arcos por major, e no outro por menor; como
se vem nas fig.as 114 A, B, C, D, e E. q̃ a primr.a he hum quadran-
te, devidido por esta praxe em 5 p.tes iguais. a segunda 114 B hum ar
co major q̃ quadrante devidido nas mesmas p.tes como tambem o se-
micirc.o fig.a 114 C; e a porçaõ major q̃ semicirc.o na fig.a 114 D. e circulo
114 E. nas quais fig.as se ve executada esta praxe.

Fig.a 114.

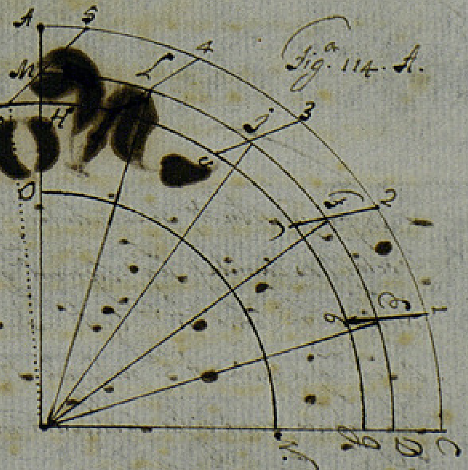


Fig.a 114. A.

Fig.a 114 B.

Fig.a 114 C.

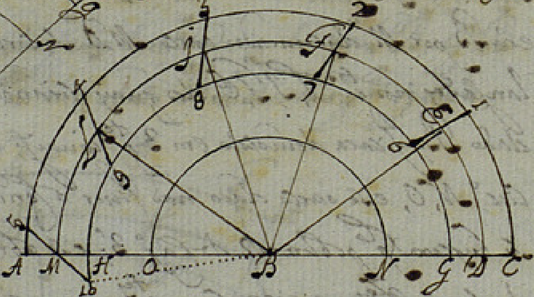


Fig.a 114 D.

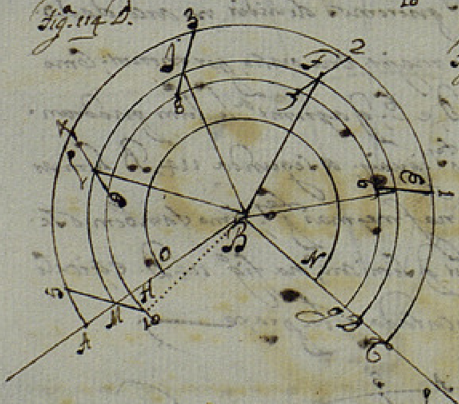
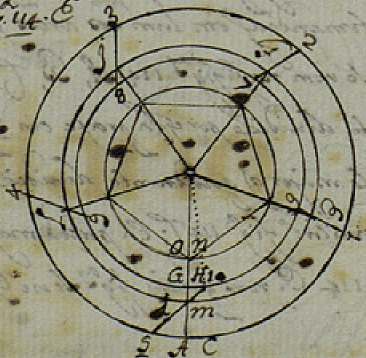


Fig.a 114 E.



Nota.

Na praxe sobredita se ham de ter 3 p.a q̃ as p.tas fiquem mais iguais e exactas as cautelas seg.tes A prim.a q̃ os arcos ou circ.os q̃ descrevemos vo-luntaria m.te como A, G H nao sejaõ m.to distantes, hum do outro; A seg.da q̃ a falta A, S, ou G cesso A, 10. dos p.tos tomados nos arcos, nao seje grande, quero dizer se elegueõ m.to à verdadeira medida, tomando em hum arco mais, e no outro menos. A terceira cautela he, que

nunca

nunca o ang.º S, lo, B se je menor q. deste q. quanto este for mais obtu-
so, tanto mais exactas sahiraõ as p.tes da divisaõ q. se pertende; e com
estas cautelas sahiraõ exactas. E quem quiser q. ainda fiquem melhor, de
parte so m.te, sua ametade ou quarta p.te nas p.tes q. lhe couberem à de
visaõ do todo, q. asim ficaraõ devididos o arco mais presiza m.te q. q.to o
ang.º q. se devide for mais agudo, tanto sera menor o erro; E se quiser-
mos q. a devisaõ saja mais exactissima, tanto q. posamos dizer ser a
devisaõ geometrica (athe gora naõ alcançada) obraremos com as cau-
telas asima, e p.lo modo seg.te.

Seje o ang.º ABC o q. se quer devidir em 3 p.tes (ponho este
caso por menos confusaõ, mas o mesmo se entende na devisaõ de
mais p.tes) o p.to B descrevo dous arcos iguais distantes hum do outro,
conforme as prim.as cautelas asima, estes saõ AF, e GH; q. como
foi q. o da medida do ang.º ABC, descrevendo mais p.a sua contra
p.te contem agora da linha BC p.los arcos CA, GH, tres partes
iguais; as prim.as q. chegem quasi ao p.to A, as segundas p.tes q. ex-
cedaõ pouco o arco GH, e secaõ os extremos destas p.tes os p.tos F e H;
conforme ao preceito da praxe asima, e cautela segunda, e se tire
a linha FH, e as outras linhas de divisaõ adivisas, terminadas
na fig.ª de linhas; feito isto se tomem as mesmas p.tes q. toma-
mos em cada arco, como as q. tomamos no arco CA, q. se contaraõ
de C p.a A, se contem agora ao contrario, de A p.a C q. acabaraõ
tam distantes de C como do p.to A contando-as de C, e o mesmo se
faça no arco GH, e tiradas estas linhas de divisaõ a devisaõ, estas
cortaraõ as prim.as nos p.tos L e G, e tiradas as linhas LB, GB, fi-

caraõ

ficarão dividido o ang.º ABC em 3 partes ou 3 proporcionais apartadas na igualdade. O mesmo se entenda com hum Ang.º mayor, qualquer Semicirculo, ou circ.º na divisão de qualquer n.º de partes iguais.

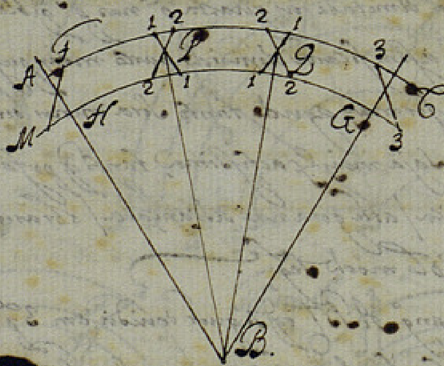


Fig.ª 115.

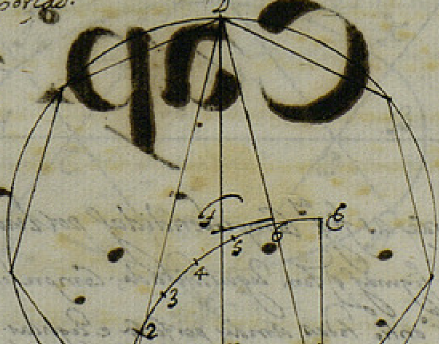
Corolario.

Colhe-se do sobred.º o modo de fazer todas as fig.as regulares dentro de hum circ.º e sobre hua linha dada, porque como temos modo para devidir hum quadrante ou qualquer arco, em quantas partes iguais quisermos, podemos, sem ser por via mecanica formar todas conforme havemos ensinado nos problemas 2.º 3.º e 5.º deste Cap.º devidindo o quadrante nas partes que quisermos iguais, ou logo o circ.º inteiro como vimos na fig.ª 114. E que se pode fazer com mais graças pela nota antecedente. Colhe-se tam bem o modo de fazer hum triang.º Isoceles, que os Ang.s na base sejão multiplices do seu Vertice, pelos quais se podem descrever todas as fig.s sobre hua linha recta dada; como por Exemplo; Quero formar sobre a recta AB, hum triang.º Isoceles que os ang.s na base sejam triplos do do Vertice; do meyo da linha dada AB a saber C, se

levan-

levante, huã prependicular indifinita CD. edo p.to B outra sua paralela, ou tambem perpendicular à dado; e sera BE, edo p.to B com qualqr interualo (q̃ ponhamos ser o da linha dada) se descreua o quadrante AE e porq̃ queremos q̃ os ang.os na baze seiaõ tres uezes o reliquo, e estes sam dois multiplicarmos os dois ang.os por tres, numero da proporçaõ, e fasemos 6 q̃ com 1 q̃ cabe ao reliquo somaõ 7. e em tantas p.tes diuidiremos o quadrante AE, conforme o modo asima [ou p.s metanicos] oq̃ na fig.a se ue por discos ponctuados, e as ditas p.tes seraõ 1, 2, 3, 4, 5, 6, E. e como o ang.o da baze he triplo, e destes sam dois, tomaremos 6 p.tes, e do B p.lo 6 deuisaõ tiraremos a linha B6D q̃ cortara a linha CD no p.to D e do D tirando a linha DA ficara formado o triang.o Isoseles ABD, no qual os ang.os DAB, DBA na baze saõ triplos do do vertice ADB, e assim outros quaisqr, em qualqr pedida proporçaõ.

Fig.a 116.



Atras temos dito q̃ Ozonaõ intentou achar os lados das fig.as regulares, por meio destes triang.os e conseguio, a naõ errar o modo da construcçaõ. Agora como nos fica manifesto, as podemos fabricar todas sobre huã

linha

dado, e ainda q̃ la mesma dentro de hum Circ.º e como temos fabricado lo o triang.º q̃ tenha os ang.º na base triplos do vertice temos descrito o e ptagono como se ve na mesma fig.ª porq̃ partindo a linha DB q̃ meyo com sua plependiculas, esta cortara a linha FD no p.to F, do qual como de centro descrevendo hum circ.º por A ou B extremos da linha dado q̃ pasara tambem por D. dentro deste circ.º sera AB o lado do eptagono presisam.te e se quisermos faser o Eneagono, deviamos fabricar o tri ang.º Isoceles, q̃ os ang.º na base fosem quadruplos do do vertice par tindo o quadrante AC em 9 p.tes iguais, e asim p.ª as outras, tirando sempre a linha AD q̃ la penultima devisão do quadrante AC. isto por regra Universal. e se do p.to B tirarmos outra q̃ la antepenultima lin pasara do centro F na plependicular FD, sem ser neses.º a prependicular do meyo de BD, ou AD, como fisemos no problema 9.º deste Cap.º

Cap.º 8.º

De screvem se as fig.as compreendidas por hua so linha

As figuras q̃ com regularidade compreendidas por hua so linha, e o circ.º entre todas a mais perfeita e regular, a Oval, a Elipse, e a parabola definida la nas definiçoins 20, 21, 22, e 24 do Cap.º 2.º do Circ.º não trataremos do modo de o descrever por sua facilidade, e ser tão comum, mas so m.te dos tres, Oval, Elipse, e parabola

Problema 1.º

Como se descrevera a figura Oval

1ª praxe

Por muitos modos ensinão os Authores q̃ descrevem esta fig.ª e todos por esta ou aquela via se vem a resumir no seguinte. Tire-se huã linha qualquer AB. e n'ella se tomem dois p.tos C e D. e com qualquer abertura do compaço se descrevão dos p.tos C e D arcos p.a huã e outra p.te da linha, q̃ se crusem nos p.tos E F, dos quais por C e D, se tirem linhas indefinitas FCJ, FDK, ECG, EDH; logo com qualquer intervallo mayor q̃ CE dos p.tos F E se descrevão dois arcos athe as linhas indefinitas, estes se vão GH, JK, logo mudando o compaço ao p.to C e delle como de centro com a distancia CJ, ou CG se descreva o arco JAG e pondo o no p.to D, com a mesma abertura se feche a fig.ª ou arco KBH, e ficara descrita geometricamente, e assim q.do quisermos.

2ª praxe

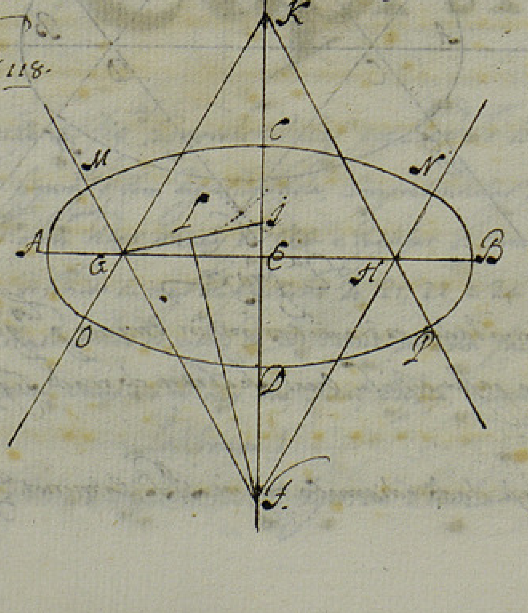
Mas se forem dados os diametros mayor, e menor p.los quais termina damente deva passar a linha Oval, se obrara do modo seg.te q̃ busquei p.a este caso.

Seja dado o diametro mayor AB, e o menor CD, estes se

cru-

Cruzem em angos rectos no pto medio e Centro E, produsase o diametro menor CD indifinitamte p.ª huá e outra pte athe KF, tomenle agora quaisqr dois ptos G e H, igualmte distantes dos extremos do diametro major AB, com tanto q fiquem mais chegados a estes pontos A e B do q he a metade do diametro menor, a saber CE ou DE, tomele agora a distancia AG, ou HB, e se ponha de C athe I, e se tire a linha GI, a qual se parta pello meio com a prependicular LF indifinita, q cortara a linha CF no pto F, e do qual por G e H, se tirem linhas indifinitas, tomele EK, igual com EF, e do pto K por G e H, se tirem outras duas linhas indifinitas, logo dos ptos F e K com a distancia FC ou KD, se descrevas os arcos MCN, ODP, e dos ptos G e H, fechando mais o compasso, se tomara a distancia AG, ou HB, ou qualqr das quatro, MG, GO, HN, HP, q sao todas iguais se descrevao os dois arcos MAO, NBP, e ficara descrita pellos diametros dados AB, CD geometricamte.

Fig.a 118



Corolario.

Collige-se do sobred.to q̃ p.los 4 extremos ABCD, se podem lançar infinitas linhas ovais, todas diferentes humas das outras, assi na superficie q̃ comprehendem, desigual na quantidade, como nas longitudes, das periferias q̃ pasarem p.los d.tos extremos, por quanto se tomarem os p.tos G e H mais proximos ou apartados dos extremos do diametro mayor AB, obrando como fica d.to sahira sempre diversa circumferencia ora mayor e menor conforme os p.tos tomados G e H, forem mais ou menos apartados dos d.tos extremos, como naquelas distancias; AG, HB (q̃ podem ser athe se igualasem com a metade do diametro menor) haja infinitas p.tos, sahiram infinitas as linhas ovais as q̃ pasem p.los mesmos diametros, o q̃ nam pode ser na elipse nem parabola por serem seccoins de hua cousa somente.

3.a praxe.

Porem se quisermos descrever o mesmo ovado, ponteagudo, imitando-o ao rosto humano, ou a sua propia fig.a q̃ tem semellança com a parabola se obrara do modo seguinte.

Em qualquer linha AB, se tomem quais q̃r dois p.tos C, D, e de hum delles com qualq̃r interualo, se descreuam dois arcos, hum p̃ cada banda da linha, e feclando ou abrindo mais o compaso, se descreviam outros dois arcos do outro p.to da mesma sorte q̃ se cruzem nos p.tos EF, dos quais p.los dois p.tos tomados na linha CeD, se tirem 4 linhas indifinitas FCI, FDK, ECG, EDH, e dos p.tos EF, com igual abertura do compaço em qualq̃r medida, se descreviam,

dois

dois arcos, hum de [illegible] 68 [illegible] e [illegible] 68 [illegible] de [illegible] I K
G A [illegible] se descreva o arco I A G,
e de D com a distancia D K ou D H se descreva outro, K B H; e fica
a ponteaguda descrito geometricam.te —

Fig.ª 119.

Escolio.

Posto q̃ na definição 22 do Cap.º 2.º deste l.º tenhamos dito q̃ a linha ou fig.ª oval, se compoem de 4 arcos de dois circ.os cada dois opostos iguais, e q̃ os diametros não so o major e menor, mas tambem os mediocres se partem pello meio no centro, se não deve entender na oval descrita a sima, por quanto nesta segue a naturesa da parabola em se partir pello meio o diametro menor, e todos os mais desigualm.te, so difere em se compor de porçoins de arcos de circ.os / dois de hum circulo igual, iguais entre si; e dois desiguais de dois circ.os não iguais; como se ve na fig.ª sobredit.a / na qual o diametro menor L M so, se parte pello meio no centro N, o q̃ não tem qualquer diametro,

medi:

mediocre, ou intermedio ON. H, ou diametro major ANB. q̃ se cor-
ta com major desigualdade entre elles todos. Cassi aquelles q̃ forem
mais chegados ao diametro major, serão mais desiguais nos semedi
ametros. E p.lo contrario, mais iguais q.to mais se chegarem ao diame
tro menor como na fig.a parabolica.

4.a praxe

Querendo descrever a fig.a sobre d.to, sendo dados o diametro major,
e menor, separados em ang.os rectos de tal modo q̃ o diametro menor,
CB se parta p.lo meio no p.to E com o diametro major AB q̃ se parte
desigualm.te em qualquer proporção pedida AE major q̃ EB. dispos-
tos os diametros, na forma dada ou pedida, se obrará do modo seg.te

Tomese no semediametro [illegible] qualquer p.to I, menos
distante [illegible] do diametro me-
nor, tomese esta distancia [illegible] com o compasso, e se ponha de I até G,
e se tire a linha IG, e do seu p.to medio O, se levante a perpendicular
OH, q̃ cortará [illegible] em H, tomese EH igual com EH, e se tirem
as linhas GI, HI, ponhase o pe do compasso no p.to G e com a dis-
tancia GA, se descreva o arco LAL, dentro das linhas indefinitas:
E mudando o pe do compasso ao p.to H, ou G, com o intervalo HI, ou
GI, se descrevão os arcos LfM, IDM, de linhas ocultas. Tomese
agora huã regoa, e se aplique ao p.to H, ou G, de sorte q̃ nelle fique
firme, e se possa mover como em eixo; e correndo com a regoa p.la li-
nha BE, se hira experimentando com o compasso athe q̃ deixe iguais
as duas linhas BN e ON q̃ forma a regoa, q̃ serão iguais se tirem
as linhas HNO, GN, patente, como tambem os arcos in-

ter-

terminados O.F.L, P.D.I. e ficarà descritto o 4.to extremo A.C.B.D.
na forma pedida ainda q̃ mecanica verdadeiram.te

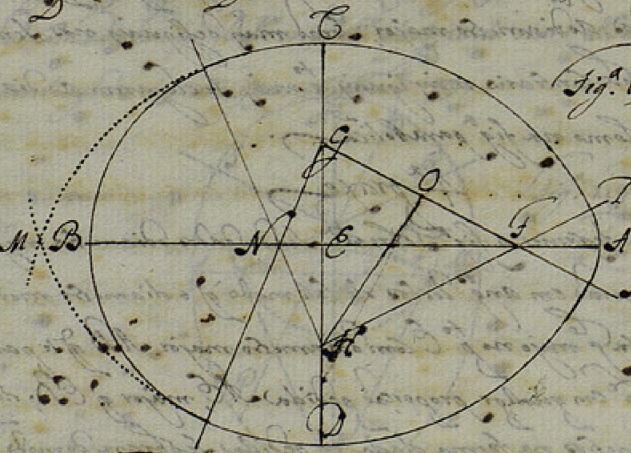


Fig.ª 120.

Corolario.

Tirasse do sobred.to q̃ p.los 4 extremos A.C.B.D. se podem lançar infinitas
linhas Ovais semelhantes ponteagudas, por q̃ o p.to F. pode ser mais ou
menos chegado ao extremo A. sendo todas diferentes na quantidade
longitudinal e superficial na figura.

5.ª praxe

Este modo he geometrico, e serve p.ª lançar a linha Oval pontea-
guda, p.los extremos de quaisquer diametros dados, supondo sua longitud
de q.e seja de forç.ª descritta com 4 semediametros diferentes, cain-
da q̃ o diametro maior se haja de crusar tambem p.lo meyo, como o di-
ametro menor, ou com algua desigualdade dada.

Seje A.B o diametro maior dado. e C.D o menor, estes se
crusem em ang.os rectos, como se pedirem no p.to e Centro E. como se

no

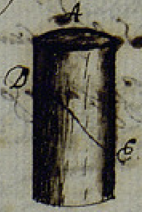
no semediametro CB qualquer pᵗᵒ F menos distante de B do que he o se-
mediametro menor EC, ou ED, tomeise com o compasso a distancia
FB, e se ponha de E athe G tirandose a linha FG, de cujo meyo H se
levante a perpendicular HI, que cortara ED em I, tomese a distancia
EI igual com EL, e do pᵗᵒ F com o intervalo FB, sendo lá tiradas as
linhas indefinitas GFM, IFN, se descreva o arco MBN, e dos
pᵗᵒˢ I e G com o intervalo IN ou GM se descrevão dois arcos C
N, DM, e ficara formada huã ametade desta figª e pª se descrever
a outra se tome outro qualquer pᵗᵒ O distante do pᵗᵒ A mais do que he a
distancia FB, tomese AO, e se transfira de C athe P, e se tire
a linha OP, que se partira pello meyo no pᵗᵒ K, do qual levantada a
perpendicular KG, cortara a linha CD em g, ponhase Cg de E
athe L, e se tirem as linhas gOS, LOT, logo dos pᵗᵒˢ g e L com as
distancias iguais gT, ou LD se descrevão dois arcos TD, SC, e
do pᵗᵒ O com a distancia AO, se descreva o arco SAT, e ficara for-
mada huã figª oval perfeita com 6 arcos de circᵒ passando pellos 4,
pᵗᵒˢ termos determinados ABCD.

Figª 121.

Poble.

Problema 2.º
Como se descreuera a Elipse
1.ª praxe.

A figura Elipsaca, ou Elipsitica, definido no Cap.º 2.º se gera do corte ou secçaõ de hum Cylindro, perfeito circular, com hum plano obliqua mente cortado, como se ve no Cylindro A, q̃ se corta obliqua mente com DE, formandose a Elipse na sua secçaõ DE. tambem se formaõ no corte recto de hum Cylindro inclinado, quando a base delle he hum perfeito circ.º como se ve na fig.ª B, ou quando hum circ.º toca qualqr plano em hum so ponto e de todos os p.tos do d.to circ.º ao plano em q̃ toca cahiem perpendiculares q̃ se terminaraõ no plano, fazendo todos os p.tos extremos das perpendiculares a mesma Elipse ficando assi gerado, como se ve na fig.ª C. e q̃ se descreuer se obrara a seguinte.



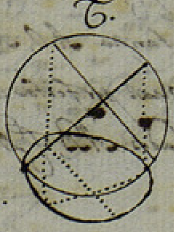


Fig.ª 122.

Seja dado o diametro mayor AB, e menor CD q̃ se cortem pelo meyo em ang.os rectos no centro E. dos quais p.los extremos AB, se descreua o circ.º AF, BG; o qual se reparta em q.tas p.tes iguais quisermos, e seiaõ em 16. a saber, nos p.tos O, P, G, H, R, S, I, V, Z, X, G, Y, V, &, A. pelos quais p.tos se lancem linhas parallelas de huns a outros, a tte o quadrado, circunscripto a este circ.º HIBKGLA, q̃ diuidiraõ hũa das a

meta.

ametades deste quadrado BJ nos pontos ♊ ♋ ♌; e do ponto N
tomado no meyo de BJ se descreva o semicirculo JMB no qual
se ponha BM igual com ametade do diametro menor EC ou
ED, e se tire a linha JM, e dos pontos ♊, ♋, ♌ se tirem as linhas
♊N, ♋ e ♎, ♌ m, paralelas com JM; tome-se agora com o com-
passo adistancia Bm, e se transfira de ♃ a ♂ como mesmo athe
☍. como tambem de ♐ athe ♂ e ☍; e tornando a tomar adis-
tancia B♎ se transfira de ♄ athe ☉ e ♑ e de ☾ athe ☽ e □;
ultimamente se tome adistancia BN e se ponha de ♒ athe ♓,
e athe ☿ e △, ♀ e ✱. e pelos pontos terminados nestas linhas, a sa-
ber, A♂, ☽☿, ☾♀, ☉♂, B☍, ♑✱, D△, □☍ se tire a linha
eliptica, que passará justamente pelos 4 extremos terminados A, B, D.
Ha-se de advertir que como quantos mais pontos se dividir o circulo ABDG mellor,
se descreverá a linha eliptica por que se terminarão mais pontos por don-
de ella passar, pode-se hir lançando de huns e outros seus arcos to-
mando tres pontos mais chegados e lançando por elles os ditos arcos de sorte
que posto que o não sejão como he em pequena quantidade, so na teorica
se conhece adiferença entre os verdadeiros e estes defectuosos.

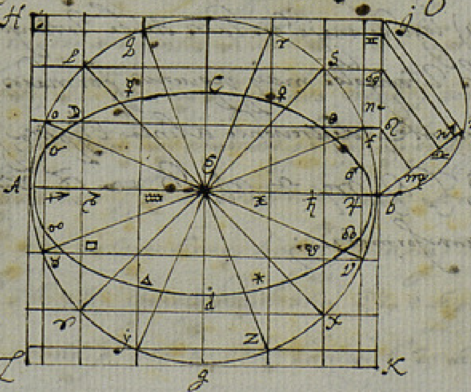


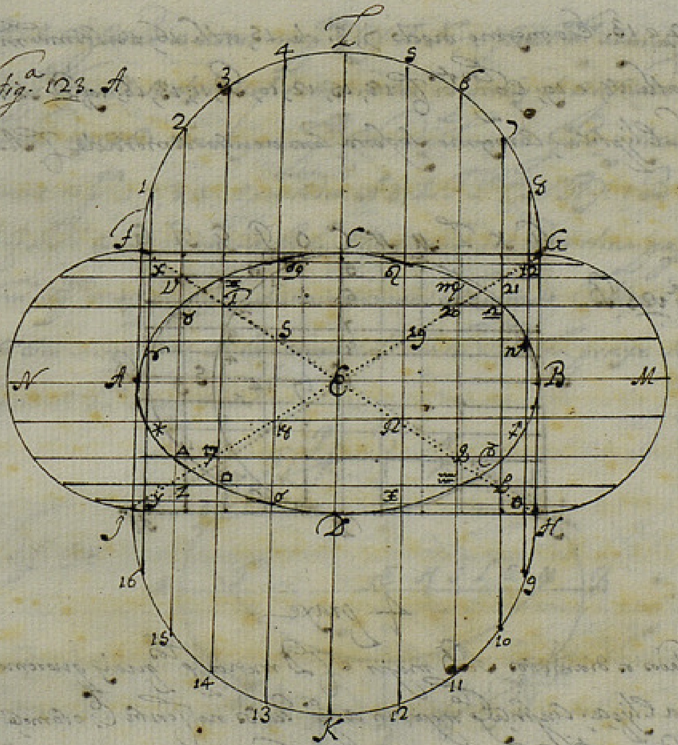
Fig.a 123.

2.a praxe

Sendo dados os diametros major AB, e menor CD, se cruzem p.lo mejo em ang.os rectos, no p.to E, e se acabe o retang.o AF, GH, BH, DI, dos p.tos C e D, A e B; e p.los extremos IG, GH, HI, IF se descrevão os 4 semicirc.os, IFG, GMH, HKI, INF, p.a a p.te de fora do retang.o, q serão cada dois opostos iguais entre si: parta-se agora hum semicirc.o destes, como seu oposto, em quantas p.tes iguais quisermos (tambem se pode fazer em p.tes desiguais) em outras tantas p.tes devidiremos os outros dois semicirc.os destantes, e sejão os p.ros IFG, HKI, devididos em p.tes iguais nos p.tos 1, 2, 3, 4, L, 5, 6, 7, 8, e seg.do seu igual HJK nos p.tos 9, 10, 11, 12, K, 13, 14, 15, 16; e se tirem as linhas 1, 16; 2, 15; 3, 14; 4, 13; LK, 5, 12, 6, 11, 7, 13, 8, 9. estas linhas cortarão as diagonais FH, IG nos p.tos O P Q R E S T V X; e da mesma sorte a outra IG nos p.tos Y Z, 17, 18, C, 19, 20, 21, e 22: e tirando de divisão a divisão destas diagonais ou segundos semicirculos outras linhas q lhe farão em angulos rectos as primeiras devidindo tambem os semicirculos GMH, INF em 10 partes iguais como os primeiros (e assim se forão em partes desiguais tambem ficarão do mesmo modo partidos, o q se pode exprimentar) logo do mejo dos lados deste retangolo como de A, tiremos pelos retangolos mais pequenos, formados com as paralelas diagonalmente, descrevendo a linha elyptica, pelos pontos A, ♈, ♉, ♊, ♋, L, ♌, ♍, ♎, ♏, B, ♐, C, ♑, ♒, ♓, D, ☍, □, △, ✱; e ficara formada.

Sig.e

Fig.ª 123. A



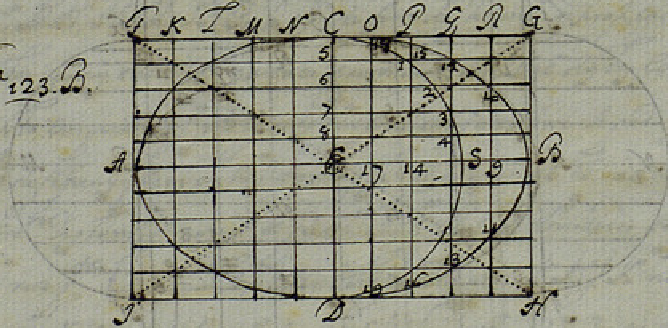
3.ª praxe

Feito hum retang.º F G H I, com os diametros dados A B, C D, se devi-
dão os lados do retang.º em q.tas p.tes quisermos, iguais, ou não iguais, com
as paralelas tiradas dos pontos K L M N, O P, Q R, estas cortando as
diagonais F H, I G em tais p.tos q sendo tiradas por elles linhas corta-
rão os lados G H, F I nas mesmas p.tes iguais ou desiguais, Logo do p.to E
centro, pelos extremos C D do diametro menor, se descreva o semici-
rculo, C S D, q se cortarão com as linhas paralelas nos p.tos 1, 2, 3, 4, 5; e
C E nos p.tos 5, 6, 7, 8; tome-se a distancia 5, 4 e se ponha de 9, athe 10;
e o mesmo se faça a outra p.te athe 11; e a distancia 6, 2, se transfira de S

athe

atte 12, e 13. e do mesmo modo q̃, 3. de 15, atte 16. e ultima m.te q̃ 4. de 17, atte 18, e 19; e p.los p.tos 18, 15, 12, 10, B, 11, 13, 16, 19, D. se tirara a linha elyptica, e o mesmo se fara com a outra a metade q̃ A D.

Fig.ª 123. B.



4.ª praxe

Sejão dados os diametros AB mayor e CD menor pelos quais queremos descrever a elypse. cruzenlhes p.lo meyo em ang.os rectos no centro E, e tome-se AE ou EB. e do p.to C ou D se descreva o arco FM. dividase EM em p.tes q̃ se quisermos iguais, ou desiguais; e sejão em 4 desiguais a saber nos pontos H I L G, tome-se com o compaço a distancia AH. e dos p.tos F e M, se descrevão arcos, 2 p.a cada banda, e fechando o compaço, tomando a distancia HB, dos mesmos p.tos F e M se lancem da mesma sorte 4 arcos q̃ se cruzem com os prim.os nos p.tos N O, P Q, tome-se a distancia AI, e dos p.tos FM, se descrevão outros 4 arcos, 2 p.a cada p.te do diametro mayor, e fechando o compaço e tomando a distancia IB dos mesmos p.tos FM. se cruzem os arcos ia lançados nos p.tos R S T V. e outra vez tomando a distancia AL, e dos p.tos F e M descrevendo 4 arcos, como fizemos asima, tomando LB, e com esta medida, dos mesmos p.tos

F e

F e M, se crusaraõ os arcos nos p.tos X Y Z K; e final m.te com adistançia AG dos p.tos F e M, se dyscreuaõ outros arcos, os quais se crusaraõ com outros arcos descritos dos mesmos p.tos com adistançia GB, e ficaraõ terminados os p.tos 1, 2, 3, 4: e por todos A 3, Z I P C N R X 1 B 2 Y S, O D Q V K 4, se tirara alinha Elyptica q' por todos deue pasar presisa m.te; e q.tos may p.tos destes terminarmos (diuidindo EM em may p.tes) tanto com menos erro, se lançara adita linha. Desta praxe se colhe a seguinte m.to may façil.

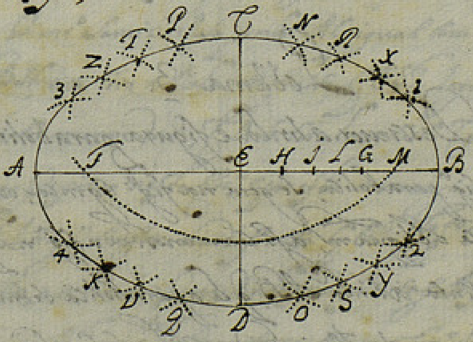


Fig.ª 124

5.ª praxe.

Porem se quisermos lançar adita linha por todos os p.tos presisa e geometricam.te se obrara na forma seg.te: postos os diametros major AB, e menor, CD, em ang.o recto, p.lo mejo em G, se tomara adistançia AG, ou GB, e do p.to C se transfira athe E e F sinalados no diametro major AB, e nestes p.tos EF, se crauem dous pregos, como se uera fig.a logo tomando hum cordel igual com AB, diametro major, se ponha hum de seus extremos no p.to E, o outro em F presos nos pregos. e correndo com outro terceiro Ca-tiolo, assim disposto, estendendoo o possiuel, se hira riscando alinha Elyptica, ACHBILDM, seruando o cordel nos sitios ECF, EHF, EIF

E,

E M I, e a outros infinitos, q̃ todos uaõ terminando p.^{to} por p.^{to} a d.^{ta} linha elyptica. Deste modo usaõ os architetos q̃ formaõ os arcos q̃ chamaõ abatidos.

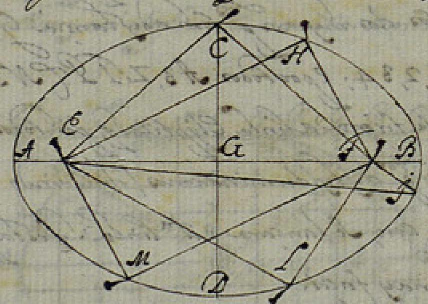


Fig.^{a} 126

Poblema 3.

Descreuer a linha e figura parabolica.

A linha ou fig.^{a} parabolica, se gera na fig.^{a} Conica, ou piramide redonda, cortandose obliquam.^{te}, assi como mostra a fig.^{a}, na qual o plano q̃ a corta, representa a linha AB, q̃ he a parabolica terminada com a superficie conuexa da d.^{ta} piramide. Esta se forma do modo seg.^{te}

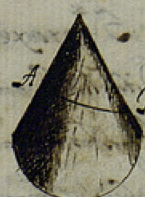


Fig.^{a} 126.

1.^{a} praxe

Seja dado o diametro AB major e CD menor, q̃ se cruzaõ no meyo em E, cortando o diametro major desigualm.^{te} na distancia dada AE, EB. Do p.^{to} A se tira hua linha indifinita, q̃ se estenda p.^{a} hua e outra p.^{te}; e seie FAG, parallela com CD, e do p.^{to} B outra da mesma sorte q̃ seie H, BI, pondose AF, e AG, igual com AE, porçaõ major do diametro,

maxi-

maximo da parabola, e da mesma sorte se tome BH, e BI igual
com BC, a outra menor porçaõ restante; e se produsa a linha AEB in
difinitamente athe K, e pellos pontos I, H, G, I, se tirem duas linhas q̃ se cortaraõ am
bas na indifinita ABK, no ponto K; do qual se tirem duas linhas pellos extre
mos do diametro do diametro menor CD, athe os pontos L M, na linha IAG,
as quais cortaraõ a linha HBI nos pontos O N; parta-se a porçaõ AE pelo
meyo em P, do qual pellos extremos A e E, se descreva hum semicirc.º A
G E; e do mesmo modo de R, tomado no meyo de EB outro para a parte con-
traria BSE; no primeiro semicirc.º se ponha AG igual com AM, e no seg.do
BS igual com BN, e se tire a linha indifinita GES, logo do ponto E pellos
extremos do diametro menor dado CD, se tire hum circ.º CBDS (os pontos
BS ficaõ em lugar proximo a este circ.º e por isto os nomeyo na fig.ª por me
nos confusaõ de letras) cruse-se a indifinita GES pello ponto E com a linha
VX, em ang.os rectos, e se tirem as duas linhas indifinitas AXI, VBI. q̃
cortaraõ a indifinita GS, no ponto 4. reparta-se agora o circ.º feito no diame
tro menor CBDS em q.tas partes quisermos iguais, q̃ quantas mais forem tanto
mais exactamente se lançara a parabola, e supponhamos q̃ o devidimos em
12 partes iguais, cada quadrante em 3, p.a menos confusaõ da fig.ª nos pontos
G, 1, 2, V, 3, 4, 5, 6, 7, X, 8, 9. e se tirem as linhas 2,3. 4.9, 6. 8,7. q̃ cortaraõ
VX nos pontos Y. Z, ɣ, 8. pellos quais do ponto I, se tirem linhas indifinitas q̃ cor
taraõ o diametro mayor AB dado nos pontos ♊, ♌, ♋ ♍; pellos quais pontos se ti-
rem as parallelas ♍ ♋ ♎. ♏ ♋ ♐. ♉ ♌ ♒. ♓ ♊ ♄. e por q.to as linhas
ia tiradas do ponto I cortaraõ as linhas BS, AG nos pontos △, □, ♀, ☽; se
transfiraõ as mesmas partes na linha BO, e AM, pondo S□ igual com
B♃, S△ igual com B♂. G♀ igual com A♀. G☽, igual com

A,

A Θ. e do meymo modo se transferirão p.a ag.te de L, e N. e tiradas as rectas (q) devem ser buscar o p.to K) ♂ Θ. ♃ ♀. e as outras semelhantes da outra p.te se cortarão com as parallelas iá lançadas; e os p.tos dos cortam, A, b, c, C, d, e, B, f, g, h, y, correndo de quadrangulo em quadrang.o diagonalm.te se descreverá a linha parabolica; porq. por estes p.tos deve passar precisa, e geometricam.te, como tudo se ve na fig.a

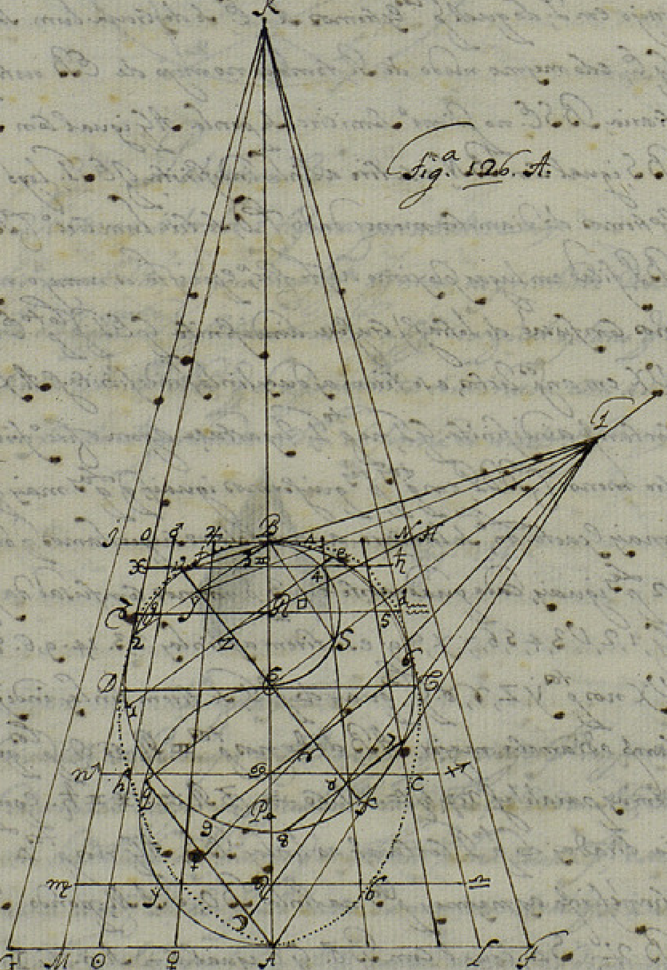


Fig.a 126. A.

2.a praxe.

Tolhe-a da fig.a 127, construida pelo modo sobredito, excepto que em lugar das linhas δ, O, 4, ♀, W, que neste segundo modo saõ escusadas, se tirem pelos pontos sinalados no diametro major AB, asaber ♃ ℛ ℰ ♋ ♂ li-nhas paralelas com I E G, como ♃ 1. ℛ 2. ℰ 3. ♋ 4. ♂ 5. E pondo o com-paço na linha I G e tomando o meyo da linha que passa por qualquer dos pontos do diametro major, e lançando semicirc.os estes terminaraõ as ulti-mas paralelas em os p.tos 1, 2, 3, 4, 5. que sendo mudadas estas distancias as paralelas TS, TD, terminaraõ os p.tos por donde deve passar a mesma parabolica. Tambem no trapesio ABΓ✱, se pode descrever outra parabolica, como se ve na ametade descrita SXG, se bem diferente na proporçaõ na construcçaõ geometrica. Naõ declaro mais este se-gundo modo, por quanto me parece esta manifesto na fig.a, e pelo que descrevemos; de donde os curiosos tendo mais principios, podem des-cubrir varias construcçoins da mesma figura, e juntamente por dar-mos lugar a outros modos mais facis e praticos.

Fig.a 127.

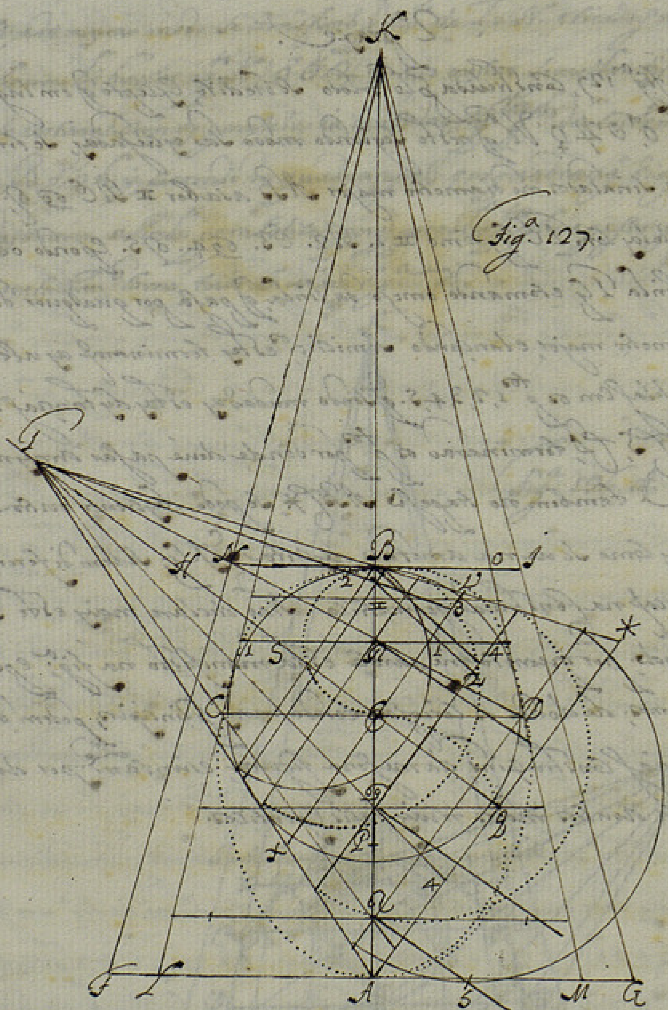


Fig.ª 127.

3.ª praxe.

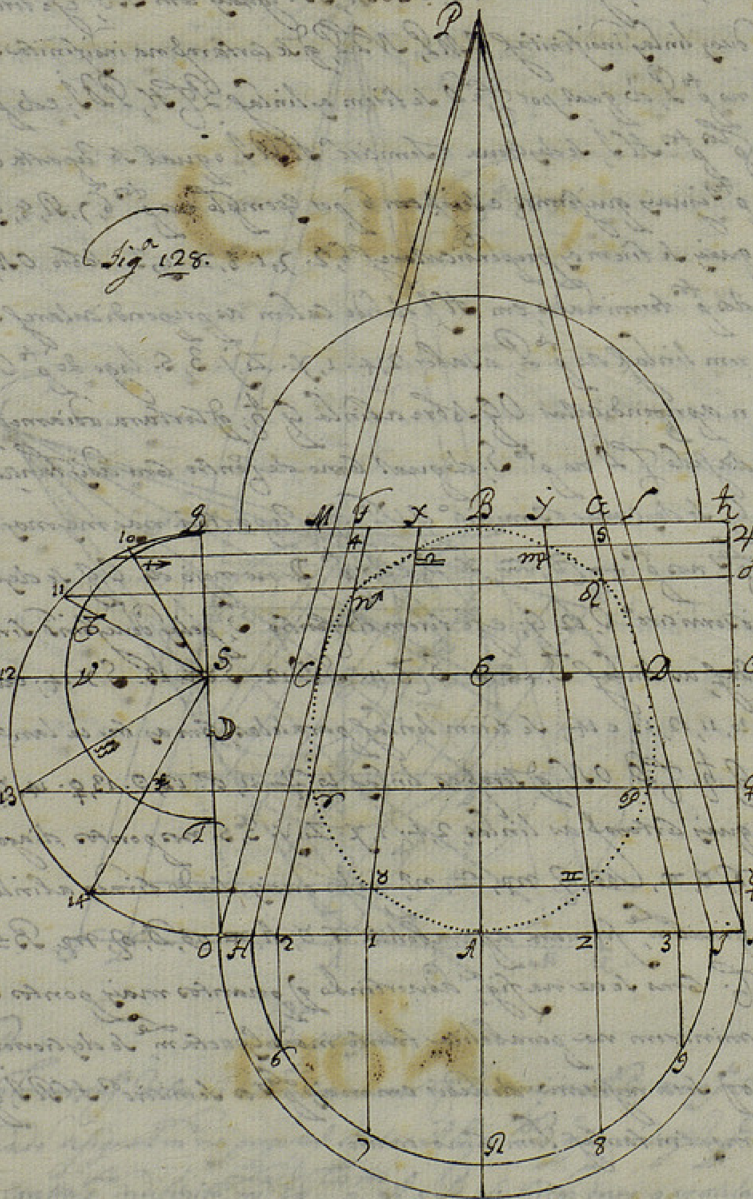
Postos em ang.º recto, os diametros menor CD, e major AB, em o p.to E dividido desigualm.te na proporçaõ dada, AE, e EB q se produzaõ hũa contra p.te indefinita m.te, e pelos p.tos A e B, se tirem duas parallelas GA, ON. á linha CD do diametro menor; somente nestas parallelas

A,

AO, AN, igual com AE. e BM, BT iguais com BE. e se tirem as
duas linhas indifinitas OML, NTP, q se cortarão na indifinita AB,
no pto P. do qual por T, e L se tirem as linhas LTH, PLI. e do pto A,
Lhos ptos HI, se descreva o semicirc.o HAI. o qual se reparta em tãs
ptes iguais quisermos, e seião em 6. por exemplo nos ptos 6, 7, N, 8, 9. dos
quais se tirem as prependiculares 6,2. 7,1. 8,Z. 9,3. sobre ON, e
dos ptos terminados em HI, donde calem as prependiculares se ti-
rem linhas ao pto P. a saber 2,4. 1,X. ZY. 3,S. logo do pto O se ti-
re a prependicular OG sobre a linha GH; q cortara o diametro Q do
da fide TL no pto S. do qual como de centro com a distancia S,
G, se descreva o semicirc.o GVL. q se repartira nas mesmas seis
ptes nos ptos ♈ ♉, ♒, ♓ V. e do pto D. no meio de OG se descreva
o semicirc.o O,12,G; e se tirem do centro S. pelas devisões sinala-
das as linhas S.♈10. S♉11. SV12. S♒13. S♓14. e dos ptos
10, 11, 12, 13 e 14. se tirem linhas paralelas, com as tres ia lançadas
GH, TL, ON. q serão as linhas 10,♃. 11,♂. 12,☉. 13,♀. 14,☿. as
quais cortarão as linhas, 2,4. 1,X. Z,Y. 3,S. nos pontos diagonais,
♈, ♉, ♊, ♋, ♌, ♍, ♎, ♏. pelos quais sendo tirada a linha dia-
gonalm.te formara a parabolica ♈, ♉, A, ♊ ♋, D, ♌, ♍, B, ♎, ♏,
T. como se ve na fig.a advertindo q quantos mais pontos se deter-
minarem na parabolica tanto mais exactam.te se descrevera. p
o q sera necessario devidir em mais ptes os semicirc.os HNI, GVL.
mas em tantas hum como o outro.

Fig.

Fig.a 128.



4.ª praxe

Tome-se hũa taboa delgada, e nella se abra hum furo quam grande quisermos (q̃ será melhor) a qual sendo oposta rectam.te a luz de hũa vela em hũa casa em q̃ não haja outra luz, e sendo q̃ a lumiese p.r o buraco alguã p.te de hũa parede [illegible] q̃ lhe fique obliquam.te oposta, aos rayos da luz, estes formarão na parede as parabolas q̃ quiserem; e tambem as q̃ chamão Hiabolicas; porq̃ pondo a taboa obliquam.te a luz, e esta dando recta m.te na parede, as formará como quiserem, assi hũas como outras fig.as naturalm.te por respeito das piramides donde se gerão: e estas se farão mayores, aproximando mais a taboa a luz, ou pequenas afastandoa; como se pode esprimentar, o q̃ por ser claro, escusamos figura.

5.ª praxe

Tambem se formão estas linhas Conicas m.tas regulares; digo regulares por terem algum respeito, e igualdade entre si hũas p.tes com as outras: tomando tres pregos em hũa parede, ou campo, e dispondoos de modo q̃ fiquem cravados em triang.o Isoceles, ou Isopleuro: e atando os extremos de hum cordel mayor q̃ os tres lados em soma do d.o triang.o, e cingindoos com elle, se hirão descrevendo por todos os p.tos da parabolica da mesma sorte q̃ dissemos da Elypse por via de dous pregos som.te

Nota.

A roda desiguales triang.o ou outra fig.a se pode do mesmo modo lançar infinidade destas linhas; a q̃ chamão Hiabolicas, fazendoa regulares, se a fig.a a roda de q̃ se fez, era regular; e com irregularid.e se a fig.a tambem

a

a teve; e basta o escrito neste Capº sobre esta figª a qual por ser incommen-
suravel, temos della mto pouco uso, e por isso poucos falão nella, e assim trataremos
de outra cousa.

Cap.º 9.º

Como se transformão huãs figuras em outras suas iguais.

Poblema 1.º

Como se fara hum retangº igual a qualqr triangº dado.

Seja qualqr triangº ABC o qual se quer transformar a hum paralelogra-
mo retangº seu igual. de qualqr angº A do triangº se lance huã per-
pendicular ao lado oposto BC, q seja AD. e desta se tome a metade
DE. e por E se tire huã paralela com BC, e sua largura a metade da
perpendicular AD, ou tambem de todo a perpendicular, e da ametade
da base comporá hum retangº seu igual, como mostra o da letra H;
nos triangºs retangºs se escusa lançar a perpendicular, salvo for deitan-
do sobre o lado oposto, sobre o angº recto, a quem chamão hipotenusa
porque dos outros as mesmas linhas ou he base ou he perpendicular.

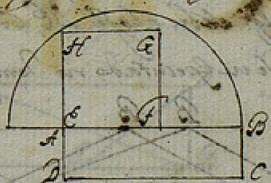
Figª 129.

Problema 2.º

Transformar hum retang.º em hum quadrado seu igual.

Entre os lados mayor, e menor do retang.º ABCD se busque hua linha meya proporcional, seg.do ensinamos no problem. 9.º do Cap.º 3.º igual sera o lado do quadrado EFGH, q̃ lhe he seu igual.

Fig.ª 130.



Problema 3.º

Como se fara de qualqr triang.º hum quadrado seu igual.

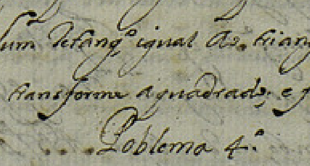
Primeiram.te se faça hum retang.º igual ao triang.º dado, p.lo problema 1.º deste Cap.º e p.lo 2.º se transforme a quadrado, e ficara feito.

Problema 4.º

Transformar qualqr triang.º em outro semelhante seu igual.

Seja qualqr triang.º dado ABC, do qualqr ang.º A, se tire hua paralela ao lado seu oposto BC, e sobre este se forme outro qualqr triang.º EBC, q̃ tem o ang.º E na paralela, e sera seu igual, e assi outros quayqr com condiçaõ q̃ haõ de ter a mesma base BC e o terceiro ang.º na paralela AE. e assi se faraõ quantos, e como quiserem.

Fig.ª 131.



Po-

Problema 5.º

Formar hum triang.º igual a hum Rombo, ou Romboide.

Seja o Rombo ou Romboide dado ABCD. estendendo-se os lados ABDC p.ª hua, e outra p.te quanto quizerem. e se tome CE igual com DC lado do Rombo, e tirando a linha BE, ficará formado o triang.º seu igual DEB. ou outro qualq.r sobre a baze DE, com o terceiro ang.º na parallela AB, o mesmo se ve executado no Romboide.

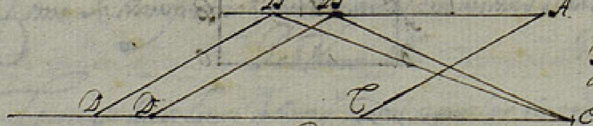


Fig.ª 131. A

Problema 6.º

Formar hum rectang.º igual, a hum Rombo ou Romboide.

Reduzindo-se a hum triang.º seu igual, pello problem. antecedente, depois o triang.º se reduza ao parallelogramo rectang.º pello problem. 1.º ou tambem sendo dado o Rombo, ou Romboide ABCD se produza o lado A, D, qualquer. e do p.to C se deixe a perpendicular CF, e de B outra BE e ficará hum rectang.º seu igual BCFE.

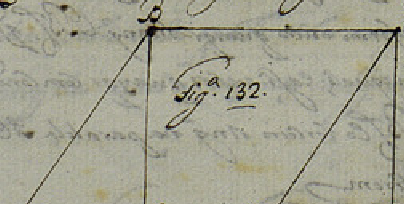


Fig.ª 132.

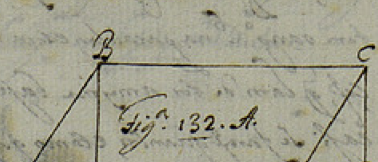


Fig.ª 132. A.

Problema 7.º

Formar hum quadrado a hum Rombo, ou Romboide igual.

Sendo formado o rectang.º seu igual pello problema antecedente o rectang.º

se

se transforme em quadrado, pelo poblema 2.º e ficara feito.

Poblema 8.º

Mudar hum retang.º a hum triang.º seu igual.

Seja o retang.º ABCD, partase AB, pelo meyo em E. e se produsa CA indefinitam.te tirese do ang.º D, por E, a linha DEF, q cortara a indifinita no p.to F. O triang.º FCD, sera seu igual, ou o triang.º CBF.

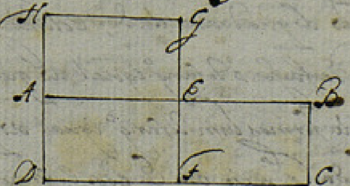
Fig.a 133.

Poblema 9.º

Mudar hum retang.º em outro desemelhante seu igual.

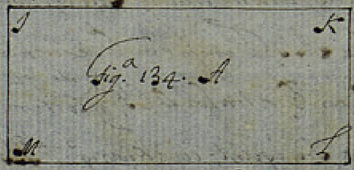
Seja dado o retang.º ABCD, o q se quer formar de outro modo q seja tambem igual, partase pelo meyo com a linha EF, q se produsa com DA, ate G, e H, de sorte q GE, ou AH, seja igual com AD, ou CB, e ficara o retang.º HGFD, outro e seu igual. ou tambem tirando do retang.º EB, CF, a terça ou quarta p.te e ajuntando lhe AH, ou EG igual tambem a mesma p.te q tirarmos de DA, ou FE, ficara tambem hum retang.º seu igual.

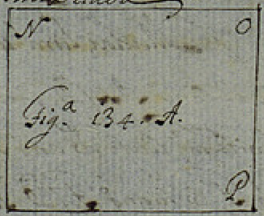
Fig.a 134.



Porem se se pedirem, q no retang.º IKLM, seja a condição q o seg.do q se fizer, seu igual, tenha a linha dada, NO, por hum de seus lados, então se hira buscar hua 4.ª proporcional directa, pondo em prim.ro lugar NO,

em seg.do IK, em terceiro lugar KL, e a quarta a elada p.to poblema 11 do
Cap.o 3.o sera OQ, q fara o retang.o pedido, com a linha dada.





Poblema 10.

Mudar hum quadrado em hum triang.o seu igual.

Executese a mesma praxe do poblem. 8.o deste Cap.o e se tera o pedido.

Poblema 11.

Mudar hum quadrado a hum retang.o seu igual.

Executese o poblema q.o asima; e ficara feito, porem se huã das linhas q o formão fr dada, se produzira hum lado do quadrado ABCD, e seja o AB, indifinitam.te e logo se tome a linha dada E, e se ponha na linha produzida ate E, q seja BE, e se dividir CE q se parta p. meyo com a prependicular FG, q corte a linha AE no p.to G, e de G por E, e C, se descreva o semicirc.o EFH, e sera BH, a terceira linha proporcional q ha de compor com a primr.a dada E hum retang.o igual ao quadrado da segunda, ou lado do quadrado dado. E dando se anbas as linhas, em soma q ouverem de fazer o retang.o igual ao quadrado dado, como a linha AB, q ha de formar hum retang.o igual ao quadrado CD. parta se a linha dada p. meyo em E, e dos extremos A e B, se levantem duas perpendiculares AF, BG, iguais com o lado do quadrado CD dado. e se tire a linha FG, esta cortara o circ.o em dois p.tos e de qualqr. delles, deitando hua prependicular HI, sobre AB, ou sua paralela

com

com AF, ou BG, determinarâ os lados do rectang.º a saber BI, IA.

Neste problema se dava hũa meya proporcional ha primeira e terceira em forma q ha sem tanto temos cada hũa por si.

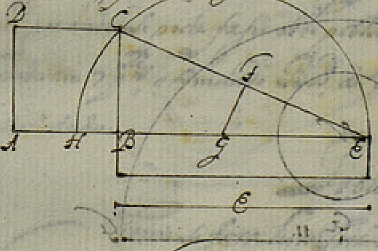


Fig.ª 135.

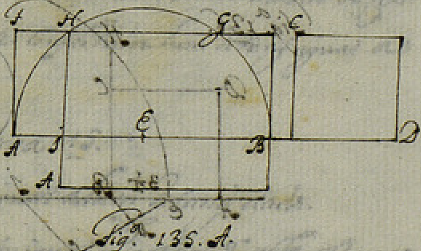


Fig.ª 135. A

Problema 12.

Transformar hum quadrado em hum rect.º desigual.

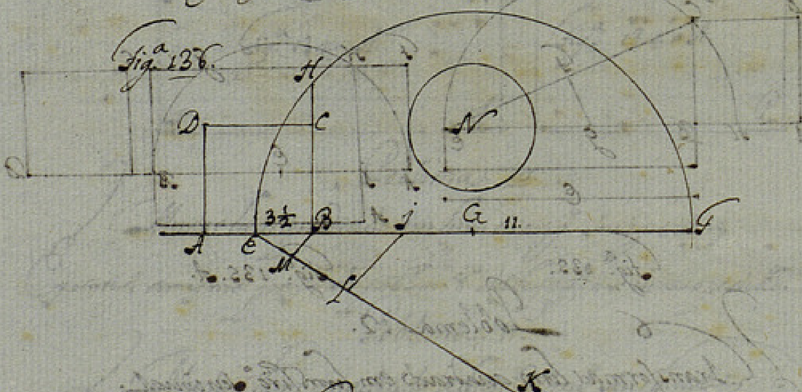
Este problema athegora se nos tem feito geometricam.te por causa de se nos ter achado aquantid.de em linha da verdadr.ª periferia do circ.º e se for insensivel m.to diferente da verdade, conforme a proposiçaõ de Archimedes, he o modo o seguinte.

Seja o quadrado dado ABFD, este se trata fazer a hum rectang.º desigual, com condiçaõ q̃ o seu comprimento diaer onze p.tes e tenha a sua largura tres e meya. Cõ q̃ se conseguir nesta proporçaõ se produsa o lado do quadrado dado AB indefinita m.te p.r hũa e outra p.te e se tomem de B p.a F, quatro tres p.tes e meya, q̃ foraõ tomadas em E de B ate F, se poraõ 11 da mesma grandesa (seraõ quatro p.tes na grandesa) da porçaõ composta destas p.tes EF se parta p.r meyo em G, e se descreva hum semicirc.º EHF, e se produsa o formesso BC ate tocar o semicirc.º em H, tome se BH, e se transfira de E ate I, tire se agora hũa linha qualq.r EK indefinita q̃ faça qualq.r ang.º E, tome se

BF

BF, lado do quadrado dado, e se transfira de E athe L, e se tire a linha LI, e de B outra sua paralela BM, e a linha EM, sera o semediametro do circ.º igual ao quadrado dado ABFD, tal como he N.

Fig.ª 136.



Poblema. 13.

Como se fara hum quadrado igual a hum circ.º dado.

Este poblema he ao contrario do sobred.º, e tambem pella mesma causa se nos tem feito geometricam.te, e se fas com inconsiveel difer.ca pello modo seg.te. Seja o circ.º dado AB, parta-se o diametro em 7 p.tes iguais, e depois se ponhão 11 no diametro AB produsido indifinitam.te, de B ate D, parta-se AD pello meijo em E, e do centro E, e extremo D se descreva hum semicirc.º AFD, e de B se levante a prependicullar BF, sobre a qual se fasendo o quadrado BFGH sera igual ao circ.º dado.

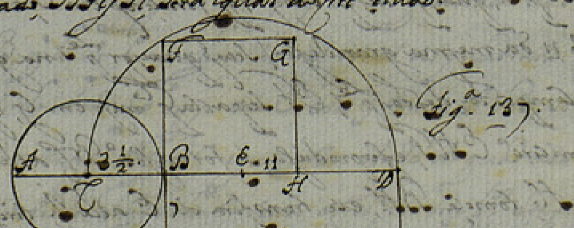


Fig.ª 137.

Po.

Poblema. 14.

Faça se hum retang.º igual a hum circ.º dado.

No poblema sobre d.to se ve o retang.º feito de CB, e BD, igual ao circ.º dado, por onde se pode fazer este poblema, devidindo o semediametro do circ.º dado em 7 p.tes, e tomando BD, de 22. constituira hum retang.º igual ao circ.º dado.

Poblema. 15.

Como se fara hum circ.º igual a hum retang.º dado.

Faça se do retang.º hum quadrado seu igual p.lo poblem. 2.º, e p.lo poblem. 12. se transforme em circ.º e ficara igual ao retang.º dado.

Poblema. 16.

Como se fara hum triang.º igual a hum circ.º dado.

Pelo poblema 13. se faça hum quadrado igual ao circ.º dado, e p.lo poblema 10. se redusa o quadrado a hum triang.º seu igual.

Poblema. 17.

Como se fara hum circ.º igual a hum triang.º dado.

Pelo poblema 1.º se redusa o triang.º em hum paralelo gramo retang.º seu igual. este se redusa a hum quadrado p.lo poblem. 2.º e deste quadrado se fara o circ.º pedido p.lo poblem. 12. q. tambem sera igual ao triangolo dado.

Poblema. 18.

Como se fara hum romboide igual a hum triang.º dado.

Primeiram.te se faça hum retang.º igual ao triang.º dado, p.lo poblema 1.º este se redusa a hum romboide p.lo modo seg.te seia dado o triang.º ABC. e sua perpendicular CD. por cujo meyo E se tire a paralela GEF. com baſe AB, e tirando hua linha obliqua qualqr AG, e pondo GF igual com AB se tire BF, e ficara formado o romboide GABF igual ao retang.º IABH, o qual he igual ao triang.º dado ABC, e todas as tres fig.as saõ entre si iguais.

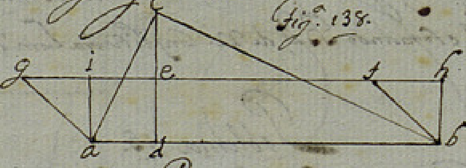


Fig.ª 138.

Problema 19.

Como se fara hum rombo igual a hum triang.º dado.

Seja o triang.º dado ABC, deitesselhe de qualqr ang.º C hua perpendicular CD por cujo meyo E, se tire a linha indifinita GF paralela com a baſe, e dos p.tos A, e B, se transfira athe tocar na paralela nos p.tos G, e H, e tiradas as linhas AH, BG, fara o rombo ABGH igual ao triang.º dado ABC.

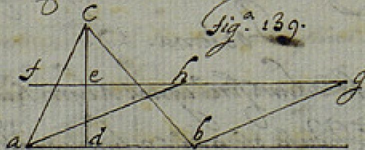


Fig.ª 139.

Problema 20.

Como se fara hum rombo, ou romboide igual a hum retang.º dado.

Pelos problemas antecedentes 18, e 19, esta manifesta a praxe; toda via a demonstremos por fig.ª Seja dado o retang.º ABCD, o qual se qr reduzir a hum rombo ou romboide seu igual, produzaselhe hum dos lados mayores AB, indifinitam.te athe E, e do p.to C com o interualo CD, ou AB, se corte a linha indifinita no p.to E, e de E com o meſmo

inter.

interualo se termine o p.to G, e se tirem as linhas DG, CE, e fica o Rombo CEDG igual ao retang.o dado; e se tiramos outra linha obliqua, gH, que q nam seje CE, ou DG tal como CH, e de H com o interualo CD ou AB se termine o p.to I, e tirando a linha ID ficara formado o Romboide AHCI tambem igual ao retang.o dado.


Fig.a 140.

Poblema 21.

Como se fara hum Rombo ou Romboide igual a hum quadrado.

Seje o quadrado dado ABCD, produsase o lado AB indefinitam.te athe F e de F digo E tomado no meyo de BC se tire a parallela indefinita EG com a linha AF, tomese BF igual com AB, e todo o composto AF, se ponha de F athe G, e de A ate H, e o Rombo AHGF sera igual ao quadrado ABCD. o Romboide se formara do mesmo modo: Supposto q do p.to A se tirara outra linha qualquer obliqua, q nam seie AH, ou FG mas outra qualq.r mayor ou menor como AI, e de F se tire outra sua parallela FL, e ficara o Romboide AILF tambem igual ao Rombo AHGF, ou ao quadrado ABCD dado.

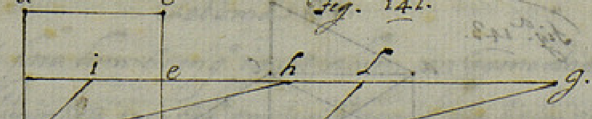


Fig.a 141.

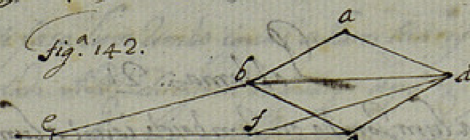
Poble.

Problema 22.

Como se mudara hum rombo a outro rombo diverso seu igual.

Seje dado o rombo ABCD no qual se tire hua diagonal qualqr. BD, e pello ponto C hua sua paralela indefinita FE, facasse BE q seje igual com BD, e da mesma grandesa DF, e sera o rombo BE FD igual ao rombo dado ABCD mas desemelhante nos angos. e lados q he o q se pedia.

Fig.a 142.

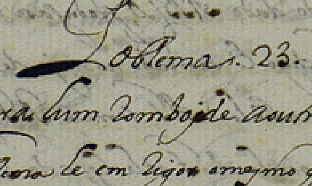


Problema 23.

Como se mudara hum romboide a outro diverso seu igual.

Este problema he em rigor o mesmo q o sobre dito, mas p.a mais claresa, seie o romboide dado ABCD o q se qr mudar, tirese hua sua diagonal AC e por D hua paralela a esta linha, e seie DEF indefinita, tirese de A hua linha qualqr AE (q nao seie igual com a diagonal AC), e de C se tire outra sua paralela CF, e ficara o romboide AECF, diverso e igual na superficie ao primr dado ABCD.

Fig.a 143.

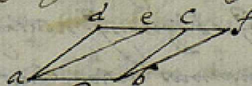


Problema. 24.

Como se fara hum Romboide igual a hum Rombo dado e pello contrario.

Seja dado o Rombo ABCD, produsase o lado DC indefinitamente, e tirese de A hua linha qualquer obliqua AE, e de B outra sua paralela BF, e ficara o Romboide AEFB igual ao Rombo dado ABCD; porem quando se fiser este sendo dado o Romboide AEFB se produsa o lado FE, e se transfira de A athe a linha produsida, a linha AD, igual com AB, e de B se tire hua sua paralela BC, e ficara o Rombo ABCD igual ao Romboide AEFB.

Fig.a 144.



Problema. 25.

Como se fara hum Circ.o igual a hum Rombo, ou Romboide dado.

Facase o quadrado igual ao Rombo ou Romboide dado, pello problem. 7. e pello problem. 12. se fara do quadrado hum circ.o seu igual, e ficaram o Rombo, quadrado, e circ.o iguais entre si.

Problema. 26.

Como se fara hum Rombo ou Romboide igual a hum circ.o dado.

Transformese o circ.o dado, em hum quadrado seu igual, pello problem. 13 e pello problem. 21. se redusa a hum Rombo ou Romboide conforme o pedido, e ficara igual ao circ.o dado.

Problema. 27.

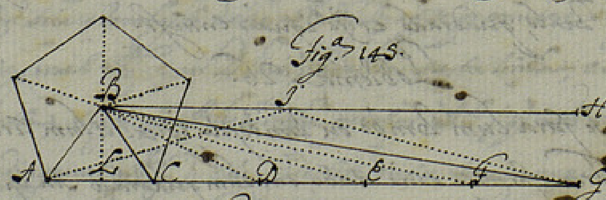
Como se fara hum triang.o igual a hum pentagono dado.

Repartase o pentag.o em triang.os iguais com linhas tiradas do centro aos pontos angulares da fig. e ficaram sinco triang.os iguais,

Como

como he o triang.º ABC, produsase o lado AC indefinitam.te athe G, e neg-
ta linha se tomem linhas tamanhas de AC, por serem 5 os triang.os,
e 6 se for hexagono, 7 se eptagono &c. e sejão estes espaços AC, CD,
DE, EF, FG: e se tire a linha GB, e ficara formado hum triang.º
ABG igual ao pentag.º dado; ou tambem se do p.to B tirarmos
hua paralela com AG como BH, e nesta linha tomarmos hum p.to
qualqr I, e tirarmos as linhas AI, IG, ficara outro triang.º igual
ao primr.º ABG, e ao pentag.º tambem, e assi por entre estas para-
lelas poderemos fazer infinitos todos iguais entre si, e ao pentagono,
ou sejão os triang.os retang.os, obliquang.os, acutang.os, escalenos ou
Isosceles: tambem se tomarmos outras tantas vezes a prependi-
cular BL, como de triang.os forma a fig.a transformada, e esta me-
dida ponha por base, de hum qualqr triang.º, dandolhe sua al-
tura igual a base ou lado da fig.a transformada AC sera igual
e todos os mais entre suas paralelas ao mesmo pentagono.

Fig.a 145.



Problema 28.

Como se fara hum pentag.º igual a hum triang.º qualqr dado.

Seja dado o triang.º ABC, e qual se qr transformar em hum
pentag.º ou outra fig.a regular q por exemplo tomamos o pentag.º
q seja com elle igual. faça se hum pentag.º pellas regras q lançamos da-
do de tamanho q quisermos, e se reparta em triang.os iguais com

linhas tiradas do centro dos ang.os da fig.a e hum destes triang.os se redusa a hum quadrado seu igual, como tambem a quinta p.te do triang.o dado ABC, devidindo a base AC em 5 p.tes iguais, por ser pentag.o q se fora hexagono se repartira AC em 6 p.tes e asim nas outras fig.as seg.te repartindo-se em tantas p.tes como lados ouvier na fig.a e fasendo o quadrado Y igual com o triang.o ABD q tem por base AD, hua p.te das que em q está devidida, estes quadrados se faram p.lo problem. 3.o feitos ia os dois quadrados K, e Y iguais aos dois triang.os M, e ABD, a q.ta p.te do dado ABC se hira buscar hua quarta proporcional discreta, pondo em primr.o lugar o lado do quadrado K, em seg.do a base ou lado da fig.a M, em terceiro lugar o lado do quadrado Y, e salira em 4.o lugar o lado do pentag.o sobre o qual sera do construido se nova o pedido.

Fig.a 146.

Fig.a 146. C

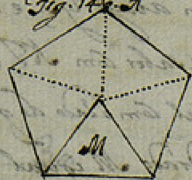
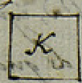

Fig.a 146. A


Fig.a 146. B


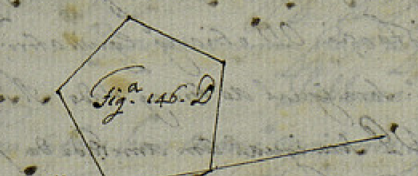


Fig.a 146. D

Problema. 29.

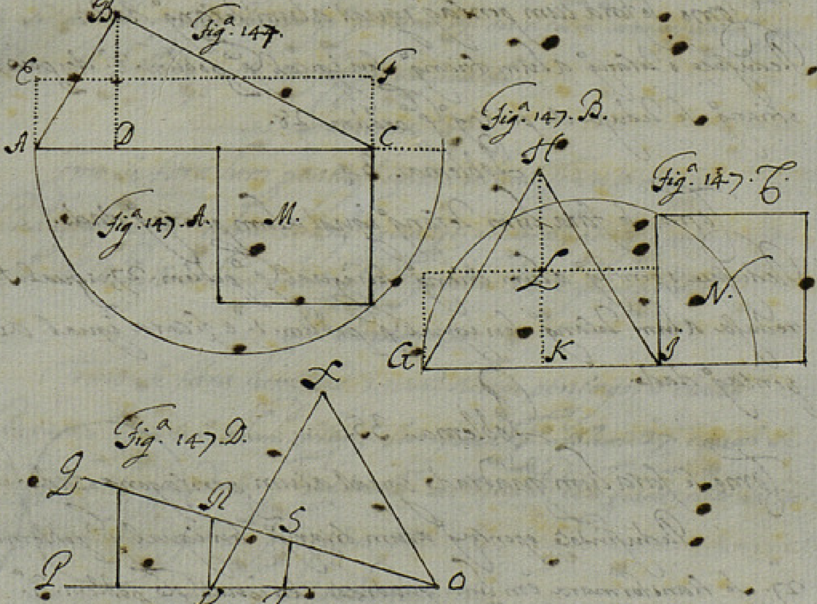
Como se fara hum triang.o equilatero, igual a hum outro triangolo qualq.r dado.

Seie

Seja qualqr triangº dado ABC do qual se qr faser hum tri
angº equilatero seu igual, de qualqr angº B se tire a prependicular
BD sobre a base AC, e se faca hum retangº de toda a base AC, e da
a metade da prependicular BD como he o retangº AEFC; e logo se
faca pº poblem. 2º ou 3º do Cap. 4º hum triangº equilatero qualquer,
como GHI, e do angº H se tire hua sua prependicular a base GI
q seja HK, e se tome desta o pº medio L; e se faca hum retangolo,
em cujos lados haja a proporcao q tem GI, pª KL, q seia igual ao
retangº AEFC, e igual ao triangº dado, o q se fara, fasendo pº primrº,
hum quadrado M igual ao retangº AEFC, pº poblem. 2º, e outro N
igual ao retangº feito de GI, e KL q se iguala ao triangº equi-
latero suposto GHI, tirense ultimamte duas linhas qualqr,
q facão qualqr angº e sejão OP, OQ; tome se em OQ a distancia
OR igual com a base GI, e RQ igual com a metade da prependi-
cular HK a saber com KL ou LH, e na mesma linha OQ se po-
nha OS, igual com o lado do quadrado N, e na linha PO, se ponha
o lado do quadrado M igual com o triangº dado q seia OT, e se ti-
re a linha ST, e dos pontos RQ outras duas linhas suas paralelas QP,
RV, e formando sobre a distancia OV o triangº equilatero OXV
pº poblem. 2º e 3º do Cap. 4º sera igual ao triangº dado ABC, q
he o q se pede; e a distancia VP sera igual com a metade da pre-
pendicular do triangº pertendido, ou a linha q deve compor o re-
tangº seu igual com a linha OV. Notese q neste poblema se in-
cluem dois, hum o triangº pedido, e o outro como se fara hum re-
tangº na proporcao q se pedir q seie igual a hum outro qualquer

re-

Retangº dado; naõ menos dificultoso hum q̃ o outro, se bem q̃ se fa-
ser aquelle necessita este de se saber formar, p.ᵐ᷑ᵒ o Retangº seu igual
na proporçaõ pedida.



Problema. 30.

Como se fará hum triangº qualqr igual a hum triangº equilatero.

Executese a mesma praxe do problem. 4 e se verá o pedido.

Problema. 31.

Como se fará hum triangº equilatero igual a hum Retangº dado.

Transformese o Retangº dado em hum qualqr triangº p.lo problem. 8º e este se mude em equilatero p.lo problem. 29. e se verá o pedido.

Problema. 32.

Como se fará hum triangº equilatero igual a hum quadrado.

Trans,

Transformese o quadrado a hum triang.º seu igual p.lo poblem. 8.º e lo- | go este p.lo poblem. 29. se transforme no triang.º pedido; e ficara feito.

Poblema. 33.

Como se fara hum pentag.º igual a hum retang.º dado.

Redusase o retang.º a hum triang.º seu igual p.lo poblem. 8.º depois o triang.º se redusa ao pentag.º p.lo poblem. 28.

Poblema. 34.

Como se fara hum retang.º igual a hum pentag.º dado.

Redusase o pentag.º a hum triang.º seu igual p.lo poblem. 27; o qual se redusa a hum retang.º seu igual p.lo poblem. 1.º e ficara igual ao pentag.º dado.

Poblema. 35.

Como se fara hum quadrado igual a hum pentagono dado.

Redusindose o pentag.º a hum triang.º seu igual p.lo poblema 27. se transformara em hum quadrado seu igual p.lo poblem. 3.º

Poblema. 36.

Como se fara hum pentag.º igual a hum quadrado.

Redusase o quadrado a hum qualq.r triang.º p.lo poblem. 10 e o triang.º se redusa a hum pentag.º o q. se fara seg.do os preceitos do poblema 28. e se vera o pedido.

Poblema. 37.

Como se fara hum pentag.º igual a hum rombo, ou romboide dado.

Redusa-se o rombo, ou romboide a hum triang.º qualq.r p.lo poblem. 5.º este triang.º se redusa ao pentag.º pedido p.lo poblem. 28.

Po-

Problema 38.

Como se fara hum Rombo, ou Romboide igual a hum pentag.º dado.

Redusase o pentag.º a hum triang.º seu igual, pello problem. 27; e este se redusa a hum Rombo pello problem. 19, ou a hum Romboide pello problema 18, e ficara feito conforme o pedido.

Problema 39

Como se fara hum pentag.º igual a hum Circulo dado.

Redusase o Circ.º a hum triang.º qualquer investigado pello problem. 16, e este se redusa a hum pentag.º pello problem. 28, e ficara feito.

Problema 40.

Como se fara hum Circ.º igual a hum pentagono dado.

Redusase o pentag.º a hum triang.º seu igual pello problem. 27, o qual se redusa a hum quadrado pello problem. 3.º ultimam.te este quadrado se redusa em o Circ.º pedido pello problem. 12.

Problema 41.

Como se fara hum triang.º equilatero igual a hum Rombo, ou Romboide dado.

Redusase o Rombo, ou Romboide dado a hum triang.º seu igual, o q se fara pello problem. 5.º este se redusa ao equilatero pedido pello problema 29, e sera seu igual.

Problema 42.

Como se fara hum triang.º equilatero igual a hum Circ.º dado.

Redusase o Circ.º dado a hum quadrado seu igual, pello problema 13, o quadrado se redusa pello problema 32 ao triangulo equilatero pedido.

Pro.

Problema. 43.

Como se fara hum triang.º equilatero igual a hum pentag.º dado.

Redusasse o pentag.º a hum triang.º seu igual p.º problem. 27. e este, se torne a redusir em triang.º equilatero pedido p.º problem. 29.

Problema. 44.

Como se fara hum quadrado, ou hum retang.º igual a hum triang.º equilatero dado.

Pelo problem. 1.º se redusa a hum retang.º seu igual, e ficara feito; porem se se pedir hum quadrado se redusira este retang.º p.º problem. 2.º a hum quadrado, e sera seu igual.

Problema. 45.

Como se fara hum Rombo ou Romboide igual a hum triang.º equilatero dado.

Executense as praxes dos problemas 18, e 19. e sahira o pedido.

Problema. 46.

Como se fara hum circ.º igual a hum triang.º equilatero dado.

Este problema he ao contrario do problema, 42; e se fas executando o problema, 17. e se vera o pedido.

Problema. 47.

Como se fara hum pentag.º igual a hum triang.º equilatero dado.

Executesse o problem. 28. q. comprehende todos os triang.os de qualquer genero q. sejão; e se achara a fig.ª pertendida, seu igual.

Problema. 48.

Como se fara hum circ.º igual a huã Elipse dada.

Pelo problema 9.º do Cap.º 3.º se busque huã linha meya proporcional

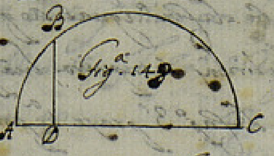
entre

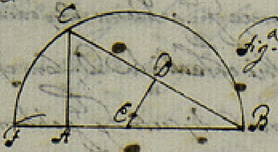
entre o diametro mayor, e menor da Elipse igual sera o diametro do circ.o q se igualo geometricamente segundo Archimedes com a superficie da Elipse dado.

Problema 49.

Como se fara hua Elipse igual a hum circulo dado.

Como nesse problema pode haver infinitas Elipses todas entre si iguais com o circ.o dado, porq se em qualqr semicirc.o ABD alevantarmos a linha prependicular BD igual com o diametro do circ.o dado, pq se fara o problem q dissemos na seg.da p.te do problem 11.) seraõ as linhas proporcionais e seus extremos DC, AD os diametros mayor e menor da Elipse pertendidos, porem se se pedir q a Elipse tenha hua linha dada AB por hum de seus diametros, e se queira saber o outro q lhe responde p.a a Elipse ser igual ao circ.o dado se levantara do p.to A seu extremo, a linha prependicular AC igual ao diametro do circ.o dado, e se tirara a linha BC q se partira p. meyo com a linha prependicular DE q cortara a linha AB produzida no p.to E, e igual p.los extremos EB se descrevera o semicirc.o BCF, e a linha FA sera o outro diametro pertendido da Elipse buscada, o q tambem ia explicamos na ultima p.te do problem 11. se bem a diverso intento.





Tambem se pode pedir este problema, q se faça hua Elipse igual a hum circ.o dado qualqr, e q ambos os diametros da Elipse pedida, em soma seje igual a hua linha dada, p. se desolver este problema, em tudo se

se.

seguirá o q̃ disemos na seg.da p.te do poblem. 11 fig.a 135 A. pondo IH igual ao diametro do circ.o dado, e a linha AB soma dos dois diame tros major e menor dada, e asi sairão as linhas repartidas q̃ devem de servir de diametro major, como IB, e do menor como a linha IA, na elipse igual ao circ.o dado.

Poblema. 50.

Como se fará hum quadrado igual a huã elipse dada

Redusace a elipse dada a hum circ.o seu igual p.lo poblem. 48. o qual se redusa a hum quadrado seu igual p.lo poblem. 13, e sairão as tres fig.as elipse, circ.o e quadrado iguais entre si.

Poblema. 51.

Como se fará huã elipse igual a hum quadrado dado.

Pelo poblem. 12. se redusa o quadrado em hum circ.o o qual se transforme em elipse p.lo poblem. 49 e ficará feito como quiserem com qualq.r das tres condiçõins ali declaradas.

Porem podece pedir, este poblema, q̃ a elipse tenha tal proporção entre seus diametros como tem qualq.r linha dada A, q.a a linha B, neste caso se achara huã linha meja proporcional entre as duas rectas dadas p.lo poblema 9.o do cap.o 3.o e seie esta linha C. busquece p.lo poblem. 12 o diametro do circ.o igual ao quadrado dado, e seie esta a linha D. com estas linhas se inquirirá huã quarta proporcional discreta p.lo poblem. 11 do cap.o 3.o praxe 1.a pondo em primr.o lugar a linha C, meja proporcional entre as duas da proporção dada, em segundo a linha A, em terceiro a linha D, e a quarta E achada, será o diametro major da elipse buscada. e

tore tornando a buscar outra quarta proporcional, pondo em primeiro lugar a linha C em segundo a linha B, em terceiro a linha D, em quarto lugar sahirá a linha F, quantid.e q̃ se dará do diametro menor da Elipse pertendida, ou tambem a lado ia a linha E, e com a linha D diametro do circ.º seu igual, se hirá buscar a terceira linha F, proportional continua p.r o problem. 10 de Cap.º 3. e ficarão os diametros da Elipse E, e F na proporção em q̃ estão as duas linhas dadas, A e B. ficando esta igual ao quadrado dado.

Fig.ª 150.

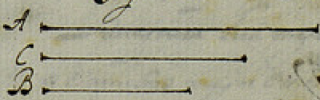
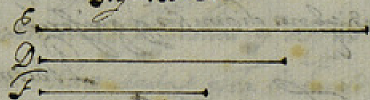


Fig.ª 150. A.



Problema. 52.

Como se fará huã elipse igual a qualqr triang.º dado.

Reduza-se o triang.º qualqr dado a hum circ.º seu igual p.r o problem. 17. e este circ.º se transforme na Elipse p.r o problema 49, e 50. conforme as condições pedidas nos mesmos problemas declaradas.

Problema. 53.

Como se fará huã elipse, igual a hum rectang.º dado.

Reduza-se o rectang.º dado em hum circ.º seu igual conforme os preceitos do problem. 15. e este circ.º se reduza na Elipse conforme ensinamos no problem. 49.

Problema. 54.

Como se fará huã elipse igual a hum Rombo ou Romboide dado.

Reduza-se o Rombo, ou Romboide em hum circ.º seu igual p.lo

p.º

poblema 25. e este pello poblem. 49 se redusa na Elipse pedida.

Poblema. 55.

Como se fara huã Elipse igual a hum pentagono dado.
Redusase o pentag.º a hum circ.º seu igual conforme o poblem. 40; este circ.º se redusa na elipse pertendida pello poblem. 49 e ficara sua igual.

Poblema. 56.

Como se fara huã Elipse igual a hum triang.º equilatero dado.
Redusase o triang.º equilatero a hum circ.º seu igual pello poblem. 46; este circ.º se transforme em a Elipse pedida pello poblem. 49 que se fara com a condição nos diametros que quiserem.

Poblema. 57.

Como se fara hum triang.º igual a huã elipse dada.
Redusase a elipse a hum circ.º seu igual pello poblem. 48; este circ.º se transforme em hum triang.º pello poblem. 16; e sera igual tambem a elipse dada.

Poblema. 58.

Como se fara hum retang.º igual a huã elipse dada.
Redusase a elipse a hum circ.º seu igual pello poblem. 48, este se transforme em retang.º pello poblem. 14, e sendo investigado se vera o pedido.

Poblema. 59.

Como se fara hum Rombo, ou Romboide igual a huã elipse dada.
Redusase a elipse em hum circ.º seu igual pello poblem. 48, e este circ.º se redusa ao Rombo ou Romboide pedido pello poblem. 26, e ficara feito.

Poblema. 60.

Como se fara hum pentag.º igual a huã Elipse dada.

Re-

Redusase aelipse alum sirc.º seu igual p.lo poblem. 48. e este se transforme em hum pentag.º p.lo q̃ se manda faser no poblem. 39. e se fara o pedido.

Poblema. 61.

Como se fara hum triang.º equilatero igual a huã elipse dada.

Redusase a elipse em hum sirc.º seu igual p.lo mesmo poblema 48. e com o sirc.º seu igual se sirva, digue o lado do triang.º equilatero, segundo o q̃ manda o poblem. 42. e se vera o pedido.

Poblema 62.

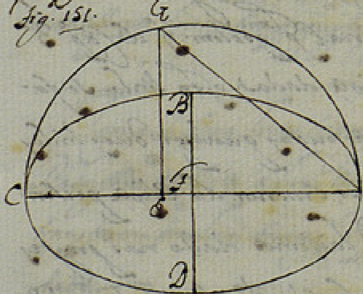
Como se fara huã elipse igual a outra elipse dada desemellante.

Busquese huã meja proporcional p.lo poblem. 9.º do cap.º 3.º entre os diametros major e menor da elipse dada, esta linha se faca ser huã linha meja proporcional entre outras quaisquer duas linhas extremas; e estas serão os diametros major, e menor da elipse pertendida; q̃ se podera formar p.las regras q̃ lhe temos dado nas praxes do poblem. 2.º cap.º 8.º e p.ª mais claresa do sobred.º seja a elipse dada ABCD a q̃ se quer deduzir outra sua igual desemellante. Entre o diametro major AC, e menor BD se busq̃ a meja proporcional seg.do o poblem. 9.º do cap.º 3.º a q̃ tambem se aclara pondo no diametro AC a distancia AE igual com BD diametro menor; e do centro F da elipse p.los extremos A e C se descreva o semicirc.º AGC, e do p.to E se levante a perpendicular EG ate tocar no semicirc.º em G; e se tire a linha AG p.la a mesma p.te de donde pusemos a linha AE igual com o menor diametro BD, e a linha AG sera a meja proporcional, q̃ fasendose della diametro de hum circ.º sera igual na area, ou superficie a da mesma elipse dada; segundo

dise.

disemos no problem. 48. Agora sobre a linha qualquer indifinita H Y.
se levante de qualquer ponto L hua prependicular LK igual com a
meja proporcional A G ia achada; tome-se logo outro qualquer ponto
M na linha indifinita, e com a distancia MK se descreva o semi
circ.o HKY; e digo que se forme hua Elipse com os diametros LY, ma
jor, e menor LH, e sera igual a dada. Note-se que naõ seja igual
toda a linha HY com a soma dos dois diametros AC, BD da eli
pse dada porque se o for se fara outra vez a mesma elipse.

Fig.a 151.



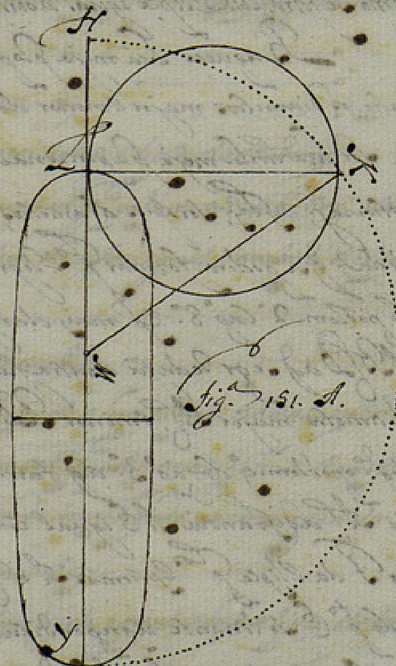
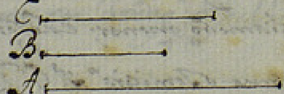


Fig.a 151. A.

Fig.a 151. A.



Porem se se pedir que a elipse que se ha de igualar a dada tenha a pro-
porcaõ entre seus diametros qual tem a linha A para a linha B; en-
taõ entre estas linhas se buscara hua meja proporcional, como se

a

a linha C; e se hirei buscar hua 4ª proporcional, pondo em primrº lugar a meja proporcional C em segundo a linha major A; em terceiro a meja proporcional entre os diametros major e menor da elipse dada q̃ he a linha AG; e salira por 4ª proporcional o diametro major da elipse buscada, e tornando a buscar outra 4ª linha proporcional, pondo primrº a linha C em segundo lugar a extrema menor B, e em terceiro a mesma linha AG meja proporcional entre os diametros da elipse dada, salira em 4º lugar o diametro menor da elipse buscado, ou tambem achando hum dos diametros da elipse pertendida com a linha AG se hira buscar hua terceira proporcional q̃ sera o outro diametro procurado.

Escholio

Posto q̃ nos problemas antecedtes se vem todas as figras regulares e primarias, sem q̃ se podem reduzir todos as irregulares, transformados de huãs a outras suas iguais com a brevide q̃ foi possivel do processo da reducção de infinitas figras; posto q̃ nelles nao falamos das figras regulares do pentagº pª ximo, se deve entender ser o mesmo o q̃ fisemos com esta, do q̃ com as infinitas figras, q̃ podem ser tantas como de pontos tem a circumferencia de hum circº q̃ he o mesmo de todos elles; toda via pª as reduções das figras ovais de qualqr modo q̃ sejao, e nestes declaramos o modo da reducao de hua figª chamada sector, q̃ he a de q̃ se compoem qualquer ovado, unindo-se seus lados rectos de huã com os lados rectos de outros de major, ou menor quantide superficial, semelhantes ou desemelhantes na forma.

Sector

O Sector he hua fig.ª plana comprehendida de tres linhas, duas rectas e hua circular, de tal modo q̃ os lados rectos, sejaõ iguais entre si; e o p.to angular q̃ fica entre elles seja o centro do arco q̃ lhe serve de 3º lado, terminando por aquella p.te a sua superficie.

Tambem se define, ser hua porçaõ de hum circ.º cortado rectam.te do centro p.ª a circumfer.ca Como por exemplo, no circ.º ABCD qualq.r dos quadrantes ACB, ou BCC &c. saõ sectores, como tambem qualq.r sua p.te ACG, ou FED, ou outro qualq.r AEB, os quais se compoem de duas linhas rectas iguais e hua circular, ora seja mayor, ou menos q̃ os lados rectos. E o espaço ou quantidade superficial, he o q̃ queremos transformar em qualq.r das fig.s anteced.tes com os problemas seguintes.

Fig.ª 152.

Problema 63.

Como se fará hum rectangulo igual a hum sector dado.

Como o grande Archimedes achase q̃ pondo-se em hua linha recta a semicircumfer.ca de hum circ.º, e se acabar hum rectang.º feito da quella linha e o semediametro do mesmo circ.º se igualava com a area do circ.º se infere por consequencia infalivel no sector haver a mesma propiedade; logo tambem como no circ.º, a sua primeira reducçaõ sera em hum rectang.º porq.to so nelle se transforma

Como

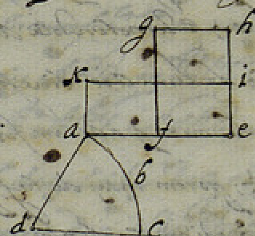
(como tambem no circº como veremos nos problemas 71, e 75) e como
no circº se não tenha achado o modo de por em linha recta a circum
ferencia, por mais q Archimedes trabalhou per descubrir a proporção
q havia entre esta linha e seu diametro, e não pode conseguir geo
metrica e presisamte, q he a causa de q athegora se não quadrasse
o circº e cubicaca da sphera; e cometendola aos numeros, somte a
chou q se o semediametro de hum circº tivesse sete ptes q seria na cir
cumferencia 22 quasi; de modo q a circumferca contem ao seu diame
tro tres vezes e menos de $\frac{1}{7}$; porem mais de tres porem mais de tres ve
zes e $\frac{10}{71}$. Como se se pusesse q o diametro tenha 497 ptes será a circumfra
mayor q a verdadra 1562 ptes e a circumfera menor q a verdadra 1561.
e q sua quantide verdadra estava entre estes termos, porem incommen-
suravel a potencia dos nos q de tudo em seu lugar trataremos ma
is particularmte, assim q como se não achasse no circº, ficou tambem
o sector q em tudo o segue, falto na mensura de seu arco, ainda q
este se mede por via trigonometrica mto presisamte, toda via se
não exprime em ligir geometrico sua quantide e q se achar se ha de
supor, o valor do angº q forma os dois lados rectos, ou a proporção
com o circº p se aquella inquirir. E como pende de outros principios
inda q praticos não são p agora, e nesse caso em q não damos outro
modo p mecanico seg.

Seja o sector dado ABC, mesasse com sua linha corta A
BC, praticamte indoa acomodando bem por sima do arco ABC, e se
corte a medida delle, q se estendera em sua linha recta como mos
tra AE; e se parta p meyo no pto F levantese sobre E a perpendi

culas

prependicular EH igual com AD, ou DF lados rectos do sector, e se acabe o retang.º EFGH q̃ será igual ao sector dado ABFD; ou tambem se tome na prependicular EH a distancia EI igual com a ametade de AD, ou DF; e com esta medida, e dada a linha AE se faça o retang.º AEIK q̃ tambem será igual ao prim.º EFGH e ao sector dado.

Fig.ª 153.



Poblema. 64.

Como se fará hum triang.º igual a hum sector dado.

Redusase o sector a hum retang.º seu igual p. poblem. 63 antecd.e desp.is o retang.º se redusa ao triang.º pedido p. poblem. 8.º

Poblema. 65.

Como se fará hum quadrado igual a hum sector dado.

Redusase a retang.º p. poblem. 63, este se redusa ao quadrado pedido p. poblem. 7 e ficará seu igual.

Poblema. 66.

Como se fará hum rombo, ou romboide igual a hum sector dado.

Redusindose o sector a hum retang.º p. poblem. 63, o retang.º se transforme no rombo, ou romboide pedido p. poblem. 8.º

Poblema. 67.

Como se fará hum circ.º igual a hum sector dado.

Redusido a retang.º p. poblem. 63, p. poblem. 15 se redusa em o circ.º

pedi:

pedido e ficara feito; ou tambem, sabendose, ou dandose aproporcaõ entre a area do Sector dado, e circ.º seu originario, q sempre sera amesma q tem as suas areas; enaquela proporcaõ fasendo outro circ.º q se igualara com o Sector dado; como por exemplo seja o Sector ABC do qual seu circ.º originario he o circ.º ABD, e seu q sera na proporcaõ tripla com a area do Sector dado ABC; digo q tambem a area do Sector tem p.ª a area do circ.º em q se forma aproporcaõ q tem seus arcos; e como esta se ve tres vezes, logo o circ.º contera os mesmos 3 Sector ABC; feito isto tomese em hũa linha recta o diametro do circ.º ABD q seja EF q se reparta na proporcaõ pedida, q no nosso exemplo he a terça p.te e assim se reparta EF em tres p.tes iguais, e se ponha hũa FG na linha produzida entre EF e FG se busque a linha meya proporcional q sera FH; digo q FH he o diametro do circ.º q se iguala com o Sector dado qualqr; por ser o circ.º a terça p.te do originario ABD; porem p.ª esta operacaõ; he neces.º dar se aproporcaõ entre os arcos do Sector e circ.º seu originario, ou e das suas areas; p.ª se adquirir outro circ.º q tenha a mesma proporcaõ com a area do originario do Sector diminuindose no mesmo respeito, como mais claram.te se vera adiante, nas repartiçoins das fig.as he geometrica esta reducaõ.

Fig.ª 154.

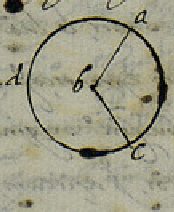
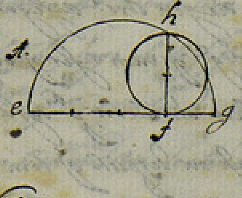


Fig.ª 154. A.



Problema. 68.

Como se fara hum pentag.º igual a hum Sector dado.

Redusace o Sector dado, a hum detang.º Seu igual p.to poblem. 63, e lo-
go deste se faça a fig.ª pedida, comforme os preceitos do poblem. 33.

Poblema. 69.

Como se fara hum triang.º equilatero igual a hum Sector,
dado.

Redusace o Sector, a hum detang.º seu igual p.to poblem. 63; e se re-
dusa de detang.º em triang.º equilatero, comforme ensina o poblema
31. e ficara igual ao Sector dado.

Poblema. 70.

Como se fara hua elipse igual a hum Sector dado.

Transformado o Sector dado na fig.ª propia de sua redusão p.to po-
blema 63. o detang.º se transforme na elipse pedida p.to poblem. 53
e ficara igual ao Sector dado.

Poblema. 71.

Como se fara hum Sector igual a hum detang.º dado.

Para se resolver este poblema, se devem advertir duas cousas; a
prim.ra q p.ª ditte ou p.ta a lecotor, querem q se ce a quantid.e do arco
do Sector, dos q dizer toda a circumfer.ca do cir.º, isto he q se ha
de dar sabida a proporção entre o arco do Sector, e toda a circumfe
rencia de seu circ.º a segunda q se deve saber, he hua propiedade
desta fig.ª q vem a ser q o mesmo respeito e proporção ha entre a
superficie do Sector p.ª a superficie de seu circ.º original, como a
proporção ou respeito q tem o arco do Sector, p.ª a circumferencia de
todo o circ.º, inda q o Sector seje mayor, ou menor do q o semediame-
tro do circ.º. Explicame. Seie o circ.º ABC; seie hum Sector qualqr

E,

EFG, cujos lados Sectos G E, ou GF, sejão mayores, menores, ou iguais com o Semediametro do circ.º AD, digo q̃ tal proporção tem o arco EF do Sector p.ª a circumfer.ª ABC do circ.º qual tem a superficia H do Sector, p.ª a superficia D do circ.º, seja qualqr q̃ for, e qualqr Sector; e p.lo contrario tal proporção tem a circumfer.ª ABC, p.ª o arco do Sector EF como tem a area do circ.º D p.ª a area do Sector H. e tambem os dois Sectores Semilhantes, e desiguais ABC, e CDE, q̃ tem os mesmos ang.os C, se lançarão na mesma proporção as areas q̃ seus arcos, ou linhas, isto he q̃ tal proporção lançerá o arco B p.ª o arco E, como lançerá na Superficie F p.ª a superficie G, e p.lo contrario, tal entre os arcos E, e B, como entre as Superficies de G com parada com F, e do mesmo modo se lançerá, AC p.ª CD, como o arco B p.ª o arco E, e p.lo contrario, tal proporção lançerá na linha DC p.ª CA, como o arco E p.ª o arco B, logo todas as linhas Sectos AC CD, e os arcos B, e E, e as areas G F, e p.lo contrario, estarão na mesma proporção: e se infere do sobred.º q̃ dada, ou sabida a proporção entre o arco do Sector, e seu circ.º se deduzirá logo a um circ.º seu igual, com dedução natural, prefisa, e geometricam.te porq̃ se o arco AB, do Sector ABD, he a quinta p.te (por exemplo) de toda a circumfer.ª ABC, tambem a area do Sector será a q.ta p.te de todo o circ.º ABC, o q̃ está manifesto, logo se se fizer hum circulo, q̃ seja a quinta p.te de todo ABC, q̃ compreende o Sector dado ABC, aquele circ.º se igualará prefisam.te ao Sector dado AD, B; q̃ se poderá deduzir nas outras fig.as como veremos no fim destes poblemas; logo p.ª se resolver este poblema se obrará o seg.te

Se-

Seja dado o retang.º ABCD com o qual se quer fazer hum Se-
ctor; de cuja area, ou arco delle seja a terça parte por Comp.to de circ.º
de sua o rigem. produsase o lado do retang.º AB indifinitam.te, athe
E, e tomese a linha AE tres vezes a linha AB; ou se tome a linha
AE, q tenha p.ª a linha AB a proporçaõ pedida; q por ser neste caso
a terça p.te; pomos AB a terça p.te de AE, ou esta AE tres vezes a
quela AB. e com estas linhas AD, e AE, se acabe hum retang.º,
ADGE, e a este retang.º se faça hum circ.º seu igual p.lo Problem 15.
e seja este circ.º HGI, q se reparta em tres p.tes iguais; q he a proporçaõ
pedida; e ficaraõ tres sectores HLI, ILG, HLG; iguais entre si.
e todos juntos iguais ao retang.º todo ADGE; logo qualquer delles
HLI, se igualara ao retang.º dado ABCD, ficando feito na
proporçaõ pedida.

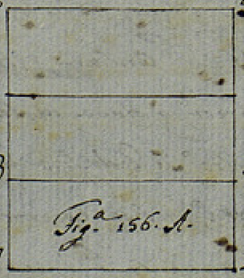


Fig.ª 156. A.

Fig.ª 156.

Problema 72.

Como se fara hum Sector igual a hum triang.º dado.

Reduzase o triang.º dado, a hum retang.º seu igual p.lo Proble
ma 1.º e p.lo Problema 71 se reduza em hum Sector seu igual; e
ficara feito o pedido.

Problema 73.

Como se fara hum Sector igual a hum quadrado dado.

Redusase o quadrado, a hum retang.º seu igual p.lo problema 11. e p.lo problem. 71. se redusa a hum sector q' sera o pedido.

Problema. 74.

Como se fara hum Sector igual a hum Rombo, ou Romboide dado.

Redusase o Rombo dado a hum retang.º seu igual p.lo problem. 6. e este retang.º se redusa no sector pedido p.lo problem. 71. e ficara seu igual; o mesmo se entenda no Romboide.

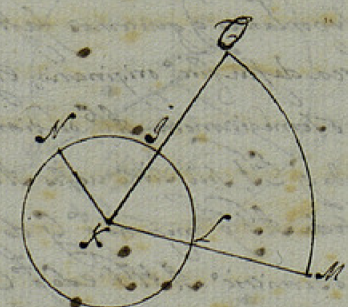
Problema. 75.

Como se fara hum Sector igual a hum circ.º dado.

Sabida ou dada a proporcaõ q' ha de ter o Sector p.ª o seu circulo originario com o diametro ou semediametro do circ.º dado, se busque sua segunda linha na mesma proporcaõ, como por exemplo, supponhamos q' queremos faser hum sector q' seia a quinta p.te da area de seu circ.º originario, e igual ao circ.º dado ABD. tomese o semediametro AE ou diametro AF, e se produsa athe F fasendo q' EF seia sinco veses AE, ou HF sinco veses AF, e partase toda AF p.lo meio no p.to G do qual p.los extremos A e F se descreva o semicirc.º AHF, e do p.to E, se levante a perpendicular EH. a qual sera o semediametro do circ.º originario do sector pedido; isto se entenda q.do tomarmos EF sinco veses o semediametro EA, mas se formos obrando com todo o diametro AF, se tomara HF sinco veses AF tantas como quisermos, ou na proporcaõ se pedir, q' neste caso foi quintupla, ha meia proporcional

entre

entre AE, e EF semdiametro do circ.º originario do sector pedido o q̃ na fig.ª se naõ mostra, por nella obrarmos com o semediametro AE, com o q.l façase hum qualq.r circ.º NIL, esse devida em circo les tantos como as da proporçaõ pedida de sorte q̃ seia NL, ou IL hua q.ta p.te de todo o circ.º, e se tirem as linhas indifinitas KIO KLM, e do p.to K, com o intervalo EH se descreva o arco OM, e ficara feito o sector KOM igual ao circ.º dado ABCD, sendo aquelle a q.ta p.te do circ.º seu originario, presisa e geometricam.te



Problema. 76.

Como se fara hum sector igual a hum pentag.º dado.

Redusase o pentag.º a hum retang.º seu igual p.lo problem. 34. o retang.º se redusa a hum sector p.lo problem. 71. ou tambem redusase o pentag.º

a hum

a hum sector digo a hum seric° sen igual [illegible] poblem. 40. este se redusa ao sector pedido p.lo poblem. 75. [illegible] e ficara igual ao pentag.o da do.

Poblema. 77.

Como se fara hum sector igual a hum triang.o equilatero dado.

Pelo poblem. 44 se redusa o triang.o a hum retang.o sen igual, este se redusa ao sector pedido conforme a praxe do poblema 71. e ficara feito. Ou tambem redusase o triang.o a hum seric.o sen igual p.lo poblem. 46. este se transforme no sector pedido p.lo poblem. 75.

Poblema. 78.

Como se fara hum sector igual a hua Elipsa dada.

Redusase a Elipsa a hum seric.o sen igual p.lo poblem. 48. e este se redusa no sector pedido p.lo poblem. 75. ou tambem redusase a Elipsa a hum retang.o sen igual p.lo poblem. 58. o qual se redusa a hum sector sen igual p.lo poblem. 71. e ficara feito por hua ou outra via.

Poblema. 79.

Como se fara hum sector igual a outro sector diverso.

Redusase o sector dado a hum retang.o sen igual pelo poblem. 63. este retang.o se redusa outra ves ao sector p.lo poblema 74. variandolhe a proporção entre seu arco e seric.o originario, á do prim.ro dado, e asim outro diverso sen igual; ou tambem redusindoo a hum circ.o p.lo poblem. 67. este circ.o se redusa ao sector (variandolhe a proporcão q̃ tem o prim.ro dado) o q̃ se fara p.lo poblema 75. e se vera o pedido.

Nota. 1ª

Deveseſe saber, q̃ naõ saõ som.te os mejos declarados p.los poblemas ante cedes p.los quais se fasem as d.tas transformaçoins das fig.as, mas por m.tos mais levandoas p.los dezejos q̃ cada hum quiser, transforman dose em diferentes m.tas ou poucas veses, ate q̃ se venha a transformar na fig.a pedida; Como por exemplo: quero fazer hum circ.o igual a hum pentag.o e naõ p.lo modo declarado no poblem. 40. reduso o pentag.o em hua fig.a qualquer, e seia no quadrado, q̃ se ensina no poblem. 35. e este reduso em outra qualqr. e seia no triang.o equilatero seg.do o poblem. 32. e desta fig.a seguise a mudarei ao circ.o pedido p.lo poblem. 46, ou irei mudando em outras diversas fig.as por este ou aquele caminho discorrendo de fig.a em fig.a ao arbitrio de cada hum, ate q̃ pareça reduzila na fig.a pedida. Pera se adextrarem os principiantes he bom faserem estas diversoins; porq̃ com ellas se lhes oferecaraõ duvidas, q̃ propor, e quando naõ queiraõ faser semellantes reduçoins, naõ tem outros modos gerais mais faceis, doq̃ os declarados nos poblemas antecedes. q̃ logo ensina a redusir hua fig.a a outra sua imediata possivel, e desta a outra semellante, indo p.lo mais breve caminho q̃ pode haver, p.a a reduçaõ da fig.a dada a fig.a pedida; e p.a q̃ naõ fique algum modo mais facil das redusoins q̃ neste Cap.o naõ declaremos; se deve saber q̃ a via mais breve, he quando a fig.a transformada he

a

he aimidiata a q̃ se transformou; e asim [illegible] m.te até a fig.a perten-
dida; e p.a se saber quais sao [illegible] seguinte.

Toda a fig.a multilatera, quadrado, pentag.o, exagono &c.ª se reduz primeiro ao triang.o q̃ a outra qualqr fig.a como se vio no poblem. 27.

Todo o triang.o se reduz prim.o em hum retang.o q̃ he a fig.a sua imediata, como se vio no poblema 1.º

Todo o retang.o se reduz a hum quadrado fig.a sua imedi-
ata, como se vio no poblema 2.º

Todo o quadrado, retang.o, rombo, ou romboide se reduz no triang.o fig.a sua imediata, como se ve dos poblemas 8.º e 5.º e ao contrario, deste naquelas excepto no quadrado q̃ he fig.a segunda imediata, do retang.o prim.a transformação do triang.o como se ve dos poblemas 1.º 18. e 19.

Todo o circ.o se reduz primeiro a retang.o como se ve nos poblemas 13, e 14.

Toda a elipse se reduz prim.o em o circ.o p.lo poblema 48. e ao contrario p.lo poblema 49.

Todo o sector se reduz a retang.o prim.o p.lo poblem 63. e tambem ao circ.o p.lo poblem. 67. e ao contrario p.los poblem. 71, e 75.
E p.a as mais fig.as q̃ não sejão as declaradas se reduzirem serão nesses duas ou mais reduções, segundo a fig.a a q̃ se ouver de transformar q̃ fica a disposição do geometra.

Nota

Nota. 2.

Tambem se deue aduertir q̃ quando duas ou mais fig.^as semellantes, diuersas na grandesa se ouuerem de transformar em outras suas iguais quaisq.^r de hum mesmo genero naõ tem necessid.^e de se cansar mais q̃ com reduzir hũa dellas e proporcionar as outras com esta como por exemplo tenho dois circ.^os diuersos, A, e B, aos quais quero faser dois quadrados seus iguais C e D, feito o quadrado C igual ao circ.^o A, direi proporcionando, se o diametro do circ.^o A, se transformou no lado do quadrado C seu igual! o diametro do circ.^o B em q̃ se transformara! e a quarta proporcional D sera o lado do quadrado igual ao circ.^o B, e assim de mesmo, i; e pelo contrario, se forem dados os quadrados C e D, e quisermos faser os circ.^os tendo ia hum delles A se dirá da mesma sorte, se o lado C do quadrado se transformou no diametro A, de hum circulo seu igual, o lado do quadrado D, se transformara no diametro do circ.^o seu igual B, q̃ vem a ser sua quarta linha proporcional, e assim nas outras m.^tas ou poucas de quaisq.^r generos q̃ seiaõ, com condiçaõ q̃ as q̃ se transformaõ seiaõ todas da mesma especie, e as transformadas iguais todas na sua diversa.

Escholio.

Como os problemas antecedentes seiaõ m.^tos por nelles se comprehenderem todos os casos q̃ podem suceder, nas reduçoins de quaisq.^r figuras em outras diversas, e ser traballoso, andar buscando por todos, elles, adonde esta o caso, em q se pode resolução, me pareceo conveniente por aqui a taboada seg.te, q sirva como de index a todos elles; na qual entrando com a fig.a dada, q se qr transformar, buscando pela cabeceira da taboada, e debaixo della discorrendo p.r sua coluna, nos poremos de fronte da fig.a em a qual se qr transformar, segundo os titulos da p.te esquerda; e na quelle angolo comum acharemos o numero do problema q a transforma, o qual nos ensinara o caminho q havemos seguir na sua transformação; discorrendo p.los problemas q ali se irão citando. –

Taboada 2.ª			Figuras dadas.									
			Triangulo.	Retangulo.	Quadrado.	Rombo.	Romboide.	Circulo.	Pentagono.	Equilatero.	Elipse.	Sector.
			△	□	□	◇	▱	○	⬠	△	⬭	◗
Figuras buscadas.	Triangulo.	▷	4	8	10	5	5	16	27	30	57	64
	Retangulo.	▯	1	9	11	6	6	14	34	44	58	63
	quadrado.	□	3	2	*	7	7	13	35	44	50	65
	Rombo.	▱	19	20	21	22	24	26	38	45	59	66
	Romboide.	▱	18	20	21	24	23	26	38	45	59	66
	Circulo.	○	17	15	12	25	25	*	40	46	48	67
	Pentagono.	⬠	28	33	36	37	37	39	*	47	60	68
	Equilatero.	▷	29	31	32	41	41	42	43	*	61	69
	Elipse.	⬯	52	53	51	54	54	59	55	56	62	70
	Sector.	◗	72	71	73	74	74	75	76	77	78	79

Exemplo.

Supponhamos q̃ queremos redusir hum pentag.º a hum circ.º seu igual. Entro na taboada assima e busco p.la cabeceira a fig.ª dada debaxo de seu tit.º, ou da mesma fig.ª ali posta, e andando p.la columna abaxo nos poremos defronte da fig.ª pedida q̃ he o circ.º e no ang.º comum acharemos o n.º 40. q̃ indo buscar este n.º nos poblemas antecedentes se acham com o tit.º (como se fara hum circ.º igual a hum pentag.º dado.) q̃ he o mesmo q̃ queremos; este manda q̃ se redusa a hum triang.º seu igual p.lo poblem. 27; o qual o redus logo por ser fig.ª sua imediata; seguindo dissemos na p.rim.ª nota antecedente e por tanto naõ tem dependencia de outro algum poblema; e sendo ia redusido a triang.º seu igual, manda a mesma regra q̃ se redusa a hum quadrado p.lo poblem. 3.º q̃ indo a inquirilo ia com o triang.º achado, manda este poblema, q̃ se faça do triang.º hum retang.º seu igual, o q̃ ensina o poblem. 1.º neste titado, q̃ sendo redusido por elle ao retang.º manda o mesmo poblem. 3.º q̃ p.lo 2.º se redusa aquele retang.º em quadrado o q̃ o seg.do fas logo por ser a fig.ª sua imediata; feito ia o quadrado manda o mesmo poblema, 40, se redusa este quadrado ao circ.º pedido p.lo poblem. 12. do qual executada a praxe se achara o circ.º pedido; e assim com todas as mais fig.as quaisq.r a outras dessemelhantes.

Taj.º

Cap.º 10.

Das somas, deminuiçõins, multiplicaçõins, e repartiçoins das figuras planas, rectilinias e circulares.

§ 1.

Das somas das figuras.

Havendo ia deduzido huã fig.ª em outras suas iguais pode suceder quereremse iuntas em huã, duas ou mais fig.as geometricas da qual a area seja igual com todas as figuras dadas, e pode vir o caso em hum de 4 modos.

O primeiro he quando as fig.as q̃ se iuntaõ saõ todas de huã especie, e a fig.ª q̃ se pede igual com todas he de semelhante.

O segundo he quando todas as fig.as q̃ se iuntaõ saõ todas semelhantes, e a fig.ª pedida igual com todas he de ser diversa.

O terceiro q̃ as fig.as q̃ se iuntaõ saõ de diversas especies, e se haõ de iuntar em huã fig.ª de diversa especie, ou natureza, naõ sendo na de alguã das q̃ se somaõ.

O quarto, quando as fig.as q̃ se iuntaõ saõ de diversas naturezas, e a fig.ª pedida querem seia da natureza de alguã daquellas. Tambem pode suceder q̃ as fig.as q̃ se somaõ sendo de diversa especie, haiaõ alguas semelhantes á fig.ª em q̃ se querem aiuntar; mas este caso se inclue no 3.º e 4.º asima, assim q̃ seia o primeiro.

Problema 1.º

Dadas m.tas fig.as semelhantes, e iguais, fazer huã semelhante igual com todas.

A praxe

Sejão dados sinco quadrados A, B, C, D, E, iguais entre si, dos quais se quer fazer outro quadrado igual com todos; disponhãose os lados dos quadrados A, e B, em ang.os rectos, e sejão estes as duas linhas, A B, B C, e se tire a linha A C, aqual será o lado do quadrado, igual com os dois quadrados, A, e B. E logo do extremo A da linha A C se levante a perpendicular A D igual com a linha A B, ou B C, ou com o lado do quadrado C, e a linha D C será o lado do quadrado q se iguala com os 3 quadrados A, B, C; e do p.to D, levantando a perpendicular D E igual com B C ou A D, ou com o lado do quadrado D, e tirada a linha E C, será o lado do quadrado igual com os 4 A, B, C, D. E ultimam.te levantando do p.to E outra perpendicular E F igual com B C, ou com o lado do quadrado E, e tirada a linha C F será o lado do quadrado buscado, o qual se iguala com todos os 5 quadrados A, B, C, D, E, iguais todos; provase p.la 47 do livro 1.º e proposição 31 do 6 livro de Euclides.

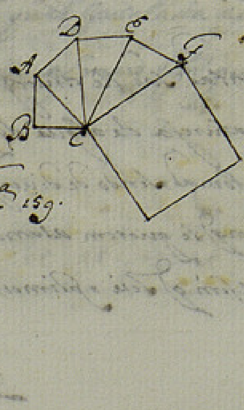
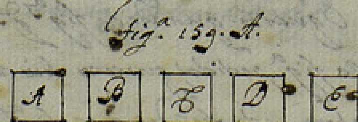


Fig.a 159.

Fig.a 159. A.



Toro,

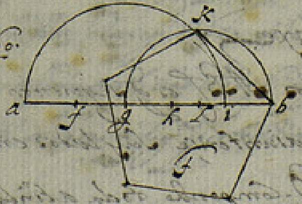
Corolario

Seguese do sobredito q̃ tal o espaço entre o quadrado da linha AT, e quadrado de TB, como he o do quadrado de DT, sobre o de AT, e o de ET, sobre DT, e será tambem igual ao espaço q̃ tem o quadrado feito de FT, ao feito sobre ET, e assim todos os quadrados irão em igual progreção, cuia diferença entre elles será sempre igual ao quadrado de AB, ou a outros seus iguaes, como o de AD, ou DE. &c.ª

2.ª praxe

Tomesse na recta AB, outras tantas vezes o lado da fig.ª como o numero das q̃ se querem ajuntar, q̃ por exemplo serão sinco pentagonos, A, B, T, D, E, iguaes entre si, tomaremos sinco vezes o lado de qualquer delles, e compondo a recta AfGHIB: destas p.tes se tirará a linha IB, e se reparta o resto AI, pello meyo no p.to G, do qual p.to G, e termos A, e I, se descreva o semicirc.º AKI, e se reparta a distancia GB pello meyo no p.to L, do qual p.to como termos GB se descreva o semicirc.º GKB, q̃ crusara o p.ro no p.to K, e tirando a linha K, B, j.ª ao p.te donde p.ro largamos a porção IB, sobre KB, constituiremos outro pentag.º F, e este será igual a todos os sinco dados ABTDE. prova se pella 36 do L.º 3.º de Euclides.

Fig.ª 160.



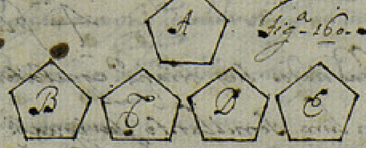


Fig.ª 160. A

foro

Corolario.

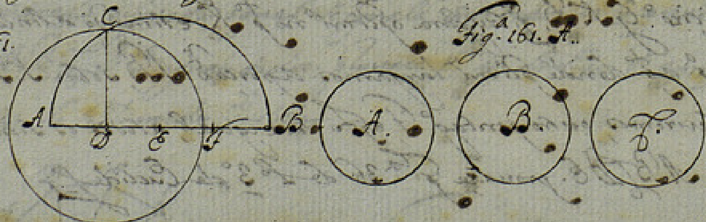
Colhe-se do sobred.to outro modo de achar hũa meya proporcional entre duas rectas dadas, porq.to a linha buscada KB, he meya proporcional entre AB todo, e BΓ dados.

3.ª Praxe

Seião os tres circ.os dados iguaes ABΓ, os q̃ se querem sommar ou ajuntar em hum som.te Pondo-se em linha recta todos os seus diametros ou semediametros, e mais hum e fica toda a linha AB devidida em 4 p.tes nos p.tos DEΓ. do p.to E tirado no meyo de toda AB p.a os extremos A e B, se descreva o semicirc.o ACB, e do p.to D, ou Γ mais chegado a hum dos extremos A, se levante hũa perpendicular DC, esta linha sera o diametro ou semediametro do circulo q̃ se iguala com todos os tres ABΓ dados, e assim com quaesquer fig.as semelhantes.

Fig.ª 161.

Fig.ª 161. A.



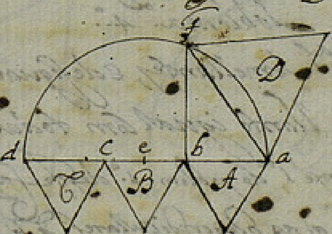
4.ª Praxe

Seião dados tres triang.os equilateros ABΓ, os q̃ se querem juntar em hum semelhante, e igual. ajuntem-se seus lados em hũa linha recta, e seião AB, BΓ, ΓD, compondo toda a linha AD,

da

da qual se tome o pᵗᵒ medio E. e desde pᵗᵒˢ extremos A e D, se descreva o semicirc.º AFD. e de hum dos pᵗᵒˢ mais proximos aos extremos como de B. se levante a perpendicular BF, até cortar o semicircº em F, do qual ao pᵗᵒ extremo mais proximo como A, se tire a linha FA, sobre a qual construindo o triangº equilatero D, será igual com todos os tres dados ABC, e assim com quaisqr outras figuras semelhantes.

Figª. 162.



Corolario.

Colheça tambem desta praxe hum terceiro modo de se buscar huma meia proporcional, porque a linha AF achada, he tambem meia entre as extremas AB, e AD, ou entre AD, e DB, como tambem entre AB, e BD.

Problema 2º

Dadas m.ᵗᵃˢ figuras iguais, e semelhantes, fazer huã qualqr, diversa igual com todas.

Pelo problema 1º deste capº, se iuntem todas em huã semelhante, por qualqr das duas praxes, e esta se reduza na figª pedida, em q se querem iuntas as superficies dadas, o q se fara pᵗᵒ problem. do capº antecedᵗᵉ e se achara a figª pertendida.

Problem.

Problema. 3.º

Dadas m.tas fig.as iguais desemelhantes, fazer hua qualqr, igual com todas.

Reduzida de todas as fig.as dadas, á natureza da fig.a pedida; e sendo as reduzidas, se juntaraõ em hua Soma, por qualqr dos pla-xes do problem. 1.º e se achara a fig.a pertendida.

Problema. 4.º

Dadas m.tas fig.as Semelhantes, e desiguais, fazer hua seme-lhante igual com todas.

Executese a prax.e 1.a do problem. 1.º deste Cap.º e se verá o pedido; com advertencia q as perpendiculares q se forem levantando se-ião iguais com os lados da fig.a dada q lhes Segundo. Como, p. ex. Sendo q sejaõ os circ.os A, B, C, D. desiguais, e os quizerem somar em outro circ.º igual a todos. tirese do diametro A, do prim.º a linha prependicular sobre AB, seu diametro, e dada se-ie BC igual com o diametro do seg.do circ.º B; e de C se levan-te outra CD igual com o diametro do terceiro circ.º C, e perpen-dicular sobre AC, e se tire a linha DA, e do p.to D outra D E, sobre DA igual com o diametro do terceiro circ.º D, e a li-nha AE, será o diametro do circ.º q se iguala com todos os da-dos A B C D. o mesmo em digo q fizemos na prim.a prax.e sobred.ta a qual he geral sejaõ ou naõ sejaõ as fig.as iguais, mas sem semelhantes, o circ.º E, q tem por diametro a linha AE he o q se iguala, com os quatro circ.os desemelhantes dados; A, B, C, D.

Fig.a

Fig.s 163.

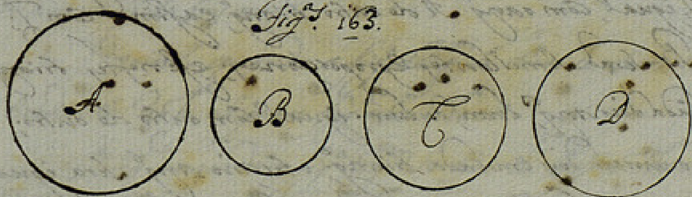
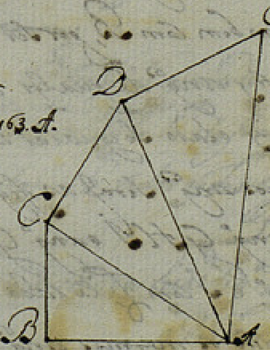
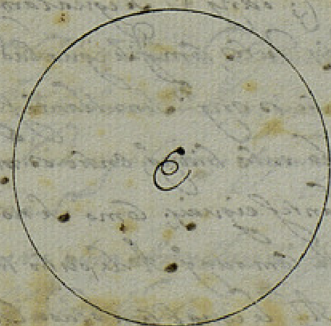


Fig.a 163.A.





Problema 5.º

Dadas m.tas fig.as desemelhantes e desiguais, fazer hua qualqr. igual com todas.

Redusasse cada hua das fig.as dadas na fig.a demandada p.lo problem. 3.º Cap.º 9. feito isto Somem todas p.lo problem. 4. asima; e fica=rão Somadas na fig.a q. quiserem, a qual se for neses.º se pode re=dusir em outra qualqr.

Escholio

Por fig.as semelhantes, se entendem ser aquelas q. posto q. seião iguais ou desiguais na quantid.e q. compreendem superficial, o n.º de seus lados, e valor dos ang.os são iguais entre si; como se o triang.º ABC, q. tem tres lados como o triang.º DEF, se disser,

o ang.º

o ang.o D, igual, com o ang.o A do outro triang.o e asim F com I; e E, com B, serão semelhantes e proporcionais; e se nestes triang.os tendo cada dois ang.os hum de hum, igual com outro do outro; e destes ouverem dois em cada triang.o o terceiro ang.o sera igual com o terceiro do outro; como se o ang.o D se iguala com A. e F, com I; o ang.o E se igualara tambem com B, por ser o resto para os dois rectos, com q' se igualão os tres ang.os de qualq.r triang.o; e se entre os ang.os semelhantes e iguais o lado se igualar com o, lado do outro triang.o entre os mesmos ang.os serão as fig.as semelhantes e iguais; como se no triang.o GHI o ang.o G se iguala com o ang.o A do outro triang.o e I com C; e o lado entre elles AC, he igual com o lado GI entre os mesmos ang.os no outro triang.o; serão os triang.os não so semelhantes, mas iguais. E nas mais fig.as multilateras regulares, e irregulares se entenda o mesmo, tendo os lados proporcionais, e os ang.os iguais o q' tudo melhor colheremos dos theoremas adiante.

Fig.a 164.

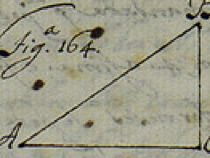


Fig.a 164. A.

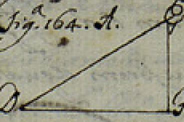
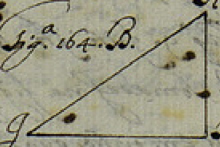


Fig.a 164. B.



§. 2.

Das deminuiçoins das figuras.

Pode suceder ao geometra, ser-lhe necess.o tirar hua fig.a de outro e notar o resto em outra semelhante, ou desemelhante; o q' digo

pode

pode vir o caso de tres modos.

O prim.º quando a fig.ª de q.m se tira he semelhante á tirada, e o resto se q.r em fig.ª semelhante.

O seg.do quando a fig.ª de q.m se tira he desemelhante á tirada, e o resto, se q.r seie semelhante, á de q. se tira, ou á q. se deminue.

O terceiro: quando a fig.ª de q.m se tira he desemelhante á tirada, e o resto ha de ser em fig.ª desemelhante, á qualquer daquelas; e p.ª todos estes casos seraõ os problemas seguintes.

Problema 1.º

Como se tirará hua fig.ª de outra sua semelhante, ficando o resto, em fig.ª semelhante.

Seja o Exagono A, mayor, do qual se q.r tirar (por exemplo) o Exagono B, menor: partase o lado do Exagono FD de q.m se tira p.lo meyo no p.to C, e se descreva o semicirc.º FKD q. passe p.los extremos, F, e D; tomese o lado FD do Exagono q. se tira, e se acomode, de D, (ou de F) no semicirc.º e seja DK, e se tire a linha FK sobre a qual sendo construido o Exagono G, este será o q. resta e assim com quaisq.r fig.as semelhantes, regulares, ou irregulares, de m.tas ou poucos lados, circulares, ou de linhas rectas: prova se p.la 47 do 1.º ou 31. do L.º 6. de Euclides.

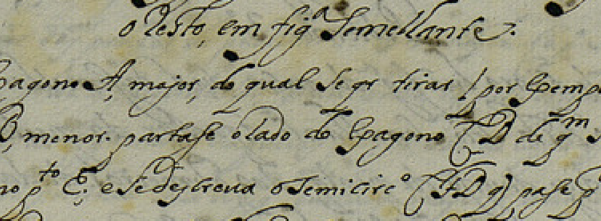


Fig.ª 165.

Problem.

Poblema 2º.

Como se tirara huã figª de outra sua desemellante; eqᵉ o desto seie semellante, aqualqr da quelas.

Querendo qᵉ o desto seie semellante a figª de qᵐ se tira, se redusa a qᵉ se ha de tirar, ahuã sua igual, semellante a figª pertendida, e redusida se tire da major dada a sua semellante, pᶜᵗᵒ poblem. 1º anteced. eo desto sera o pertendido; eplo contrario querendo qᵉ seje semellante a qᵉ se tira: se redusa a major dada desemellante, amesma espesie em qᵉ queremos o desto, qᵉ he o mesmo, qᵉ a qᵉ se tira na semellança, e se faça a deminuiçaõ; e ficara o desto semellante a figª tirada.

Poblema. 3º

Como se tirara huã figª de outra sua desemellante; eqᵉ o desto seie semellante aqualqr da quelas digo diverso de qualqr das plimeiras dadas.

Reduçaõse as duas figªˢ qᵉ haõ de faser ademinuiçaõ, a natureza da figª em qᵉ queremos o desto; oqᵉ se fara pᶜᵗᵒˢ poblemas de Cap. 9. esendo redusidas pᶜᵗᵒ poblom. 1º deste §º se faça a deminuiçaõ, e sobre a linha achada se constitua a figª pertendida, e ficara feito igual ao desto.

§. 3º.

Da multiplicaçaõ das figuras.

A multiplicaçaõ das figªˢ se fas quando se pede huã qᵉ seie 2, 3, 4, ou majs veses major qᵉ qualqr dada epode vir ocaso

de

de tres modos.

O prim.º quando a fig.ª multiplicadoe ha de ser da mesma espesie da fig.ª dada.

O segundo quando a fig.ª q se qr multiplicar, he diversa da multiplicada q se busca.

O terceiro quando a fig.ª q se multiplica he semellante ou desemellante, a multiplicada; e esta contem a dada, alguas veses, e algua sua p.te ou p.tes aliquotas; e assim seie o prim.º

Problema. 1.º

Como se multiplicara hua fig.ª dada, a outra semellante, em qualqr pedida proporcaõ.

Por qualqr das praxes do problem. 1.º § 1.º deste Cap.º se pode faser com toda a facilidade; executando, o q nelle disemos, imaginando q as fig.as dadas naquelas praxes; saõ as veses q neste problem. se pertende seie a fig.ª buscada, maior q a dada; mas p.ª maior claresa executemos a praxe 3.ª tendo entendido q assim se fara, com as mais, excepto com a prim.ª q som.te serve neste lugar, p.ª quando a fig.ª q se multiplica, he som.te 2, 3, 4, ou mais veses justam.te sem entrar quebrado, o q as outras tres praxes naõ exceptuaõ por mais gerais.

Seie dado o quadrado ABCD, e se qr faser outro q seje quintuplo deste. produsase hum de seus lados AB indifinitam.te athe I, e de B, se tome 5 veses, o lado AB, a saber BE, EF, FG, GH, HI, outras tantas como quero haja na fig.ª multiplicada; e todo o composto AI se departa p.r to meyo em F, e qual p.los extremos A, e I se descreva o semicirc.o AFI, e se produsa o lado BC do quadrado dado (se for nessess.o) até tocar no semicirc.o em F, e a linha BF será o lado do quadrado M quintuplo do quadrado dado ABCD, e o mesmo se fará com quaisqr outras fig.as, e por qualqr dos praxes sitadas, e porq na segunda, terceira e quarta praxes, não são outra couza mais q buscar hũa linha meja proporcional, entre duas linhas dadas q estejão na mesma proporção, em q queremos as areas das figuras. E daqui se entende q entre o lado da fig.a dada, e a linha q for tantas veses este lado, como de veses eu quero, ou me pedem haja na fig.a buscada a meja proporcional, entre estas duas linhas, he sempre o lado da fig.a pedida, o q se explicará tambem no seguinte.

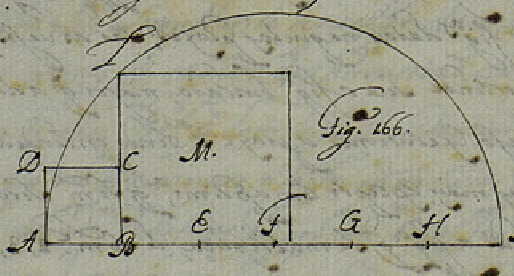


Fig. 166.

Problema 2.º

Como se fará hũa fig.a q contenha quantas veses quisermos outra qualqr semelhante.

A fig.a dada se multiplicará quantas veses se pedir p.lo modo do problem. 1.º, sobred.to, ou p.las praxes do problem. 1.º § 4.º, e visto o multiplicado, a ficar semelhante á dada, esta se redusa

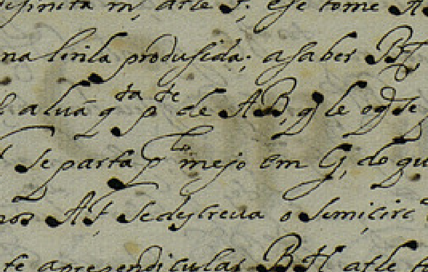
pelos,

Pelo poblem. de Cap. 9. na fig.ª pedida, desemelhante, e ficara feito o q̃ se pede.

Poblema 3.º

Como se fara hua fig.ª q̃ contenha outras, q.tas veses quisermos, e mais alguã p.te ou p.tes aliquotas, a huã fig.ª dada se melhante, ou desemelhante.

Este poblema se resolue p.las praxes 2.ª 3.ª e 4.ª do poblem. 1.º §. 1.º p.ª exemplo, executemos a 3.ª entendendoce asi nas mais. Seia dado hum circ.º AB, ao qual quero faser hum q̃ seia tres vesez, e hum quinto este. Repartase o diametro AB, em 5 p.tes iguais e se produsa indefinita m.te athe F. e se tome AB, pondoce por diante de B na linha produsida. a saber BC, CD, DE. e EF de mais igual a huã q.ta p.te de AB, q̃ he o q̃ se pede, e todo o composto AF, se parta p.lo meio em G, do qual como de centro p.los extremos AF se descreva o semicirc.º AHF, e do p.to B se leuante a prependicular BH, athe tocar no semicirculo em H, e a linha BH, sera o diametro do circ.º q̃ com tem ao dado AB, tres vesez e hum quinto. e este se podera redusir na fig.ª pedida p.lo Cap. 9. pedindoce desemelhante e asim, em qualqr outra proporção.



§.

§. 4.º

Das departiçoins das figuras.

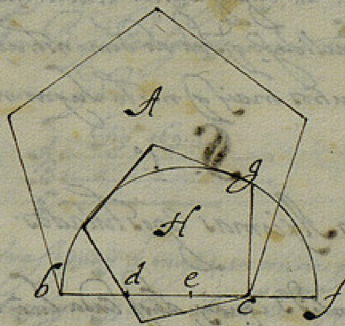
Repartem-se as fig.as quando sendo dada hũa, se pede outra q̃ seie ametade, terça ou quarta p.te &c.º da dada. Vem a ser em rigor o contrario da multiplicação, e pode suceder por outros tantos casos, asim q̃ seie o primeiro.

Problema 1.º

Como se departirá hũa fig.ª qualq.r em q.tas p.tes iguais se mellantes quisermos, ou nos forem pedidas.

Seja dado o pentag.º A, e quero fazer outro q̃ seie a sua terça p.te, ou q̃ tres componhão o dado. departa-se o lado do pentag.º BF, em tres p.tes iguais nos p.tos DE, e se ponha hũa C.F p.ª fora na linha produzida BF (por se pedir q̃ seie hum terço) e se dois terços se porião duas partes daquellas; e se hum quarto se deuederia o todo BF em quatro p.tes e se deitaria hũa C.F na produzida &c.º e todo o composto BF se departa pello meyo, como em E, e delle p.los extremos B e F se descreua o semicirc.º BGF, e se leuante do extremo C do lado da fig.ª dada a prependicular CG, e digo q̃ CG he o lado do pentag.º H, q̃ he igual a hum terço do dado A; e asim se fará em qualq.r outra proporção, e em qualq.r outra fig.ª; e se a fig.ª H q̃ he semellante semple á fig.ª q̃ se departe quiserem seie outra, se reduzirá depois esta p.la Cap.º 9. na q̃ se pedir, e será tambem igual a hum terço da fig.ª dada, inda q̃ desemellante.

Fig.ª 168.



Com o sobred.to escusamos de exemplificar o segundo, e terceiro caso, porq̃ tudo enclue, em rigor o problem. asima. e se pode tambem alcançar m.to de facil m.te p.lo q̃ temos dito em todo este Cap.º e asi pasemos a outro.

Cap.º 11.

Dos Axiomas, Postulados, Theoremas, e suas definiçoins.

Axioma nome particular derivado da lingoa grega, he hum prim.ro principio, especulativo, e cientifico tam comua q̃ naõ necesita de prova por ser de si mesmo manifesta.

Postulado. he huã petiçaõ ou licensa q̃ se pede p.a hum prim.ro principio pratico.

Theorema he aquella demonstraçaõ q̃ inquire, e descobre, alguã ou alguas propried.es de huã ou m.tas quantidades juntas; da demonstraçaõ naõ trataremos, por tratarmos so da pra-

pratica, desfruando tudo p.ª quando tratarmos da Geometria es-
peculativa de Euclides, q̃ são as demonstraçoins dos seguintes
theoremas, e de outros mais q̃ neste lugar nos não são neses.os

§ 1.º

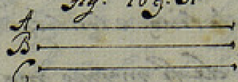
Dos Axiomas e Postulados

1. As quantid.es iguais, de q̃ cada huã he igual a huã 3.ª ou quarta q.de, são todas iguais entre si. Como se A he igual com a quantid.e B. e esta he igual com C, sera tambem igual com A, e todos serão entre si iguais, A.B.C. os q̃ nestas fig.as explicamos, p.ª a quantid.e em linha, se entenda ser o mesmo nas quantidades superficiais, corporeas e angulares.

Fig.ª 169.

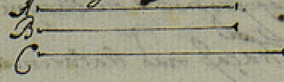
2. A q̃ he igual a huã de duas iguais, he tambem igual a outra, Como se A e B são iguais, e C se iguala com A sera tambem igual com B.

Fig.ª 169. A



3. A q̃ he mayor q̃ huã de duas iguais, he tambem mayor q̃ a outra, como se a A e B q̃ são iguais, ouver huã C mayor q̃ A, sera tambem mayor q̃ B.

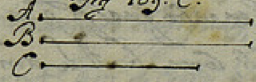
Fig.ª 169. B.



A q̃ he

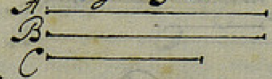
4. Aquelle menor que huã de duas iguais, he tambem menor que a outra; como se a A e B, que são iguais, ouver huã terceira C menor que A sera tambem menor que B.

Figª 169. C.



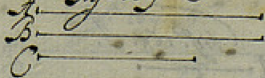
5. Se huã de duas iguais he mayor, ou menor que alguã terceira, tambem o he a outra das duas iguais, como se A, he mayor ou menor que C, tambem B o será.

Figª 169. D.



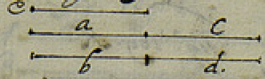
6. Quanto huã de duas iguais he mayor, ou menor que alguma terceira, tanto a outra o he, como se A he mayor, ou menor que C, outro tanto sera mayor, ou menor B sua igual.

Figª 169. E



7. As que são duas ou mais vezes mayor que alguã quantidade são iguais entre si; como se A he duas vezes C, e o mesmo B comporão duas quantidades iguais. A, B.

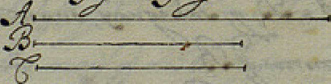
Figª 169. F.



8. Aquelle que he duas, ou tres vezes, &cª mayor que alguã de duas iguais he o mesmo mayor que a outra. Se A, he tres vezes (por exemplo) mayor que B, que se iguala com C, outro tanto sera A mayor que C.

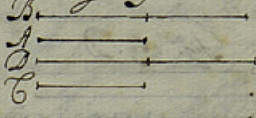
Figª

Figª 169. G.



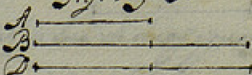
9. As ametades ou outra qualqr. p.te aliquota de quantidades iguais, saõ iguais entre si; Como se A he ametade de B; e C a ametade de D, se B se igualar com D seraõ as ametades A e C iguais entre si.

Figª 169. H.



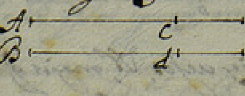
10. A q̃ he ametade de huã de duas iguais (ou outra qualqr. p.te) he tambem a mesma p.te da outra, se ametade de huã ametade da outra, Como se A for ametade de B, e B igual com D tambem A sera ametade de D.

Figª 169. I.



11. Se á quantidades iguais acrescentarmos outras iguais, os todos seraõ iguais. Se as quantid.es A e B saõ iguais, e lhe acrescentarmos outras iguais, C e D, os todos, AC e BD seram iguais.

Figª 169. K.

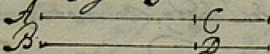


12. Se de iguais tirarmos iguais, as q̃ restaõ ficaraõ iguais. Como, se de AC e BD, iguais, tirarmos as iguais, C e D, os restos

Ac

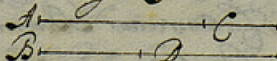
A, e B, ficaraõ iguais.

Fig.a 169. L.



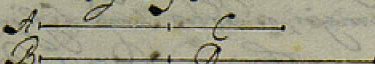
13. Se de iguais tirarmos desiguais, os restos seraõ desiguais como se de toda A, igual com a toda B, tirarmos C; e da quantid.e B, tirarmos D, e C, D, forem desiguais, os restos A, e B, seraõ tambem desiguais.

Fig.a 169. M.



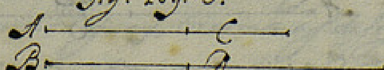
14. Se a iguais acrescentarmos desiguais, os todos seraõ desiguais; se A, se iguala com B, e as duas se ajuntarem, as desiguais C e D, huã, a huã, contra a outra, comporaõ duas desiguais, AC, BD, no todo.

Fig.a 169. N.



15. Se a desiguais, acrescentarmos iguais, os todos seraõ desiguais; se a D, e C desiguais, acrecentarmos A, e B iguais, a huã quantid.e huã, e a outra outra, os todos AC, BD seraõ tambem desiguais.

Fig.a 169. O.

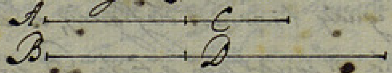


16. Se de desiguais tirarmos iguais, as q restaõ seraõ desiguais; como se da toda AC, e da toda BD, q saõ desiguais tirarmos duas p.tes iguais, A e B, huã de cada huã as q restam

C

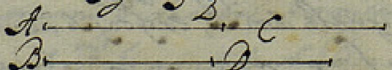
C e D, seraõ tambem desiguais; e com major proporçaõ q as primeiras.
e igual no excesso, o major resto ao menor, q q hum todo a outro todo menor.

Fig.ª 169. P.



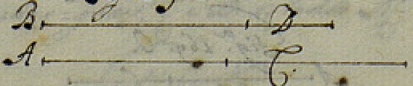
17. Se a desiguais acresentarmos desiguais, a major, á major e a menor a menor, os todos seraõ desiguais; como se A e B, desiguais, se lhe acresenta C e D tambem desiguais, a major A, á major acresentada C, e a menor B a menor acresentada D, os todos AC, BD seraõ desiguais, com major desigualdade.

Fig.ª 169. Q.



18. Se de desiguais tirarmos desiguais, da major a menor, e da menor, a major, os restos seraõ desiguais, como se de A, major q B, tirarmos C menor q D, e de B menor q A tirarmos D major q C os restos A e B seraõ desiguais, com menor desigualdade, q as deminuidas.

Fig.ª 169. R.



19. As quantidades q total mente se ajuntaõ saõ iguais.

20. O todo he major q qualquer sua parte, ou partes, e igual a todas ellas juntas. 20, major q seu quinto 4; q seus $\frac{3}{4}$ 15. e igual com $\frac{5}{5}$, ou $\frac{4}{4}$.

To.

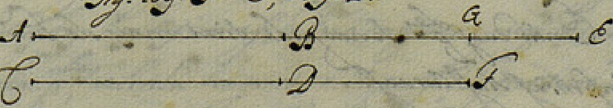
21. Todos os semidiametros q̃ se lançarem dentro de hum mesmo circº, ou em outros seus iguais, seraõ iguais, o mesmo se entende com os diametros.

22. Todos os angº rectos saõ entre si iguais.

23. Duas linhas rectas naõ abarcaõ espaço algum.

24. Se a iguais acrescentarmos desiguais, sera o excesso q̃ hum dos todos fas ao outro todo, igual ao q̃ huã das acrescentadas tem a outra: como se a AB igual com CD, acrescentarmos as desiguais BE, e DF, o excesso q̃ AE tem sobre CF, nos todos, a saber GE, he igual ao excesso, q̃ BE huã das acrescentadas tem a outra DF, q̃ he a mesma quantidᵉ GE.

Figª 169. S. e, 169. L.



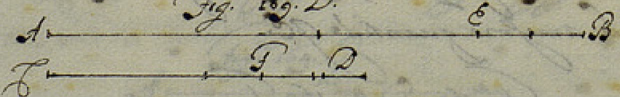
25. Se a desiguais acrescentarmos iguais, sera o excesso q̃ hum dos todos fas ao outro, igual ao q̃ huã das primeiras fazia na outra; esta claro com o exᵗ, e figª antecedᵗᵉ sendo AB, e CD as acrescentadas.

26. Se a iguais tirarmos desiguais, sera o excesso q̃ huã das q̃ ficaõ tem a outra, igual ao q̃ huã das tiradas fas a outra, como se de 20, e 20, quantidᵉˢ iguais, tirarmos as desiguais, 16, e 13, cujo excesso he 3, sera igual, ao excesso das q̃ restaõ 4, e 7, cuja diferença he tambem 3.

27. Se a desiguais tirarmos iguais, sera o excesso q̃ hum dos todos fas ao outro todo, igual ao q̃ huã das q̃ ficaõ fas a outra, como;

Como se ás quantidd.es desiguais 16, e 13, tirarmos duas iguais, 10
e 10. os restos 6, e 3. terão o mesmo espaço 3 do q̃ os todos, 16, e 13.
28. Se hum todo he duas vezes major q̃ outro todo; e o tirado,
do major duas vezes major q̃ o tirado do menor sera tambem
o q̃ fica do major duas vezes major, do q̃ o q̃ fica do menor, como se
há todo AB. 20 he duas vezes major q̃ o todo FD, e a tirada da ma-
jor da major BE 6, he duas vezes a tirada da menor DF 3. os
restos AE 14 he duas vezes tambem os restos da menor FF 7.
O mesmo se entenda com outras quaisquer p.tes do terceiro o quar
to. &c.

Fig.a 189. L.



29. Entre duas p.tes se não pode tirar mais de hua linha re-
cta, e infinitas das curvas.
30. Entre duas linhas rectas se podem lançar infinitas li-
nhas rectas e curvas.
31. Entre duas linhas rectas não pode haver mais de huã
superficie plana, e infinitas curvas.
32. Entre duas superficies opostas se podem lançar in-
finitas superficies e linhas.
33. Hua superficie plana não se pode ajuntar em huã
curva, posto q̃ igual na quantidade.
34. Toda a linha se termina em p.to por não ter mais q̃
longitud.
35 Toda a superficie se termina en linha q̃ tem longitud.

Todo

36. Todo o Corpo se termina em Superficie

37. Toda a linha se devide em hum ponto.

38. Toda a superficie se corta ou devide com hua linha q̃ aparta hua parte da outra.

39. O Corpo se devide com superficie q̃ aparta hum do outro.

40. Toda a linha consta de infinitos pontos unidos.

41. Toda a superficie consta de infinitas linhas unidas.

42. Todo o Corpo consta de infinitas superficies unidas.

43. Muitos p.tos constituem hum so ponto, sem quantid.e mais q̃ em n.o de pontos.

44. Muitas linhas unidas formaõ hua so linha.

45. Muitas superficies unidas formaõ hua so superficie.

A rezaõ destes tres axiomas, he hua mesma, porq̃ como os p.tos naõ tenhaõ p.tes, a linha largura, a superficie grossura, naõ po-de aumentar quantid.e, q̃ m.tos nadas, nada constituem.

46. Na superficie ha infinitos pontos.

47. No Corpo ha infinitos pontos.

48. Se ao p.to extremo de hua linha, ajuntarmos ou tirarmos, hum, dois, ou mais pontos, o todo ou resto sera a mesma quantid.e q̃ de prim.o, como tambem tirando, ou acresentando hua linha ou m.tas do extremo de hua superficie, ou m.tas superficies do extremo de hum corpo, o q̃ bem claro fica com os axiomas 45. q̃ como naõ tem quantidade, nem aumentaõ nem deminuem.

49. Muitos pontos unidos naõ formaõ quantidade, ou parte algua.

Infi.

50. Infinitos p.tos unidos, formaõ quantid.e ou seie, em linha, Superficie, ou Corpo; porq̃ qualqr quantid.e consta de p.tos infinitos.

51. Infinitas linhas unidas formaõ quantid.e Superficial e Corporea.

52. Infinitas Superficies unidas formaõ Corpo. Estes dez, axiomas naõ saõ tam patentes dos termos como os sobred.tos e por tanto, os demonstremos. Como toda a linha se devide com hum p.to e por tanto se pode devidir em infinito ficando sempre quantid.e q̃ p. naõ ficar avia mister devidirse infinitam.te athe chegar ao p.to extremo da linha, ultimo termo; e como este p.to só o infinito o mede, sendo infinitos na linha q̃ se devide, em outros tantos p.tos constara a linha de infinitos p.tos como dissemos no Axioma 40. compondo estes sua quantid.e em comprim.to o q̃ naõ faraõ sendo só numericos, inda q̃ m.tos porq̃ m.tos nados naõ fazem cousa algua. q̃ he cousa q̃ sendo numerica naõ aumenta, nem deminue nada. Como a superficie se gera correndo a linha AB, atravessada m.te athe CD. os p.tos A e B extremos formaõ duas linhas, AC e BD termos desta superficie, e todos os p.tos q̃ ha na linha AB, q̃ saõ infinitos, formaraõ tambem infinitas linhas unidas, seguindo a via dos p.tos da linha AB como o p.to E gerando a linha EF. o p.to G a linha GH, e assi todos os de AB. e como estes seiaõ infinitos, faraõ infinitos vestigios, ou linhas unidas, ponto por ponto, e por infinidade, e naõ por m.tos geraõ a quantidade superficial ABD. Tambem como os infinitos p.tos geraõ quantidade, na linha; e assi,

infi-

infinitas Superficies formaõ corpo, q̃ a mesma ~~mesma~~ deSaõ; pois Se multiplica huã Superficie, da mesma Sorte outra vez por huã linha q̃ tem infinitos p.tos e como estes Seiaõ iguais á grosura das Superficies q̃ naõ tem p.tes Segue-se de nessecid.e no Corpo aver tantas Superficies unidas, como de p.tos ha na grosura do d.to Corpo ou linha AB, q̃ Saõ infinitos. e asi tambem Sera a linha, Superficie, e Corpo de pontos infinitos.

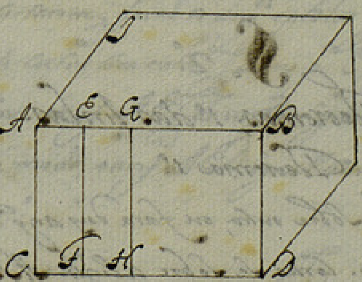


Fig.a 169. X.

53. Duas linhas rectas Cortando huã a outra, naõ tem parte comua, porq̃ Se a tiverem, teria largura, Contra Sua definiçaõ. e como esta Seie a de hum p.to Sem partes Segue-Se Ser a p.te comua, hum ponto q̃ naõ tem partes.

54. Duas linhas rectas encontrandose no mesmo p.to naõ vindo de partes totalm.te opostas, Se ambas Correrem adiante nesesaria m.te cortarâ huã a outra, em hum mesmo p.to Sem partes p.lo Axioma asima. vindo as linhas de partes total m.te opostas, pasará huã por todos os pontos da outra e ficaraõ paralelas.

55. Entre dois pontos Se naõ pode tirar huma Superficie.

56. Entre duas linhas naõ pode haver corpo.

Por-

Postulados.

1. De qualqr. p.to se pode lançar hua linha recta a qualqr. outro.

2. Qualqr. linha recta se pode estender p.a ambos as p.tes.

3. Podese descrever hum circ.o de qualqr. centro, com qualqr. internalo.

4. Podese tomar hua quantid.e igual, mayor ou menor à qualqr. dada.

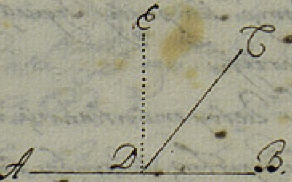
§. 2.o

Dos Theoremas, 1.o das linhas.

Theorema 1.o

Se hua linha cahir sobre outra, ou fara dois ang.os rectos, ou dous iguais a dois rectos. Como se sobre a linha AB, cahir a linha CD, fara dous ang.os rectos EDA, EDB, ou duas CDA, CDB, iguais na soma, com dous rectos. He proposisão 13, do l.o 1.o de Euclid.

Fig.a 170



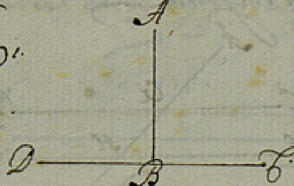
Theorema 2.o

Se de hua linha AB, tirarmos de qualqr. p.to B, a linha BC, e do mesmo a linha BD, de modo q̃ façao ang.os rectos, ou de inceps, ABD, ABC, sera toda DBC hua linha recta continuada; e sendo recta a linha DBC, e os ang.os ABD, ABC

iguais

iguaes entre si serão rectos. he a prop. 14 do L. 1º.

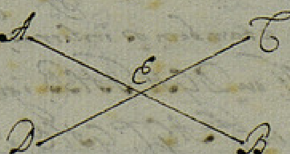
Fig.ª 171.



Theorema 3º

Se duas rectas se cortarem, farão os ang.os opostos iguaes entre si. Como se a recta AB se cortar com outra CD no p.to E, farão os ang.os opostos iguaes entre si, como o ang.o AEC do vertice igual com o da base D EB. e do mesmo modo o ang.o AED igual com o ang.o CEB. he a praxe 15 do p.rimº.

Fig.ª 172.



§. 3º

Das linhas paralelas.

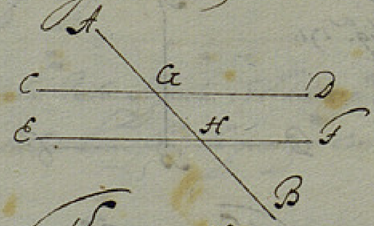
Theorema 4.

Se hua linha recta cortando duas, fizer com ellas os ang.os alternos iguaes, as tais linhas serão paralelas. Como se a linha AB, cortando as duas CD, EF fizer os ang.os alternos EHG, HGD iguaes serão paralelos as linhas CD, EF. he a prop. 27. do 1º L. de Euclid. E pela 28, se mostra q tambem serão paralelos se o ang.o externo AGC he igual com o interno oposto p.a a mesma banda EHG.

ou

ou quando doiz internos p̃ amesma banda CGH, EHG se igua
lão á doiz ang.os rectos em soma.

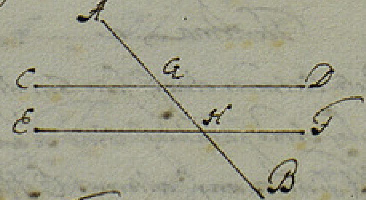
Fig.a 173.



Theorema 5.o

Se hũa linha cortar duas paralelas, fas com ellas os ang.os alternos iguais; etambem os internos, e externos da mesma banda; eiguais á doiz rectos, os internos e externos q̃ ficarem p̃ amesma banda; como se alinha AB, cortar as paralelas CD, EF, fara oz alternos DGH, EHG, como tambem CGH, GHF, cada doiz alternos iguaiz entre si; e tambem os internos, e externos, da mesma banda AGD, AHF, ou DGH, FHB, iguaiz cada doiz entre si; como tambem p̃ aoutra p.te AGC, GHE, e CGH, EHB, iguaiz entre si; e iguaiz a doiz rectos, cada interno ou externo da mesma banda, AGC, CGH, ou BHE, EHG. comesmo p̃ aoutra p.te. he aprop. 29 de p.o lim.o

Fig.a 173. A.



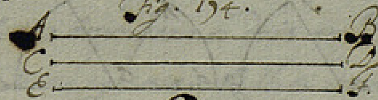
Theorema 6.o

Se hũa linha recta for paralela, com qualqr. outra, hũa de duas paralelas, serão todas paralelas entre si; como se das duas paralelas,

A

ABCD, ouver hua terçeira EF, paralela com huá CD, sera tambem paralela com aoutra AB. etodas tres paralelas entre Si. le a prop. 30. do L.º 1. de Euclides.

Fig.ª 174.



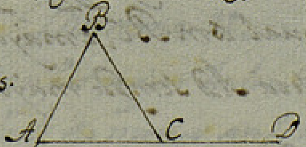
§. 4.

Dos triangulos.

Theorema 7.

Se em qualquer triang.º hum dos lados se produsir, fara o ang.º externo, igual aos dois internos opostos: Como no triang.º ABC produsido o lado qualquer AC, fara o ang.º Externo BCD igual a ambos os dois internos opostos, CAB, ABC, em Soma le a prop. 32. do L.º 1.

Fig.ª 175.

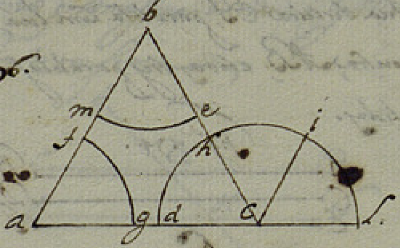


Theorema 8.

Todos os triang.os de hum triang.º qualquer, se igualaõ a dois ang.os rectos. Como no triang.º ABC, o ang.º C medido p. arco HD, e A por FG; B, por ME, se igualaraõ ao Semiçirc.º DHIC, sendo HI, igual com FG, e ME igual com IC, e o arco HD, q existe no mesmo Semiçirc.º igual com o arco FG, q todos tres se igualaõ a dois ang.os rectos. le o Corolario da 32. do 1.

Fig.ª

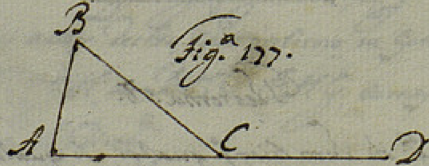
Fig.ª 176.



Theorema. 9.

Em qualqr. triangulo dois lados postos em linha recta compoem hua linha mayor q̃ o terceiro lado, como no triang.º ABC, no qual sendo produzido o lado AC, athe D, e CD igual com qualqr dos outros dois lados AB, ou BC, toda a linha AD he mayor q̃ qualqr dos ditos AB, sendo CD igual com BC, e mayor q̃ BC, sendo CD igual com AB será AD sempre mayor. he a prop. 20 do 1.º

Fig.ª 177.



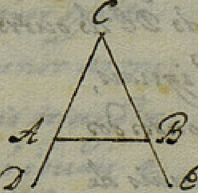
Theorema. 10.

Se em qualqr triang.º ouver dois ang.os iguais, os lados a elles opostos serão tambem iguais; e pelo contrario, a lados iguais serão opostos ang.os iguais, como no triang.º ABC, q̃ tem os ang.os CBA, e CAB iguais, serão os lados opostos AC, e CB iguais entre si; e sendo em qualqr

triang.º

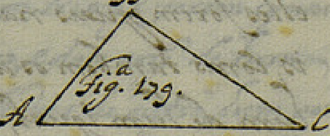
triang.º dois lados iguais, como AC, e CB serão os ang.os se:
us opostos CBA, CAB iguais. Seguesse q̃ sendo triang.º
Isoseles ACB, os dois ang.os CAB, CBA sobre a baze AB
serão iguais, como tambem os dois ang.os debaxo da baze
DAB, EBA serão iguais. Collesse tambem q̃ todo o
triang.º equilatero, he tambem equiangulo. He a prop. 5.ª
e 6.ª do l.º 1.º de Euclid.

Fig.ª 178.



Theorema 12.

Em qualq.r triang.º o mayor lado se opoem ao mayor
ang.º, e o menor lado ao menor ang.º, e o mediocre, ao me:
diocre: e pello contrario, o ang.º mayor o subtende o mayor
lado, ao menor o menor, e ao minimo, o lado minimo.
Como no triang.º ABC no qual
o mayor lado AC se opoem ao
mayor ang.º ABC. Ao medio AB
se lhe opoem o ang.º medio ACB.



e ao lado menor BC, o ang.º menor CAB: e pelo contrario
ao menor ang.º CAB, o subtende o menor lado BC, ao me:
diocre ACB o lado AB, e ao mayor ang.º ABC, o mayor la:
do AC. He a prop. 18 e 19 do l.º 1.º de Euclid.

Da

§. 5.º

Da comparação dos triang.os

Theorema. 12.

Se dois triang.os tiverem os lados iguais, hum de hum igual com outro do outro, serão os triang.os iguais; e os ang.os de hum iguais com os ang.os do outro, separadam.te em cada hum, como se nos dois triang.os ABC, DEF for o lado AB de hum igual com o lado DE do outro, AC, com DF; e BC, com EF serão os triang.os iguais, como tambem os ang.os opostos dos lados, digo aos lados iguais de hum e outro triang.o; os ang.os

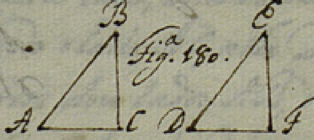


Fig.ª 180.

A, e D opostos aos lados iguais BC, e EF iguais; e tambem B, e E opostos aos iguais AC DF, os ang.os C, e F iguais o, postos aos lados iguais AB, DE. he a prop. 8 do l.º 1.º

Theorema. 13.

Se dois lados de hum triang.o qualq.r forem iguais com dois lados de outro triang.o, e os ang.os comprehendidos por elles forem iguais nas bazes, os terceiros lados serão igua: is, como tambem os ang.os obliquos, hum de hum igual, com outro do outro. Como se nos dois triang.os ABC, DEF, o lado AB de hum for igual com DE do outro, e BC com EF, e tiverem os ang.os B e E iguais, a baze AC de hum

Fig.ª 181.
He a mesma do Theorema antecedente, pela qual se pode ver o contendo neste.

será

sera igual á baze DF do outro, como tambem os angᵒˢ reliquos A de hum, igual com D do outro, e igual C, com F. he a prop. 4 do l.º 1.º

Theorema. 14.

Se dois lados de hum triangᵒ se igualaõ com dois de outro, hum a hum, e outro ao outro, e os dois angᵒˢ por elles compreendidos saõ desiguais, as bazes ou terceiros lados o seraõ tambem, a mayor oposta ao angᵒ mayor, e menor ao menor. como se nos dois triangᵒˢ os lados AB, e DE saõ iguais. e BC, com EF, e o angᵒ B he mayor ou menor q̃ o angᵒ E compreendido q̃ dos lados iguais, as bazes AC, e DF seraõ desiguais; e se o angᵒ B for mayor q̃ o angᵒ E sera a baze AC mayor q̃ a baze DF do outro triangᵒ, e vice versa; he a prop. 24 e 25 do l.º 1.º

Figª 182.

Pela figª 180 do Theorema 12 se pode ver o q̃ neste se explica.

Theorema. 15.

Se cada hum de dois lados de hum triangᵒ forem iguais a cada hum de dois lados de outro, e dois angᵒˢ de hum (iguais cada hum) a cada hum de dois de outro, hum por elles compreendido, e outro adjacente, seraõ os reliquos lados iguais hum de hum, e outro do outro, e os reliquos angᵒˢ. como se no triangᵒ ABC, o lado AC, he igual o lado DF, do outro triangᵒ DEF, e os angᵒˢ A, e C se igualaõ

com

com os angᵒˢ D e F do outro, A com D, e C com F, os deli:
quos lados tambem se igualaõ, Figᵃ 183.
AB, de hum com DE do outro; e
BC com EF. e tambem seraõ igua:
is os angᵒˢ B de hum, com o angᵒ
E do outro; e pᵇᵒ contrario, sendo
os lados de hum AB, e BC igua:
is com os lados do outro DE, e EF; sendo o angᵒ B igual
com E, tambem os deliquos angᵒˢ A e C se igualaõ com os
angᵒˢ D e F, e assi A de hum com D do outro e C, com F.
le a prop. 26 do lᵒ 1ᵒ.

Pela figᵃ 180 do Theore:
ma 12 se pode ver, o q
neste se explica.

Theorema. 16.

Todos os triangᵒˢ q tiverem iguais bazes e alturas, q
saõ os construidos dentro de duas paralelas, seraõ to:
dos iguais entre si; como se entre as duas paralelas
AB, e CD forem feitos quaisqr
triangᵒˢ ACE, FED que tenhaõ
as mesmas bazes CE igual com
ED, tendo os angᵒˢ A e F na paralela AB, seraõ iguais
entre si; como tambem he o triangᵒ ACD igual com o
triangᵒ CFD por terem a mesma baze CD, e estarem
entre as mesmas paralelas. le a prop. 37 e 38 do lᵒ 1ᵒ
de Euclides.

Figᵃ 184.

Theorema. 17.

Todos os triangᵒˢ iguais postos pᵃ a mesma banda, que
tiverem

tiverem iguais bazes estaraõ entre as mesmas paralelas; como se o triang.º ABC, se se igualar na superfilie com o triang.º ADB, ou com AEB, todos estaraõ entre as para: lelas CDE, e AB, tendo todos os triang.os ACB, ADB, AEB, a mesma baze AB, ou outras entre si iguais; e sendo asi seraõ paralelas as linhas AB e, CDE, e todos os pontos angula: res, CDE dos tais triang.os existi: raõ em linha recta CDE. saõ prop. 39 e 40 do L.º 1.º

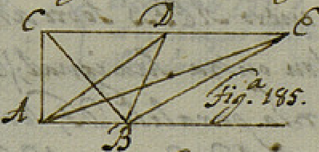


Fig.ª 185.

§. 6.

Dos paralelos gramos, e centro do circ.º

Theorema. 18.

Os lados e ang.os opostos, de qualq.r paralelo gramo, saõ iguais, e seu diametro, ou diagonal o parte p.r meyo; como no paralelo gramo retang.º, rombo, ou romboide, ABCD, os lados opostos AD, e BC saõ iguais; como tambem os opostos ABCD, por serem estas fig.as formadas entre duas linhas paralelas cruzando outras; e como tenhaõ igua: is distancias, ficaõ os lados opostos iguais; e a diagonal AC, devidirá a fig.ª em parte bifaria, q̃ he o mesmo q̃ devidila p.r meyo, ou em duas partes iguais, ADC, ABC. he a prop. 33 e 34 do L.º 1.º

Fig.ª 186.

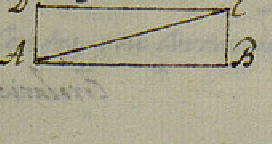


Fig.ª 186. A.

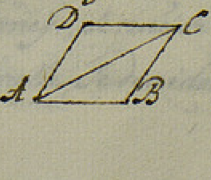
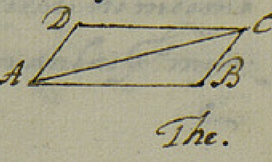


Fig.ª 186. B.

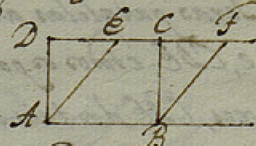


The.

Theorema. 19.

Todos os paralelos gramos feitos sobre as mesmas ou iguais bazes, e entre as mesmas paralelas, saõ iguais; como se oparalelo gramo ABCD feito sobre abaze AB, elinha paralela DF, ouver q̃ gr. outro AEFB sobre amesma baze AB (ou outra sua igual;) ena mesma linha paralela DF, seraõ iguais entre si ABCD, com ABFE; e p.lo contrario sendo iguais q̃ṗ estiraõ todos entre as mesmas paralelas, e sobre bazes iguais. he a p.p. 35. do l.o 1.o

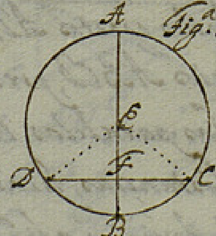
Fig.a 187.



Theorema. 20.

Em qualq.r circulo, se odiametro q̃ pasa p.lo centro corta qualq.r outra linha menor terminada p.la circumferencia, em parte bifaria, idest p.lo meyo; a cortara tambem em ang.os rectos; como se no circ.o ACBD, se lançar huã linha CD, qualq.r terminada no circ.o e sobre esta cahir odiametro AB que pasa p.lo centro E, em ang.os rectos no ponto F dividirá DC pelo meyo, enesta forma cahirá sobre DC odiametro AB prependicularm.te fazendo ang.os rectos AFD, AFC. he a p.p. 3 do l.o 3.o de Euclid.

Fig.a 188.



Corolario.

Corolario.

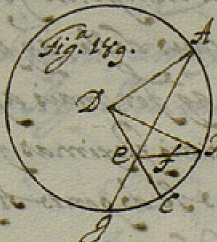
Logo em qualqr triangº Isoçeles ou equilatero, DEC, a linha EF que partir pelo meyo o angº E comprehendido por dois lados iguais DE, EC, diuidirá DC, pᵒ meyo em F, e cahirá em angºs rectos, e fazendoos partirá pᵒ meyo o angulo E.

{ Veiaçe a figª antecedente 148, pᵃ a explicaçaõ deste corolario.

Theorema 21.

Se de hum ponto dentro de hum cirº, se tirarem mais de duas linhas rectas á çircumferençia, iguais entre si, o tal ponto será o çentro; como se no cirº ABCG do ponto D se tirarem as linhas DA, DB, DC, e estas forem iguais, o ponto D, existirá no çentro, de donde se poderaõ tirar infinitas iguais; porem sendo duas somᵗᵉ, como a linha EF, e EG, naõ se podendo lançar pᵃ qualquer parte outra terçeira sua igual que naõ seie menor, como EC, ou mayor como EA, ficará o ponto E fora do çentro D do cirº. Pe a prop. 9. do Lᵒ 3º.

Fig. 149.

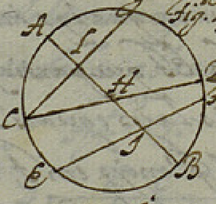


Theorema. 22.

Duas linhas cortandoçe dentro de hum cirº, senaõ podem cortar ambas pᵒ meyo, se naõ se cortaõ no mesmo çentro; que cortandoçe nelle, se deuidem anbas pᵒ meyo;

e sendo fora do centro so huã se poderá devidir por ameta-
de; como se no circº AGDFBEC, se lançar alinha AB. e
outra CD que se cruzem no ponto H,
se devidiraõ pelo meyo; porem se huá
for AB, contra CG, ou EF, se cortaraõ
de sorte, que huã so se parta pelo meyo
em I, como CG, ou ambas dezigualmente em I, como
EF. eos pontos I ou I ficaraõ fora do centro. he a prop. 4ª
do Lº 3º

Fig.ª 190.



§. 7.

Dos pontos fora do circº.

Theorema. 23.

Se de hum ponto fora do circº, se lançarem linhas á
concavo delle, aque pasar pelo centro será amayor, e me-
nor aque for mais apartada; e mayores sucessivamente quan-
to mais proximas forem ao centro;
como se do ponto A fora do circulo
BCDE, se tirarem as linhas, AB,
AC, AD, AE, que o cortaõ e chegaõ
ao concavo da periphería, aque pa-
sar pelo centro F, como AB, he ama-
yor; e amais afastada como AE,
he amenor; e mayores AD, que AE. e AC, mayor que
AD, por mais proxima a linha maxima AB que pasa
pelo centro F; e assi mayores, as que forem mais proximas;

Fig.ª 191.

porem

porem todas menores do q̃ alinha AB. he a prop. 8. do l.º 3.º

Theorema. 24.

Se de hum ponto fora do circ.º se lançarem linhas ao convexo delle; alinha q̃ produzida pasar p.lo centro do circ.º, será amenor; e mayor aq̃ produzida tocar som.te na periferia, e não cortar o circ.º inda q̃ seja produzida; e quanto mais proximas a esta linha forem outras, tanto serão mayores; quanto menores as q̃ mais chegadas forem á q̃ produzida pasar p.lo centro. Como se do ponto A se tirarem as linhas ao convexo do circulo GHI, como AI, AH, AG, alinha AI que produzida pasa p.lo centro F, será amenor; e mayor AH que se aparta desta; e maxima aq̃ produzida toca, e não corta, como AG. he da mesma prop. 8. do l.º 3.º

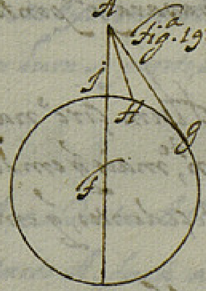


Fig.ª 192.

§. 7.

Dos circulos, suas tangentes, e se: cantes.

Theorema. 25.

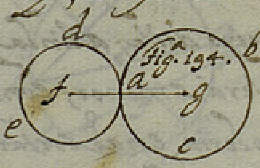
Se dois circ.os se tocão interiorm.te a recta q̃ pasar p.los dois centros, pasará p.lo ponto do contacto; como se o circ.º ABC toca interior m.te o circ.º AEF, no ponto A a recta CA, que pasar p.los dois centros, D, e G, pasará p.lo p.to do contacto A. he a prop. 11 do l.º 3.º


Fig.ª 193.

Theo:

Theorema. 26.

Se dois circ.º se tocaõ exteriorm.te a recta q̃ do centro de hum, se lançar ao centro do outro qualqr, mayor ou menor, pasará tambem pl.o ponto do contacto, como se o circ.º ABC, toca no ponto A o circ.º ADE; ali: na FG tirada do centro F de hum ao centro G do outro pasará p.lo ponto do contacto A. Le a p.lo p. 12. do l.º 3.º

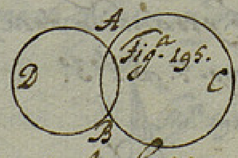


Theorema. 27.

Hum circ.º naõ pode tocar a outro, interior, ou exterior m.te mais q̃ em hum so ponto, como se ve das duas fig.as antecedentes, q̃ em ambas se tocaõ no p.to A. Le a prop. 3. do l.º 3.º

Theorema. 28.

Hum circ.º naõ pode cortar a outro, em mais nem em menos de dois pontos; como o circ.º ABC, que se cortar outro qualqr circ.º ABD, naõ o cortará mais q̃ em dois pontos, como A, e B. Le a p.lo p. 10 do l.º 3.º



§. 9.

Das linhas q̃ tocaõ o circulo.

Theorema. 29.

A plependicular q̃ se levantar no extremo de hum diametro de qualqr circ.º toda cahirá fora delle, como se no circ.º ABCD, sendo tirado o diametro AC; se do ponto

A

do ponto A extremo delle, levantarmos a prependicular AE, toda cahirá fora do circulo;

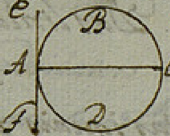


Fig.ª 196.

Eo mesmo se se produzir p.ª a outra parte athe F. he a prop. 16. do l.º 3.º

Corolario.

Segue-se q̃ a recta EF que he perpendicular ao extremo A, do diametro AC, tocará o circ.º ABCD, em hum so ponto, A, e asi outra qualquer tangente.

Theorema. 30.

Se a recta EF toca no circ.º ABCD, em A, e a recta AC, que pasa p.lo centro nem ao ponto do contacto A, fará angulos rectos com a linha EF, e asi mesmo se for perpendicular AC sobre EF cahindo no ponto do contacto A, pasará tambem a recta AC pelo centro do circ.º como tudo se ve p.la fig.ª antecedente. São prop. 18, e 19 do l.º 3.º

Theorema. 31.

Quaisquer dois circulos q̃ se tocão, não tem hum mesmo centro; como se o circ.º ABC toca outro ADE, mayor ou menor, interior, ou exteriormente no ponto A terão os centros diversos F, e G. he a prop. 6. do l.º 3.º de Euclides.

Fig.ª 197.

§. 10.

Das lindas secantes em Circulo.

Theorema. 32.

As Rectas iguais tiradas em o circ.º distaõ igualm.te do centro; e se distaõ delle igualm.te saõ ambas iguais; como se no circ.º ABCD, se lançarem duas lindas iguais, AB, CD, distantes igualm.te do centro E; e seraõ iguais as distancias FE, e EG; e sendo estas iguais, o seraõ tambem as lindas AB, e CD. He a prop. 14 do L.º 3.º

Fig.ª 198.

Theorema. 33.

O diametro, he a mayor linda recta q̃ se pode lançar em o circ.º; e entre as demais, a mayor continuam.te será a mais propinqua do centro: como se no circ.º ABCD tirarmos o diametro AD pelo centro I; sera a mayor linda q̃ dentro delle se possa lançar: e contra qualquer como BC, sera sempre a menor, como mais afastada do centro I; e a maxima AD sera mayor que FE; e esta mayor q̃ GH; e assi GH, mayor q̃ BC; de modo q̃ tanto seraõ mayores, quanto mais propinquas forem do centro; e tanto menores, quanto delle

delle mais Remotas. Le a prop. 15. do L.º 3.º

Theorema. 34.

Os dois ang.os opostos de qualqr quadrilatero descrito no circ.º, seraõ iguais a dois ang.os rectos; como se no circ.º ABCD, se descrever hum quadrilatero qualquer, como ABCD; os ang.os opostos A, e C seraõ iguais a dois rectos; como tambem os opostos B, e D, a outros dois. Le a prop. 22 do L.º 3.º

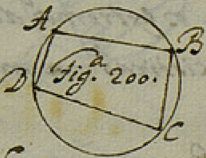


Fig.ª 200.

Corolario.

Logo se os ang.os opostos de hum qualqr quadrilatero, se igualarem a dois rectos, todos quatro existiraõ na mesma periferia do circ.º, e seraõ iguais a quatro rectos.

Theorema. 35.

Os ang.os no circ.º que existem em o mesmo segmento delle, saõ iguais; como se sobre o segmento AB do circulo ABCD, se formarem os dois ang.os ACB, ADB, que existem na periferia em os pontos C, e D, e sobre o mesmo segmento AB, os ditos dois ang.os seraõ iguais; como tambem seraõ iguais os dois ang.os DAC, DBC, p.la mesma rezaõ de existirem na periferia, e serem formados sobre hum mesmo segm.to do circ.º DC, e assi de infinitos. Le a prop. 21. do L.º 3.º

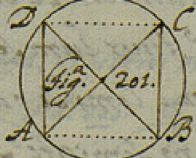


Fig. 201.

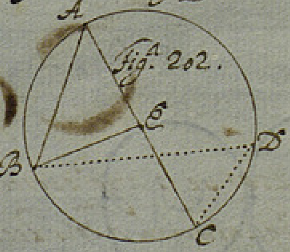
Corolario

Corolario.

Seguese q̃ amesma Recta AB da fig.ª antecedente que subtende os ang.º iguais D, e C; lançados p.ª amesma parte os extremos da Recta A, e B, e os vertices dos ang.os D, e C, existiraõ na mesma periferia ABCD.

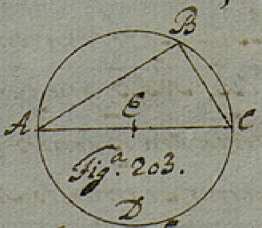
Theorema. 36.

O ang.º no Centro de qualqr circ.º he duplo do ang.º que existir na circumferencia, se ambos tiverem hum mesmo arco por baze; Como se no circ.º ABCD se fizer no Centro E hum qualqr ang.º BEC, será duplo do outro CAB, ou BDC, que existir na periferia ABCD, e sobre o mesmo segmento BC. he aprop. 20. do l.º 3.º de Euclid.



Theorema. 37.

Todo o ang.º que existir no Semicirculo será Recto; como tambem se sendo descrito no circ.º tiver hum semicirc.º por subtença: Como se o ang.º ABC que existe no Semicirc.º ABC, he Recto o ang.º B, o mesmo será se tiver por subtença hum semicirc.º ADC, sendo descrito no circ.º ABCD. he a prop. 31 do l.º 3.º

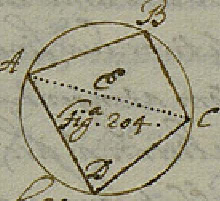


Theorema. 38.

O angulo q̃ existir em hum Segmento menor q̃ semicirc.º,

será

será obtuzo; e se em mayor q̃ Semicirc.º será agudo; como se no circ.º ABCD, o ang.º ABC que existe no arco ABC, menor q̃ Semicirc.º, será obtuzo; e o ang.º ADC, que existe no arco ADC, que for mayor q̃ Semicirc.º, será sempre agudo. Se da mesma prop. 31. do l.º 3.º

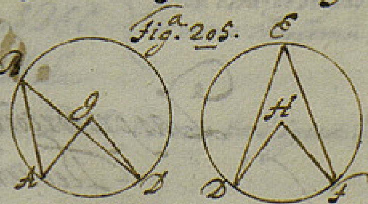


Corolario.

Destes dois Theoremas se colhe, q̃ todo o ang.º recto existe em Semicirc.º asi q̃ se descreuermos, no triang.º retangulo ABC, do meyo E da hypotenuza AC como de centro, o circulo ABCD, pasará p.r seu vertice op.to B angular do recto ABC, porq̃ senaõ, ouuera ang.º externo igual com o seu interno oposto, o q̃ naõ pode ser, e asi o ang.º agudo salirá fora do Semicirc.º e cahirá dentro o obtuzo, conforme fica dito na definiçaõ 14, do Cap.º 1.º e fig.ª 10.

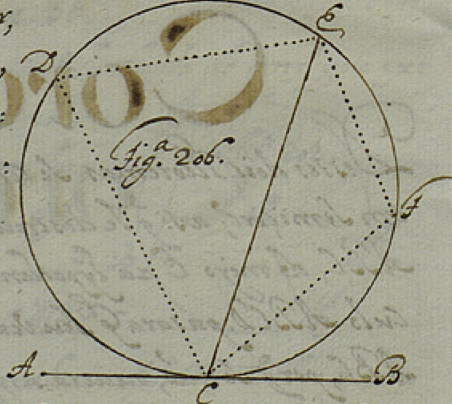
Theorema. 39.

Os ang.os iguais no centro e peripherias, existem em peripherias iguais tendo os ang.os huá mesma subtença; como se o ang.º G no centro he igual a outro ang.º H, e B he igual ao ang.º E, todos existem em circ.os iguais ABD, DEF, sendo o arco AD, igual com DF subtenças destes ang.os Se a prop. 26 do l.º 3.



Theorema. 40.

Se huá linha recta toca hum circ.º e do ponto do contacto se tirar hua linha secante, até a periphería, fará os ang.os com a tangente, iguais aos q̃ existirem, nos segmentos alternos do circ.º e iguais a dois rectos; como se no circulo DEC se lançar a recta tangente ACB, e do p.to C do contacto, se tirar a secante qualq.r, como CE, fará o ang.º ECB, igual ao ang.º CDE seu alterno; e do mesmo modo, o q̃ existir no segm.to do circ.º CFE, como o ang.º CFE, será igual ao alterno ECA; de sorte q̃ se sobre a secante CE, se fizer hum qualq.r ang.º como CDE, p.ª a parte do ang.º obtuzo ECA, será igual ao seu alterno, feito com a tangente ECB; e todo o ang.º q̃ existir no arco CFE, tal como o ang.º F, será sempre igual, ao q̃ fas a secante com a tangente, da p.te alterna ECA. Ex.ª a p.ª 32 do L.º 3.º de Euclid.



§. 11.

Das proporçoins dos triangulos.

Theorema. 41.

Se em qualq.r triang.º se tirar huá linha paralela a hum de seus lados, e esta cortar os oliquos; os cortará proporcional proporcionalm.^te e cortandoos asi, será a tal linha paralela; como se no triang.^o ABC se tirar a linha DE, paralela com o lado AB, e cortar os deliguos, AC, e CB, nos pontos D, e E, os cortará proporcionalm.^te a saber q̃ tal proporção terá o segmento AD, p.^a DC, como terá o segmento BE, p.^a EC; ou vice

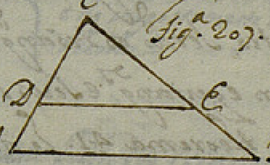


Fig.^a 207.

versa, tal terá CD, p.^a DA, como CE, p.^a EB, ou alternando, tal AD p.^a BE, como DC p.^a CE, e ao contrario V.^a e cortando os ditos lados proporcionalm.^te será sempre paralela, a linha DE, com AB, hum dos lados não cortados. he a prop. 2.^a do L.^o 6.^o de Euclid.

Theorema. 42.

Se em qualqr triang.^o ABC, se tirar huã paralela a hum de seus lados, q̃ corte os deliguos, fará outro triang.^o semelhante, e equiang.^o; como se no triang.^o ABC se tirar ao lado BC, a paralela DE, de sorte q̃ corte o triang.^o ABC, fará outro triang.^o DCE semelhante ao triang.^o ABC; porq̃ o ang.^o CDE será igual ao ang.^o CAB; como tambem o ang.^o DEC, igual ao ang.^o ABC, e o deliguo A, he comum a ambos os triang.^{os} ABC, DCE, e como tal igual a si mesmo. he a prop. 4. do L.^o 6.

Fig.^a 208.

Pela fig.^a 207 se explica esta; e o proposto nesse theorema.

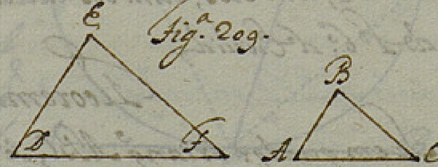
Theorema. 43.

Todo o triang.^o semelhante, he equiang.^o; e ao contrario, sendo equiang.º será semellante, e ꝓporçionais os lados de hum com os lados de outro, semellante, ou equiang.º; como se na fig.ª antecedente os ang.os do triang.º ACB se igualaõ aos angulos do triang.º DCE hum ang.º de hum igual ao ang.º do outro, seraõ os triang.os semellantes, e sendo asi, seraõ tambem equiang.os e seus lados ꝓporçionais, segundo fica dito no theorema 41. he da mesma prop. 4 do L.º 6.º de Euclid.

Theorema. 44.

Todos os triang.os saõ semellantes, se tiverem seus lados ꝓporçionais, e ao contrario: como se nos dois triangulos ABC, e DEF tiverem os lados ꝓporçionais, de sorte, q̃ asi se haia CA, p.ª AB, como DF p.ª DE, ou outros

Fig.ª 209.



quaisqr dois lados à rroda de algum ang.º semellante, ou igual, seraõ semellantes, os tais triang.os e sendo asi seraõ ꝓporçionais. he a ꝓp. 5.ª e 6.ª do L.º 6 de Euclid.

Theorema. 45.

Se dois triang.os tiverem dois lados ꝓporçionais, hum de hum, com outro de outro; e os ang.os por elles comprehendidos forem iguais, seraõ os triang.os semellantes; e se tiverem dois ang.os iguais em cada hum dos triang.os, seraõ todos seus lados ꝓporçionais, comparando hum lado de hum triang.º, com outro lado de outro; como se nos triang.os ABC, e DEF, tiverem os dois lados AB, AC, ꝓporçionais proporcionais com os dois lados DE, DF do outro triang.º DEF, a saber q asi se haia AB, p.ª AC, como DE, p.ª DF; e os ang.os A, e D por elles comprehendidos, forem iguais, serão semelhantes os triang.os ABC, DEF. E o mesmo se tiverem dois ang.os iguais em cada hum dos triangulos, hum de hum, igual com outro do outro, como A com D; e C, com F. he a prop. 6.ª e 7.ª do l.º 6.º de Euclid.

Fig.ª 210.

Veiase a fig.ª 209, p.ª a intelligencia desta; e do proposto neste theorema.

Theorema. 46.

Se no triang.º rectang.º qualqr, se tirar do ang.º recto hua linha perpendicular, sobre a hipothenuza (q he o lado seu oposto) cortará todo o triang.º em dois triang.os semelhantes; e qualqr delles semelhante ao todo; como se no triang.º rectang.º ABC, do ang.º recto B, cahir a perpendicular BD, sobre AC hipothenuza, ficarão dois triang.os semelhantes ABD, CDB; e qualqr destes semelhante ao triang.º todo ABC. he a prop. 8. do l.º 6.º de Euclid.

Fig.ª 211.

Theorema. 47.

Se em qualqr triang.º, hum ang.º se devidir p. meyo com hua linha recta, partirá esta o lado oposto proporcionalm.te com os dois lados q comprehendem o ang.º devidido; como se no triang.º ABC, a linha BD, devidir p. meyo, o ang.º ABC, devidirá o lado seu oposto AC em dois segmentos CD, CD, e DA proporcionais com os dois lados, CB, e AB, que comprehendem o ang.º B, devididos de sorte, q̃ asi se haverá CD, p.ª DA, (que saõ os dois segmentos), como se haveraõ os lados CB, p.ª BA; e p.ᵗᵒ contraris, AB, p.ª BC, como AD, p.ª DC, ou alternando, asi AD, p.ª AB, como DC p.ª BC: e p.ᵗᵒ contraris AB, p.ª AD, como BC p.ª CD. Le a prop. 3.ª do L.º 6.º d' Euclid.

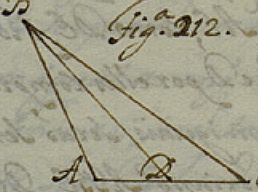


Fig.ª 212.

Theorema. 48.

Os triang.ᵒˢ ou paralelos gramos q̃ forem equialtos, teraõ entre si (nas areas) a mesma proporçaõ q̃ tiverem suas bazes; como se o triang.º ABC, e DEF forem feitos entre as paralelas AF, e IE, ou tiverem iguais alturas nas perpendiculares BG, e EH, estaraõ as areas dos triang.ᵒˢ ABC, DEF, na proporçaõ q̃ tiverem as bazes AC, e DF; de modo q̃ asi se havera a area do triang.º ABC, p.ª a area do outro DEF, como a baze AC, p.ª a baze DF; q̃ se huã for dupla da outra, será a area de hum triang.º duas vezes a area do outro; e se tripla, tambem da mesma sorte. O mesmo se entenda dos paralelos gramos equialtos, como AIBC, DIEF. Le a 1.ª prop. do L.º 6.º de Euclid.

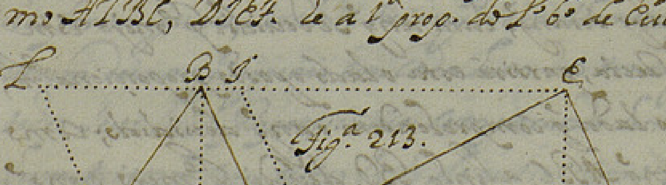


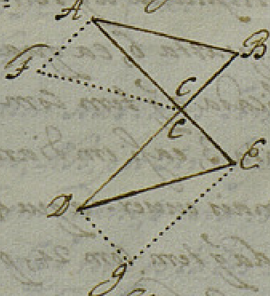
Fig.ª 213.

The:

Theorema. 49.

Se hum triang.º he igual na area aoutro, e tiuerem hum de seus ang.os iguais, serão seus lados reciprocos (isto he proporcionais) e sendo asi, serão iguais os triang.os; como se o triang.º ABC, se iguala com o triang.º DCE, e o ang.º DCE, de hum, he igual com o ang.º ACB de outro, serão seus lados reciprocos proporcionais;

Fig.ª 214.



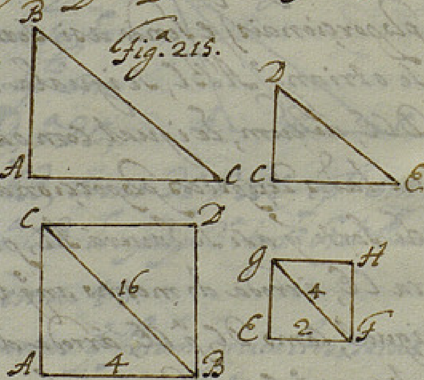
de sorte q̃ asi se hauerá AC, para CE, árroda do mesmo ang.º C igual, como DC, p.ª CE, árroda do dito ang.º C tambem igual; e se estes lados asi forem proporcionais reciprocos, os triang.os serão iguais. O mesmo se entenda nos paralelogramos reciprocos ABCF, e DCEG, q̃ se o forem nos lados AC, CB, com os lados DC, e CE, serão as suas areas iguais, e desta sorte, serão seus lados reciprocos proporcionais. He a prop. 15 do l.º 6.º de Euclid.

Theorema. 50.

Os triang.os semelhantes tem entre si a proporção duplicada de seus lados homologos, ou proporcionais; como se o triang.º ABC he semelhante ao triang.º CDE, qualqr dos lados proporcionais BC, e CE, se chamão homologos; as areas dos triang.os ABC, DCE, terão duplicada proporção com os seus homologos lados BC, e CE. Proporção duplicada

duplicada se entenda ser, quando todas as proporçoins
comtinuadas entre 3 ou 4 ou mais quantidades como
48, 24, 12, 6, 3; ou outras quaisquer q̃ seiaõ duplas, tri:
plas, ou quadruplas &c.ª,
saõ as mesmas proporçoins
q̃ a primeira 48 tem com a
terçeira 12, se dis duplica:
da; a triplicada a q̃ tem
com a quarta 6, e a qua:
druplicada a q̃ tem com
a quinta 3, e assi em dian:
te se mais ouuer. aqui 48, tem com 12 se chama dupli:
cada, da q̃ tem com 24, pois he a mesma comtinuada, du:
as vezes repetida por meyo de hum comum termo 24.
A q̃ tem com 6 se chama triplicada da q̃ tem com 24, po:
is he a mesma comtinuada tres vezes por meyo de huns
comuns termos 24, e 12; ou talvez mais distinta, e pro:
priam.te a proporçaõ q̃ interçede entre a primeira, e terçei:
ra de tres quantid.es de proporçaõ comtinua (qualquer
q̃ seia), se chama duplicada, por ser a q̃ naçe e resulta
da mesma proporçaõ duplicada, ou comtinuada duas
vezes entre as mesmas tres quantid.es e a q̃ interçede
entre a primeira e quarta, de quatro quantid.es comti:
nuas proporçionais, se chama triplicada, por resultar
da mesma proporçaõ triplicada, ou comtinuada; ou

Fig.ª 215.



tomada

tomada tres vezes entre as mesmas quatro quantidades;
assi logo explicando o noso theorema, digo q̃ a area do triang.º
ABC, ou do quadrado ABCD, tem p.ª a area de outro triang.º
semelhante, EFG, ou quadrado EFGH, a pporçaõ duplica-
da da q̃ tiverem seus lados homologos AB, e EF proporci-
onais; como por exemplo, AB tenha quatro quantid.es e EF tenha duas; digo q̃ a area do quadrado ABDC 16 tem p.ª a area do quadrado EFGH, 4, a pporçaõ duplicada da q̃ tem seus lados homologos

Fig.ª 216.
Veiase a fig.ª 215. p.ª a inteligencia desta.

AB, e EF. a saber, q̃ se EF tem dois, AB, por ser dupla tem
quatro; a terceira pporcional, em ordem, 8 terá com a pri-
meira 2 a pporçaõ duplicada da q̃ tem os lados homolo-
gos, 2, e 4; a mesma q̃ tem 16 area de hum, com 4 area
do outro; e assi nos triang.ºs e quaisq.r outras fig.as super-
ficiais semelhantes, sempre teraõ entre si a pporçaõ
duplicada de seus lados homologos, idest, os opostos aos
ang.ºs iguais; e em os corpos semelhantes, teraõ entre si,
triplicada pporçaõ da q̃ tiverem seus lados, como se
dirá adiante. he a prop. 19. do l.º 6.º de Euclid.

§. 12.

Das pporçoins dos p.alelos gramos, e d'outras fig.as

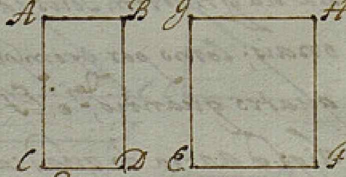
Theorema. 51.

Os paralelos gramos q̃ forem de igual altura, teraõ

entre

entre si amesma proporçaõ que suas bazes; como se oparalelo gramo ABCD, tem amesma altura que oparalelo gramo EFGH; asaber que AB, ou CD, seia igual a EF, ou GH; terá aarea do paralelo gramo ABCD, para a do paralelo gramo EFGH amesma proporçaõ que tem abaze AD, para abaze EH; se dupla, seraõ as areas de hum duplo do outro; se tripla, seraõ triplos, eassi sempre na mesma proporçaõ que suas bazes. He aprop. 1ª do L.º 6.º

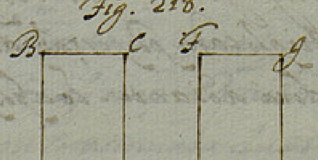
Fig.ª 217.



Theorema. 52.

Os lados que em paralelos gramos iguais, comprehendem dois ang.os iguais saõ reciprocos; e pelo contrario, sendo reciprocos, seraõ os paralelos gramos iguais; como se o paralelo gramo ABCD, he igual ao paralelo gramo EFGH; e delles dois ang.os quaisquer, como ABC de hum, for igual com oang.o EFG do outro, os lados AB, EF, BC, e FG seraõ reciprocos; isto he que tal proporçaõ terá olado FG de hum, para olado BC do outro; como tem olado AB, para olado FE, ou tambem pelo contrario; porque sendo compostos de quatro linhas proporcionais, formando com a primeira equarta hum, ecom asegunda eterceira linha outro, constituindo com estes lados ang.os iguais; sendo

Fig.ª 218.



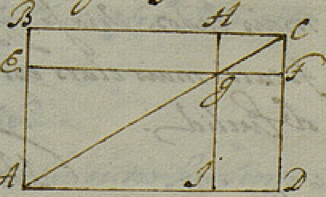
aca:

acabados do paralelogramos, serão entre si iguais, por te-
rem os lados deliprocos, e sendo assi; e tendo os dois ang.os igua-
is, de necessidade terão os lados deliprocos. Vejace o q̃ fica
dito no Theorema 49. de aplop. 14 do L.º 6.º de Euclid.

Theorema. 53.

Os paralelogramos q̃ existem perto do diametro de ou-
tro paralelogramo, são semellantes ao todo, e entre si; co-
mo se no paralelogramo ABCD, tirarmos o diametro ou
diagonal AC, e huã linha qualqr como EF, que corte
AC no p.to G, correndo paralela
com BC, ou AD, e pelo p.to G outra
HI paralela com CD, ou com AB,
o retang.º ou paralelogramo AE
GI, he semellante ao todo AB
CD; e este tambem semellante ao paralelogramo HGFC,
e do mesmo modo ao outro AEGI, q̃ são semellantes ao to-
do ABCD, e entre si AEGI, HGFC formados perto do di-
ametro AC. De aplop. 24. do L.º 6.º

Fig.a 219.



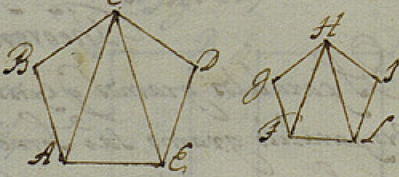
Theorema. 54.

Os poligonos semellantes, se repartem em triang.os seme-
llantes, de numero igual, e homologos a seus todos; e tem
entre si aproporção duplicada de seus lados homologos. Co-
mo se no pentagono ABCDE, o devidirmos em tres triang.os,
com as duas linhas AC, EC; do mesmo modo se devidi-
rá a outra fig.a sua semellante FGHIL, em outros tres

triang.os

triang.° com as duas linhas FH, HL: com q qualqr tri:
ang.° como ACE, ou outro seu semelhante, na outra fig.ª,
FHI são homologos nos
lados: (e ia fica advertido
q lados homologos são a
queles q se opoem nos tri-
ang.° a ang.° iguais) e assi
estes terão a proporção du:

Fig.ª 220.

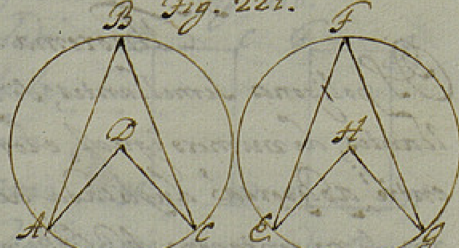


plicada da de seus lados homologos; e assi não so nos triang.°
mas tambem nos todos deq̃ he composta qualqr fig.ª de
mais lados. Veiase oq̃ fica dito no theorema 50; com q̃
ficará mais claro este theorema q̃ he da prop. 20 do l.° 6.°
de Euclid.

Theorema. 55.

Os ang.° em a peripheria, e em o centro; e os sectores de circ.°
iguais, tem entre si a proporção q̃ as peripherias em q̃ e xis:
tem. Como se nas peripherias iguais (ou dezíguais) ABC,
EFG, os ang.° no centro
ADC, ou EHG, e os arcos
dos sectores AC, EG: tem
entre si a proporção das
peripherias em q̃ existem;
como se AC for a terça

Fig.ª 221.



parte da circumfer.ª ABC, tambem o arco EG será a
terça p.te da sua peripheria EFG. e da mesma maneira,
os

os angᵒˢ ABC, ADC, do q̃ tiverem os angᵒˢ EHG, ou EFG, p.ª a çircumferᵃ de hum, e outro; como ia se disse quando se tratou dos Sectores. he a p.ᵒᵖ 33. do Lᵒ 6ᵒ, de Euclid.

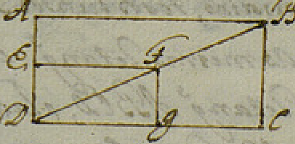
Corolario.

Colhese do sobred.ᵗᵒ q̃ hum Sector tem com o outro aproporção q̃ o angᵒ de hum, com o angᵒ do outro, quando estes tiverem igual Radio; e assim mais se colhe, q̃ aperipheria do angᵒ no centro, tem com toda a çircumferᵃ aproporção q̃ o mesmo angᵒ tem, com quatro Rectos; e os da çircumferᵃ com oito sejão iguais, ou dezigu̇ais nos Radios.

Theorema. 56.

Se de hum paralelo gramo se cortar outro seu semelhante, de sorte q̃ hum angᵒ seie comum, o diametro de hum, será tambem o diametro do outro, existindo ambos em hum so diametro; como se do paralelo gramo ABCD, se tirar outro seu semelhante, como DEFG, o diametro DB, existirá com o diametro DF do menor paralelo gramo. he a p.ᵒᵖ 25 do Lᵒ 6ᵒ de Euclid.

Figᵃ 222.



Theorema. 57.

Se dois triangᵒˢ semelhantes tem dois lados homologos paralelos; e se iuntão dois angᵒˢ em hum ponto, as bazes,

ou

ou outros dois lados homologos, existirão em hũa linha de:
cta continuada, como
se os dois triang.^os seme:
lhantes, ABC, BDE,
(iguais, ou dezignais) ti:
verem os dois lados ho:

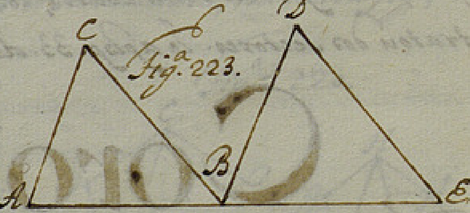


Fig.^a 223.

mologos AC, e BD paralelos, e o ang.^o B do triang.^o ACB,
digo do triang.^o BDE, no p.^to B, he outro ang.^o do triangulo
ACB, será a linha ABE recta continuada. He a p.^r 9.
32. do L.^o 6.

§. 13.

Da potestade das linhas.

Theorema. 58.

Se hum lado de hum paralelo gramo, se dividir em qua:
isquer partes iguais, ou dezignais, os retang.^os q̃ se fizerem
de hum lado não dividido, e dos segmentos do lado di:
vidido, todos juntos se igualão
ao mesmo retang.^o como se, no
retang.^o ABCD, o lado BC, ou
AD, se dividir em quaisquer
pontos iguais, ou dezignais, co:

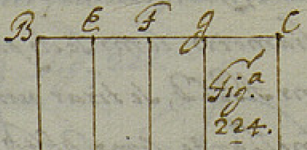


Fig.^a 224.

mo AFGH. os retang.^os feitos destas partes; e do lado AB
não dividido (chamado insecto) tais como os retangulos
ABEK, KEFI, IFGH, HGCD, se igualão todos ao to:
do o retang.^o ABCD; o q̃ tambem se prova p.^lo q̃ fica dito

no

no axioma. 20. do Cap.º 11. se aprimr.ª e ainda a 2.ª Prop. do L.º 2.º de Euclid.

Theorema. 59.

O quadrado de huá recta qualqr, se iguala com quaisqr dois quadrados, feitos de quaisqr dois segmentos da mesma recta, e mais dos dois retangºs feitos dos ditos dois segmentos: Como se o quadrado ACGE da recta AC, que se devidio em quaisqr duas p.tes como em B, se fizer o quadrado sobre o segmento BC, a saber BCHI; e do outro segmento AB se fizer outro quadrado, tal como DIFE; e dois retangulos, ABID, IHGF, feitos de hum segmento AB, e do outro BC; serão os dois quadrados, BCHI, DIFE feitos dos dois segmentos, e os dois retangºs ABID, IHGF, feitos de hum segm.to AB, e de outro BC, iguais ao quadrado de toda a recta AC, a saber ACGE. esta he a rezão da raiz quadra; e a Prop. 4.ª do L.º 2.º de Euclid.

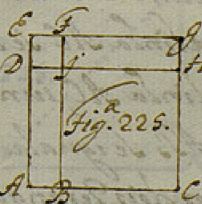


Fig.ª 225.

Theorema. 60.

Se huá linha se partir em partes iguais, e deziguais, o retangº das deziguais, com o quadrado da intermedia se iguala ao quadrado da ametade, huá das iguais. Como se a linha AB se repartir em,

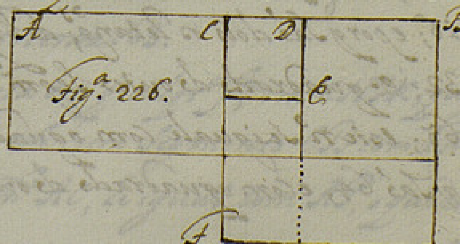


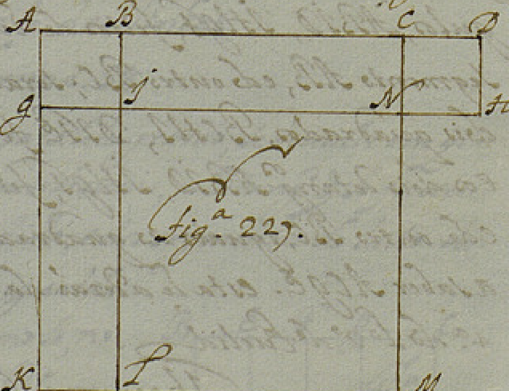
Fig.ª 226.

em

em p.tes iguais em C, e em dezignais em o p.to D, o retang.o de AD, e DB partes dezignais a saber AE, e quadrado da p.te intermedia CD; EF se iguala a quadrado BF, feito sobre a ametade CB. Se a pl. p. 6ª do L.º 2º.

Theorema. 61.

Se huá recta se corta em quaisqr segmentos dezignais, o quadrado de toda, com o quadrado de hum dos segmentos em soma, se igualaõ com dois retang.os feitos de huá parte e toda a linha, e quadrado da outra p.te: como se a linha AC se devide em B, o quadrado CK de toda a linha AC, junto com o quadrado CH de hum dos segm.tos AB se igualaõ com os dois retangulos BCNI, GKLI, feitos dos segmentos AB, BC, e com o quadrado IM, feito do outro segm.to: Vem a ser q se toda



Figª 227.

a linha AC tiver 8, e se partir em duas p.tes dezignais, 6, e 2, multiplicando toda a linha 8 por 2, hum segm.to, fas 16; e porq saõ dois os retang.os dobrado hum destes, faraõ 32; o quadrado do outro segm.to 6 q saõ 36, faraõ com 32 68; este n.o se iguale com o quadrado de toda a linha 8, q saõ 64, e com o quadrado do outro segm.to 2, q saõ 4, que

anbos

anbos fazem tambem 68. le aplop. 7 do 2.º l.º de Euclid.

Theorema. 62.

Se huã recta AE se cortar pr meyo em D, e se lhe aiuntar outra recta EB; AK o retangº de AB toda, composta de AE, e da proferida EB, iunta EB com GM quadrado da ametade DE; he igual com DN, quadrado de DB, linha composta da ametade DE, e da iunta EB: como por exemplo, seie AE 8, AD, ou DE suas ametades 4 cada huma; tenha a proferida EB huã qualqr quantidade, e seia 3, digo q o retangº de AB, de 11 pes, a saber, da

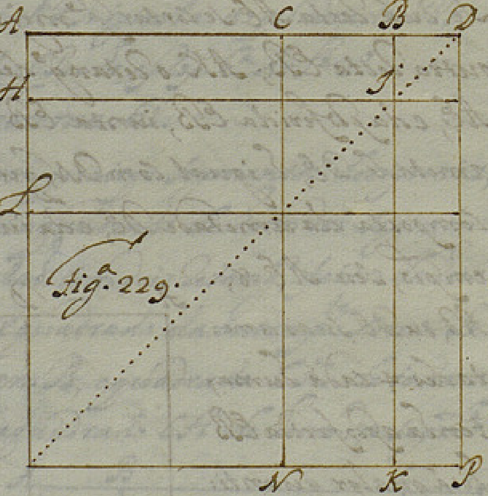
Fig.ª 228.

composta de AE de 8, e de EB de 3, q fazem os dtos 11; e pla proferida EB 3, cuio retangº será de 33, iunto com o quadrado MG de 16, por ser feito da ametade DE de 4, fará a soma de 49 igual ao quadrado de 7, q ha em DB, huã ametade DE 4, e da proferida EB, 3, q fazem 7, e seu quadrado tambem 49. le aplop. 6 do l.º 2.º de Euclid.

Theorema. 63.

Se huã recta AB, se corta em qualqr pte com CHIK, quatro retangº de toda AB, e de hum Segmento CB com IN, o quadrado do outro Segmto AC, he igual com AP, o quadrado de

de AD linha composta de toda AB, e do Segm.to CB. Como
se AB de 6 se devidir em AC 4, e CB de 2; quatro retan:
gulos de AB de 6,
e outro Segm.to CB
2, q fazem 12 em
cada retang.o, nos
quatro farão 48, q
juntos com o quadra:
do AC de 4 q são
16, fazem 64, q se
iguala ao quadra:
do de toda a com:



posta AD de 8; a saber de AB de 6, e de BD, de 2, parte
acrescentada, igual ao Segm.to CB; com q AD terá 8, e seu
quadrado 64, q he em tudo igual. He a prop. 8.a do L.o 2.o

Theore:

Theorema. 64.

Fig.ª 230.

Theorema. 65.

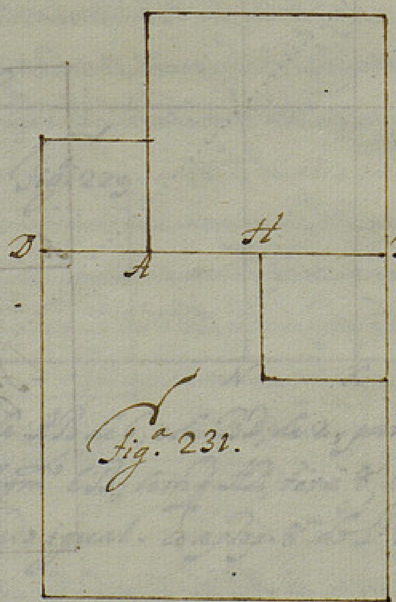
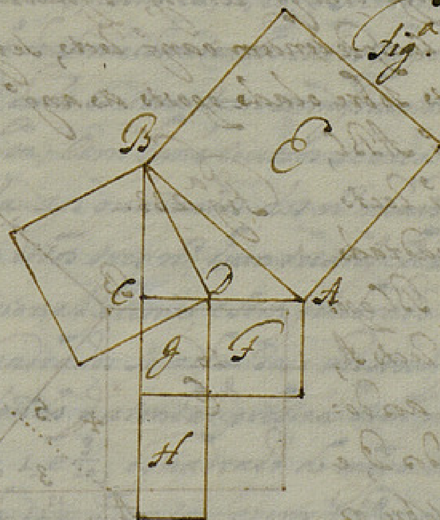


Fig.ª 231.

Theorema 66.

fig.ª 232.



Theorema. 67.

Em qualqr triang.º Retang.º os quadrados feitos sobre os lados q̃ comprehendem o ang.º recto, se igualaõ ao quadrado feito sobre o lado oposto ao ang.º recto; como se no triang.º ABC, tiver o ang.º recto BAC, o quadrado G do lado BC oposto ao ang.º recto A, se iguala aos dois quadrados D, e E, feitos sobre os lados AB, e AC, q̃ comprehendem

Fig.ª 233.

o ang.º recto BAC; como se supuzermos os n.ºs por donde Pitagoras achou esta proposisaõ, a saber, pondo q̃ o lado AC tem 3, AB 4, q̃ teria BC, 5, porq̃ deste o quadrado he 25, q̃ se iguala ao quadrado de AB 4 q̃ saõ 16. e ao quadrado de AC 3, q̃ he 9, q̃ com 16 do quadrado E, fas soma de 25, igual com o quadrado G. O mesmo será se supuzermos q̃ os lados tem 5. 12, e 13, ou 7, 24, 25. ou 9, 40, 41, ou 11, 59, 60, ou 13, 84, 85. como tambem os numeros, 15, 112, 113. e outros infinitos triang.ºs desemelhantes, de n.º racional, como de outros seus semelhantes, equimultiplices; como o primeiro de Pitagoras, 3, 4, 5, cujos equimultiplices de 2, saõ 6, 8, 10, ou de 3, como 9, 12, 15, ou de 4, como 12, 16, 20, q̃ saõ todos de nᵒ racional, e triangᵒ le semelhante de lados proporcionais, e angᵒ iguais, q̃ huns e outros tem amesma natureza do q̃ se multiplica; e em huns e outros severá q̃ hum quadrado se iguala aos quadrados dos nᵒ mais piquenos, constituindo os ditos tres nᵒ, hum triangᵒ retangᵒ perfeito, com o nᵒ racional presizo, e sem quebrado algum; ou de cujos quadrados se acha raiz presiza; posto q̃ haia tambem alguns q̃ atentaõ presiza com quebrado como meyo, $1\frac{1}{5}$, 1, e $\frac{3}{10}$, o quadrado de meyo he $\frac{1}{4}$; e o quadrado de $1\frac{1}{5}$ he $1\frac{11}{25}$ q̃ iuntos fazem $1\frac{69}{100}$ o qual nᵒ posto q̃ com quebrado tem raiz presiza $1\frac{3}{10}$ igual ao nᵒ do terceiro lado, e assi tambem o será o seu quadrado. He a prop. 47 do Lᵒ 1ᵒ de Euclid.

Corolario

Dos numeros q̃ constituem hum triangᵒ perfeito, se colhe q̃ sempre quando hum dos lados (dos q̃ formaõ o angᵒ recto) for par, e o outro impar q̃ somados ambos, a raiz de sua somma, he tambem de nesessidade de nᵒ impar, a qual naõ poderá exceder, a hum dos lados, por mais q̃ huã unidade ate duas, como se ve nos triangulos

3, 4, 5; 5, 12, 13; 8, 15, 17; emq̃ hum dos lados compreendentes, he menor q̃ a hipotenuza por huã unidade, e athe duas; e sendo só por huã unidade, não será equimultiplice de algum triang.º de menores n.os nem as partes aliquotas dos lados, serão sem quebrados. e a estes tais chamaremos simples, por procederem logo da natureza das raizes, e de seus quadrados; entre cujas diferenças são n.os impares, quando a raiz de hum quadrado, excede a raiz de outro q̃ he a unidade; nacendo desta propriedade logo, o triang.º simples, e não de n.os multiplicados de outro algum.

Colhese segundo, q̃ sendo ambos os lados q̃ formão o ang.º recto, de n.º par, a raiz da soma de seus quadrados, será tambem de n.º par, como no triang.º 12, 16, 20; em q̃ qual 12, e 16, são de n.º par, e a raiz da soma de seus quadrados, he 20, tambem n.º par; a estes chamaremos triang.os compostos, por ser ia equimultiplice de outro simples, 3, 4, 5; pelo 3.º n.º 20 exceder ia ao mediocre 16, por mais da unidade, como fas o simples 3, 4, 5. de quem será equimultiplice do n.º 4.º, por ser qualquer daqueles n.os tomados quatro vezes. como verbi gratia quatro vezes 3, q̃ fazem 12, hum dos lados do triang.º composto, 4 vezes 4, 16. o segundo lado; e 4 vezes 5, 20, q̃ he o terceiro lado oposto a ang.º recto. Do mesmo modo será o triang.º de n.os compostos, quando o lado mayor,

ex:

Excede ao medio, por mais da unidade (pode ser até duas) posto q̃ seia de nº impar, e hum dos outros par, o terceiro, impar, como 9, 12, 15. em q̃ 15 excede a 12 por 3 mais do q̃ a unidade, sinal de q̃ he composto, por meyo do nº 3; (outro tanto sempre quanto he a diferença entre o segdo nº 12, e terceiro 15) q̃ sendo por estes 3 partidos, os 9, 12, e 15, sahirá o simples de q̃ se compoẽ, 3, 4, 5, e assi dos mais.

Collece terceiro, q̃ hum dos lados de hum triangº simples racional, he menor (ou mayor) por duas unidades do triangº simples seu immediato; como o triangº primrº natural 3, 4, 5. o segundo seu segte 5, 12, 13, he mayor hum dos lados 5, por duas unidades, do q̃ he o lado 3 do antecedente; o triangº subsequente ao triangº 5, 12, 13, he 7, 24, 25. e logo o outro 9, 40, 41; nos quais se ue, q̃ o lado 9 he mayor q̃ o lado 7 do seu antecedente, por duas unidades; e 7 mayor q̃ 5 do seu antecedente; como tambem 5, mayor q̃ 3, q̃ hos mesmos 2; ficando nestes quatro triangºs hum dos lados, pª hum dos lados do segte em progreçaõ q̃ se venca de 2, a 2; como no primeiro o nº 3, no segundo 5, no terceiro 7, no quarto 9; sempre nesta progreçaõ, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15. &c.

Collece quarto, q̃ sempre estes nºs q̃ haõ de ser lados dos triangºs simples sucessivos, haõ de ser sempre de nºs impares; como se ue, da progreçaõ; ou as diferenças entre elles, ser de huã progreçaõ ordenada; isto he, 127

Ee quando proçederem de nº pares, vençendoçe de dois a dois, como se verá do escholio seguinte.

Collete quinto, q se tivermos hum nº q seja du:plo do outro, da soma dos quadrados dos tais nºs se naõ poderá tirar rais quadrada discreta; da qui vem naõ se poder exprimir em nºs q totalmte dem, a quantide dos segmentos de hum nº ou quantide dividida segun:do a meya e extrema rezaõ, mais q por via de aproxi:mar, sem ia mais chegar ao indivizivel, adonde exis:te a verdade; como se devidirmos o nº 10 segundo a meya e extrema rezaõ, quadraremos o dº nº 10 e faraõ 100 e dos ditos 10 tomando sua ametade 5 q quadra:dos seraõ 25 q iuntos com 100 fazem 125, este nº naõ tem rais discreta, mas sendo tirada aproximada, será esta $11\frac{18034}{100000}$, mayor q a verdadra; porem a menor q a verdadeira, será $11\frac{18033}{100000}$ mas por mais chegada a verdadra tomamos aproxima mayor $11\frac{18034}{100000}$; e deste nº tiraremos 5 restará pª o mayor segmento $6\frac{18034}{100000}$ pouco mayor q o verdadeiro; e deste nº o que falta pª 10 q he, $3\frac{81960}{100000}$ será o segmto menor q o verdadrº; po:rem se da rais menor q a verdadrª $11\frac{18033}{100000}$ tirarmos 5, restará pª o mayor segmtº $6\frac{18033}{100000}$ menor q o verdadrº; o qual pª 10 faltaõ $3\frac{81967}{100000}$ q será o menor segmento; mayor q o verdadrº estando a verdade, entre huã, e outra divizaõ das duas a sima exprimidas, em

quan:

quantidade; mas como esta naõ existe bem no meyo, po:
rem mais inclinada á diuizaõ $6\frac{18034}{100000}$ segm.to mayor;
e $3\frac{81966}{100000}$ segm.do menor, do q̃ se estes segmentos foçem
$6\frac{18033}{100000}$ mayor; e o menor, $3\frac{81967}{100000}$, por q̃ se fizermos hum
retang.o do menor segm.to mais propinquo $3\frac{81966}{100000}$ e de to:
da a linha 10 terá este o n.o $38\frac{19660}{100000}$ q̃ quazi se iguala
ao quadrado do mayor segmento, mais apurado $6\frac{18034}{100000}$
q̃ he $38\frac{1966025156}{10000000000}$ q̃ he ainda mayor q̃ o retangulo, por
$\frac{25156}{10000000000}$, menor diferença do q̃ ha entre o retang.o do
segmento menor, mayor q̃ o verdadeiro $3\frac{81967}{100000}$; e toda a li:
nha 10 q̃ he $38\frac{1967}{1000}$ e o quadrado do mayor segm.to $6\frac{18033}{100000}$
menor q̃ o verdadeiro de $38\frac{1964789089}{10000000000}$ q̃ he quadrado
menor q̃ o retang.o por $\frac{2210911}{10000000000}$ o q̃ dista da verdad.a
conta por ser esta diferença mayor q̃ a outra seraõ os se:
gmentos $6\frac{18034}{100000}$ e $3\frac{81966}{100000}$ os mais apurados; mas sem
alguma destas contas se poder aiustar, por mais q̃ se
naõ aproximando em p.tes m.to piquenas, infinitam.te acha:
raõ sempre diferença entre o quadrado e retang.o; hora
por mayor hum, ora outro; assi q̃ da soma de quadrados
cujas raizes sejaõ huãs duplas de outras, se naõ ham sem
a tirar raiz discreta, por q̃ naõ a terá; como tambem de
todo o n.o q̃ acabar em 2, 3, 7, e 8; q̃ naõ a terá discreta
nunca; e os q̃ acabarem em, 0, 1, 4, 5, 6, 9. a poderaõ ter
discreta em inteiros, ou com quebrados.

Es:

Escholio.

Quem quizer buscar nº q formem o triang.º retang.º perfeito sem entrar quebrados, sendo dado o nº de hum dos lados q quizerem haja no triang.º, no qual os quadrados do nº dado, e quadrado do outro buscado igualem em soma ao quadrado do segundo nº inquirido, se obrará do modo seguinte. O nº dado, sempre deue ser inpar, ou par; e quando este for inpar, se quadre, e ao quadrado se aiunte hum, a metade da soma será o valor do outro lado mayor; e deste tirando sempre hum, restará o lado conterminο ao ang.º recto; Exemplo. Seia dado o nº 101 o qual q seia hum dos lados, este nº se quadre, e fará 10201 ao qual se lhe aiuntará sempre hum como fica dito; e da soma 10202 a sua ametade 5101, será a quantid.e do mayor nº pedido respondente à hipotenuza do triang.º; e deste nº 5101 tirando sempre hum, restará 5100 nº segundo buscado p.ª o terceiro lado do triang.º, ficando asi o nº dado 101 e os nºˢ achados 5100, e 5101 em triang.º retang.º perfeito, sem entrar quebrado; e quando entrem alguns, terão raiz discreta. Vese q os sobred.ᵒˢ nºˢ constituem triang.º retang.º perfeito, por quanto o quadrado de 101 do lado dado, he 10201; e o quadrado do segundo lado, 5100, he 26010000 q iunto com o quadrado de 101 q he 10201 somão 26020201 que se iguala ao quadrado do terceiro nº achado 5101 que

he

e iguál ao mesmo nº 26020201 e asi se fará com qualquer outro nº impar.

Porem quando o nº dado for par, se quadre o dito nº, e do quadrado se tome ametade (q̃ sempre a terá) e desta ametade, se tirem sempre dois, e ametade do resto, será o primrº nº buscado, respondente a hum dos lados; e a este mesmo nº ajuntando duas unidades, a soma será o segundo nº buscado respondente á hipotenuza do triangº pertendido. Exemplo, seja dado o nº 30 este se quadre, e fazem 900 ametade do qual saõ 450 do qual tirando dois restaõ 448 cuja ametade 224 será o primrº nº buscado p.ª o segundo lado; a este acrecentando mais duas unidades fazem 226 nº segundo buscado p.ª a hipotenuza, ficando os tres nºs o dado 30 e os buscados 224 e 226 em triangº retangº perfeito; a prova he, por q̃ o quadrado de 30 q̃ saõ 900 e o quadrado de 224 q̃ he 50176 q̃ com o outro quadrado 900 fas soma de 51076 q̃ se iguala ao quadrado de 226 da hipotenuza; e asi se fará com outros numeros quaisqr dados q̃ forem pares.

Nestas duas regras asima dadas, o nº respondente a hipotenuza, vence a hum dos lados por huã, ou duas unidades, mas querendo q̃ se vença por mais, como por 3, 4, ou 5, se repartirá o nº dado (q̃ deve ser lado do triangº) p.lo nº de unidades q̃ querem haja neste excesso; e com o quociente suposto ser o nº dado, se obre segdo

os

os preceitos da regra asima, e sahirão dois nºs que sendo tomados outras tantas uezes, como o nº que quero de exceso darão os pedidos, que o quadrado de hum, exceda ao quadrado de outro, pello quadrado do nº dado; e que hum dos nºs buscados, exceda ao outro por qualquer nº que se pedir, como por exemplo, quero que a hipotenuza exceda a hum dos lados por 5. e este seia 15, reparto estes 15 por 5 e vem 3. com este pella primrª regra antecedente buscarei os dois nºs que lhe competem, que serão 4, e 5, os quais tomados sinco uezes, (por ser o exceso 5). farão 20 e 25, e o outro lado 15 nº dado; e direi que o quadrado de 15 e de 20 em soma igualão ao quadrado de 25; e a estes 25 excederão ao nº 20 pello nº 5 pedido. porem deuese aduertir, que quando da repartição uier ao quociente nº par, ou sobeiar alguã coiza, não poderá hauer nº em triangº na condição pedida; e por tanto diremos ser impossiuel, aduertindose tambem que se os tres nºs tiuerem huma mesma parte alicota, como 6, 8, 10. que tem meyos, será o triangº composto; e se não tiuer nenhuã, ou ainda que dois a tenhão, será simples, como 3, 4, 5. que não tem nenhuã parte alicota dos dois lados 3, e 5; ou se se uencer hum lado da hipotenuza pella unidade, como atras fica dito.

Theor:

Theorema. 68.

Em qualqr triang.º acutang.º o quadrado de hum dos lados, será menor q̃ os quadrados dos outros dois lados, por dois rectang.os feitos de hum lado (q̃ se fizer baze); e da distançia da prependicular athe o ang.º oposto ao lado de quem he o quadrado q̃ se compara, com os dos outros lados; como no triang.º acutang.º ABC, em q̃ o quadrado do lado AB oposto ao ang.º C, he menor q̃ os quadrados dos lados AC, BC, por dois rectang.os E, e F, feitos de toda a baze AC, e da distançia DC, athe o ang.º C, oposto ao lado do quadrado q̃ se compara; como tambem o quadrado de BC, será menor, q̃ os dois quadrados dos lados AB, AC, por dois rectang.os feitos de toda a baze AC, e da intercesaõ da prependicular BD, athe o ang.º A oposto ao lado BC, de quem o quadrado se compara com os outros dois. He a prop. 13. do L.º 2.º de Euclid.

Theorema 69.

Se duas rectas se cortaõ em hum circ.º o retang.º dos segmentos de huã, he igual ao retang.º dos segmentos da outra; como se no circ.º ABCD, se cruzarem duas linhas quaisqr, como AD, BC; em qualqr ponto, o retang.º de AE, e ED, segmentos da linha AD, será igual ao retang.º feito de BE, e EC, segmentos da outra linha BC. he a prop. do L.º 3.º de Euclid.

Fig.ª 235.

Corolario.

Colhese do sobred.º q̃ se mais linhas se cruzarem em o mesmo ponto E, como a 3.ª linha FG, tambem o retang.º de FE, por EG, será igual ao retang.º de AE, por ED; como tambem igual ao retang.º de BE, por EC; e assi igual por infinitos.

Escholio.

Tambem da proposisaõ antecedente, se infere o modo de buscar huã 4.ª proporcional, ou seia continua, ou discreta a proporçaõ; por q̃ se puzermos em huã linha recta, a segunda, e terceira linha de tres dadas, e se acomodar em qualqr circ.º; e com o intervalo da primeira dada

dada, do ponto da uniaõ das duas, segunda, e terçeira co:
mo de çentro descreuendo hum çirc.o adonde este cortar o
primeiro, se tirará do ponto da uniaõ hũa linha recta athé
a çircumferençia do primeiro çirc.o e quanto esta toda for
mayor q a primr.a tanto tere:
mos por 4.a proporçional; como
por exemplo, seia a primr.a li:
nha dada AB, a segunda CD,
e a terçeira EF, as quais linhas
quero achar hũa 4.a proporçio:
nal; disponhaõse as duas CD,
segunda, e EF terçeira em hũa
linha recta, e seia GHI, a sa:
ber GH igual com CD, e HI
igual com FE, e pelos extremos
GI, se descreua hum çirculo

Fig.a 236.

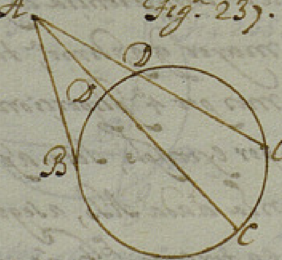
de qualq.r çentro, e com qualq.r interuallo, e seia do p.to L,
o çirc.o MIGK; logo do ponto H com o interuallo da primr.a
linha AB, se descreua o arco M, q corte o primr.o çirc.o em
M, do qual por H se tire a linha athé o çirc.o MHK; e
a distançia KH será a 4.a proporçional buscada. Deuese
aduertir q o primr.o çirc.o se deue tirar de tal modo, q com
o interuallo da primr.a linha, descreuendo outro çirc.o corte
este o primeiro, como asima uimos em o p.to M, ou outro se:
melhante.

Theor.

Theorema 7º.

Se de hum ponto fora de hum circº se tirarem duas rectas a elle, huã q̃ o corte, e outra q̃ o toque, o rectangº de toda a secante p.lo segmº externo, he igual ao quadrado da tangente; como se do ponto A fora do circº se tirarem as duas linhas AB, AC, ao circº BCD; o rectangº de toda a secante AC, e do segmº externo AD, se iguala ao quadrado da tangente AB; ou ainda secante passe ou naõ p.lo centro do circº. He a prop. 36. do Lº 3º.

Figª 237.



Corolario.

Collige do sobredº p.lo segte primeiro, q̃ os rectangulos dos segmentos externos, e das secantes quaisqr q̃ sejaõ tiradas de hum mesmo p.to saõ iguais entre si, e cada hum delles igual ao quadrado da q̃ for tangente.

College 2º, q̃ quaisquer tangentes q̃ se tiraõ de hum mesmo p.to externo saõ iguais.

College 3º, q̃ de hum mesmo p.to naõ se podem tirar mais q̃ duas linhas tangentes iguais.

College 4º, q̃ se huã de duas rectas iguais, tiradas de hum mesmo p.to externo, a periferia do circº for tangente, a outra o será tambem; e se huã dellas for secante,

tambem

tambem o deue ser outra.

Theorema. 71.

Se do mesmo p.to fora do circ.o se tirão duas rectas, que huá dellas o corta, e a outra lhe he incidente, e o retang.o da secante, e de seu segm.to externo se igua-
la ao quadrado da incidente, será tan-
gente no d.to circ.o: como se no p.to fora
do circ.o BCD, se tirão duas linhas, AB, incidente, e AC, se-
cante, da qual e de seu segm.to externo AD se fizer hum re-
tang.o igual ao quadrado da incidente AB, a tal linha
será tangente, e não cortará o circ.o, so o tocará no p.to B.
he a prop. 37. do L.o 3.o de Euclid.

Veiase a fig.a antece-
dente 237 p.a a inte-
lig.ta deste theorema

§. 14.

De algumas difinicoins das propo-zicoins, e de seus theoremas.

Difinição 1.a

Parte, he huá grandeza menor, de outra mayor, quan-
do a menor mede a mayor certam.te, como 3, 4, ou 5, vezes,
ual o mesmo q̃ parte aliquota da mayor grandeza,
quando a menor mede a mayor, como 4, grandeza menor
q̃ mede a mayor 8 duas vezes, e a 12, tres vezes, e a 16, qua-
tro vezes &c.a esta se chama a grandeza menor 4, parte
aliquota de 8, 12, ou 16 &c.a porem não he asi a parte ali-
quanta, como 4, de 5, 7, 9 &c.a porq̃ 4 não saõ comprehendidas

vezes

uezes certas, em 5, 7, nem em 9; assi grandeza tomada sem dis:
tinção de parte aliquota, ou aliquanta, mas com parte no:
me comum, e quando a menor grandeza repetida al:
gumas uezes excede a mayor.

2.ª

Multiplice, he grandeza de grandeza mayor de
menor, quando a menor, mede a mayor certam.te, ou com
sua parte aliquota, ou partes aliquantas. he tambem difinição
particular de multiplice comparado com a sua parte
aliquota; e para as mais quantidades multiplices, será
quando a grandeza de outra mayor, de menor repeti:
da alguãs uezes a menor excede a mayor.

3.ª

Proporção, he mutua correspondencia em quanti:
dade de duas grandezas da mesma especie. mutua
correspondencia em quantidade, he hum certo fundam.to,
para as grandezas que a tiuerem, se possão comparar entre
si como iguais, ou deziguais, com sua mesma igual:
dade, ou dezigualdade; e não basta que se possão compa:
rar entre si de outra sorte, como em conueniencia ou
desconueniencia de naturezas, propiedades, e acciden:
tes; e ainda que esta igualdade gera proporção, princi:
palmente entre quantidades continuas, e se estende as
discretas, e as de mais couzas que tem modo de quanti:
dade, como vozes, lugares, pezos, medidas, potencias,

mo:

movimentos, impulsos &c.ª q̃ se comparaõ entre si.

Agrandeza q̃ se compara aoutra se clama antecedente da proporçaõ, consequente á grandeza aq̃ oantecedente se compara.

4.ª

As grandezas, saõ da mesma espeçie (em ordem á proporçaõ) quando qualqr. dellas multiplicada, pode exceder aoutra; vem aser q̃ como naõ saõ da mesma espeçie, linha, superficie, ecorpo, nem os angᵒˢ rectilinios, curvos, &c.ª naõ os podemos comparar (em proporsaõ) suas coizas com outras de diferentes espeçies.

5.ª

A semelhança, em proporçaõ, se clama proporcionalidade analogia, como a correspondençia em quantidade, q̃ se extem, com 3 q̃ he seu duplo, e 8, com 4, q̃ tambem o he; com oq̃ se fará proporcional, p.ᵗᵒ mutua correspondençia entre seus termos; esta semelhança, correspondençia ou proporçaõ se clama analogia, pois entre 6, e 3, há amesma conveniençia q̃ entre 8, e 4; ou entre 10, e 5.

6.ª

As grandezas q̃ tem entre si amesma proporçaõ, se clamaõ proporçionais.

7.ª

Proporçionalid.ᵉ he acomparaçaõ de duas proporçoins; onde he de notar, q̃ p.ª haver proporçionalid.ᵉ he neçesº

haver

Lauer, quatro termos; isto he quatro couzas, q̃ duas se com:
parão aoutras duas, ou ao menos tres, q̃ entaõ ado meyo
se pode repartir, e ualer como duas: como se compararmos
mos aproporção q̃ tem 16, pª 8, q̃ he amesma q̃ tem 4 pª 2;
sendo de quatro termos, e sendo de tres somente, se comparará:
rá o do meyo duas uezes, como 16, pª 8, como os mesmos
8, pª 4; porem esta proporção será somente nas quantidades
continuadamente proporcionais, q̃ sendo de quatro termos
aproporcionalidade, pode ser tambem na discreta, como
aproporção q̃ tem 20, com 10, amesma tem 6, com 3;
naõ obstante naõ ter amesma proporção 10 com 3, q̃
tem 20 com 10, ou 6, com 3; e sendo os tres, ou quatro nu:
meros, ou termos proporcionais do modo sobredito, se di:
zem ter proporcionalidade.

8ª

Quatro ou mais grandezas seraõ proporcionais,
quando aprimeira por exemplo 6, tem com asegunda 3, a
mesma proporção, q̃ huã terceira 8, com huã quarta 4;
e quando os equimultiplices (quaisquer q̃ sejaõ) 12, 16, da
primeira e terceira, 6, e 8, são da mesma sorte, mayores,
menores, ou iguais com os equimultiplices (quaisquer)
9, e 12 da segunda equarta, 3, e 4; entaõ hum com ou:
tro, 12, com 9, teraõ amesma razaõ ou proporção, do q̃ 16,
com 12; de maneira q̃ se 12 multiplice da primeira 6,
he mayor q̃ 9, multiplice da segunda; 16 multiplice da
terceira

terçeira 8 (pq̃ he tão multipliçe de 8, à terçeira, q̃ 12 o he de 6 à p.ͥmeira) he mayor 12 equimultipliçe da quarta 4; pq̃ 12 he tão multipliçe da quarta 4, quanto 9, o he de 3, a segunda; e se menor, menor, e se igual, igual; porq̃ a proporção he mutua Correspondida em quantid.ᵉ de duas grandezas, ou a sua mesma igualdade fundam.ᵗᵒ p.ᵃ q̃ se posão Comparar entre si, Como iguais ou dezíguais. Logo p.ᵃ q̃ 4 quantid.ᵉˢ seião proporçionais, ou q̃ hum par tenha entre si a mesma proporção q̃ o outro; he neseso que hirá, ou a p.ͥmeira grandeza de hum par, seia mayor, menor, ou igual Com a outra segunda; da mesma sorte q̃ hirá de outro par, p.ᵃ a outra grandeza segunda, he mayor, menor, ou igual q̃ a outra 4.ᵃ grandeza.

Asi tambem he neses.ᵒ q̃ seus equimultipliçes observem sua mesma Correspondençia; pois os equimultipliçes de duas grandezas, são as mesmas tomadas igual n.ᵒ de vezes; Com q̃ a mesma proporção q̃ 4 quantid.ᵉˢ tem, entre si tem seus equimultipliçes; e ainda q̃ na explicação desta difiniçao, ou theorema Vniuersal, uze do exemplo das grandezas da proporção discreta, o mesmo se deue entender da proporção Continua; porq̃ ainda q̃ seus termos realm.ᵗᵉ não pasão de tres, são quatro virtualm.ᵗᵉ, porq̃ o segundo se toma duas vezes, e serue de segunda, e terçeira grandeza.

§. 15.

Explicaçe aproporçaõ racional, e em quantos generos se deuida.

A proporçaõ racional se deuide em sinco especies, despois de diuidida em duas, de igualdade ou dezigualdade; esta de dezigualdade se deuide em outras duas de mayor dezigualde, q̃ he quando amayor grandeza, se compara com amenor: e de menor dezigualde, quando amenor se compara com outra mayor da mesma especie; e cada huã destas duas, de mayor, e menor grandeza, se deuide em sinco generos, ou diferenças, asaber, em multiplice, Superparticular, Superparciente; multiplice Superparticular; multiplice Super parciente; isto se entende na proporçaõ de mayor dezigualdade, q̃ na de menor, se acreçenta esta palaura, Sub, dizendo, Submultiplice, SubSuperparticular, SubSuperparciente, Submultiplice Superparticular, Submultiplice Superparciente.

Multiplice, he quando amenor, mede amayor, alguãs uezes certamte. como se forem duas uezes, será dupla. se tres, tripla; como de 4 a 2, dupla, de 9, a 3, tripla &c. e pelo contrario, comparando 2 com 4, (na proporçaõ de menor dezigualde), leuará aparticula Sub, chamandolhe Subdupla, e 3 com 9, Subtripla

Superparticular, he quando a mayor, comtem a menor hua ves, e hua p.^{te} aliquota; q̃ se for a metade, será seisquialtera. se terceira p.^{te} seisquitercia, asi como 3, comparados com 2 q̃ será superparticular seisquialtera, e 4 comparados com 3, será seisquitercia V.^{a} e na de menor desigual, de 2 p.^{a} 3, subseisquialtera. e de 3, p.^{a} 4 subsuperparticular seisquitercia, ou decopilando o termo subseisquitercia.

Superparciente, he quando comtem a mayor, a menor hua ves, e alguas p.^{tes} q̃ todas iuntas nao fazem hua aliquota. as quais se forem duas, se dirá, superbisparciente, e asi de terceiras e quartas p.^{tes} como por exemplo, a proporçaõ entre 5, e 3 em q̃ 5, comtem a 3 hua ves, e mais duas terças p.^{tes} chamaremos superbisparciente tercias; e a proporçaõ entre 7, e 4, em q̃ 7 comtem a 4 hua vez, e $\frac{3}{4}$ se dirá, supertriparciente quartas, V.^{a} e na de menor desiguald.^{e} 3 p.^{a} 5, subsuperbisparciente tercias. e de 4 p.^{a} 7, subsupertriparciente quartas.

Multiplice superparticular, he quando a mayor, comtem a menor alguas vezes, e algua parte aliquota, e se dis dupla, se a comtem duas vezes; e seisquialtera, se a particula acresentada for a metade, e se terça p.^{te} seisquitercia. como por exemplo, a proporçaõ entre 5, e 2, será dupla, (por 5 comter a 2 duas vezes) seisquialtera, por comter mais a metade da menor

quan:

quantidᵉ 2, q̃ he 1 com quem fazem os 5 da mayor. a proporçaõ entre 10, e 3, será tripla seisquiterçia, e assi das mais desta especie; e na proporçaõ de menor dezigualdade, 2 pᵃ 5, chamaremos subdupla seisquialtera; de 3 pᵃ 10, subtripla seisquiterçia; e de 3 pᵃ 7, subdupla seisquiterçia.

Multiplice superparçiente, he quando a mayor comtem a menor alguãs uezes, e alguãs partes aliquotas, q̃ todas iuntas naõ fazem huã aliquota, toma nome, de dupla, tripla, e quadrupla &ᵃ, segundo as uezes q̃ a mayor comtem a menor, e das pᵗᵉˢ aliquotas segundo forem seus denominadores, e numeradores, como por exemplo, entre 8, e 3, a proporçaõ será dupla, superbiparçiente terçias, por 8, comter a 3 duas uezes e dois terços; entre 15, e 4, será tripla supertriparçiente quartas; e assi daraõ nome aõ mais segundo suas pᵗᵉˢ; e na de menor dezigualdᵉ 3, pᵃ 8, se acreçentará sempre a partícula sub, dizendo subdupla, superbiparçiente terçias, e na de 4 pᵃ 15, subtripla supertriparçiente quartas &ᵃ.

Proporçionalidᵉ Aritmetica, he quando 3, 4, ou mais nᵒˢ estaõ dispostos com tal ordem, q̃ entre todos ha igualmᵗᵉ huã mesma diferença; e esta se deuide em comtinua, e em descomtinua; a comtinua he como 4, 7, 10, 13, 16, ou como 10, 20, 30, 40, &ᵃ, entre

os

os quais ha iguais diferenças, ou ordem de unid.es entre seus terminos. A descomtinua falta desta igualdade, como 5, 7, 9, 15, 17, 19. q̃ nos primeiros tres n.os comcorrem com a mesma diferença de unid.es q̃ saõ; mas todos seis comtinuaõ, naõ vaõ assi; porq̃ entre os 9, e 15 se altera a ordem por haver nella seis unid.es de diferença; porem os q̃ se seguirem, teraõ semple a mesma diferença q̃ seus antecedentes; e quando seie outra, como 2, 4, 6, 8, 7, 10, 13, em q̃ os primeiros 4 n.os se vencem huns aos outros por duas unidades, e os 3 ultimos se vencem por 3, fazendo salto entre os 8, e 7, com outra diferença hum mais, ou menos; ou igual a qualq.r daquelas diferenças, se chamará tambem descomtinua composta, por ser feita de duas ou mais plogreçoins, q̃ assi saõ chamados estes n.os de tal modo dispostos.

A comtinua plogreçaõ se devide, em plogreçaõ natural, e naõ natural: a plogreçaõ natural he huma só, a saber a ordem, e modo natural de contar, como, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10 &c.a ou entre cujos n.os a diferença he semple a unidade, ainda q̃ seu principio naõ seia hum mesmo n.o, ou pegue da unidade, como, 20, 21, 22, 23, 24.

A progreçaõ naõ natural he aquela q̃ corre comtinua (ou descomtinua) de tal sorte q̃ as diferenças, seiaõ mayores q̃ a unidade; esta se devide em infinitas, e todas se lhe dá o nome de segundas, terceiras, quintas, &c.a

com:

conforme o nº de unid.es q̃ ouuerem nas diferenças, entre suas grandezas, como á progreçaõ 2, 4, 6, 8, &c.a chamare=mos segunda naõ natural, por ser a diferença entre os tais dois nºs; e a progreçaõ 3, 6, 9, 12, 15, será terçeira naõ natural, por tres, ser o ualor de suas diferenças, e assi em infinito.

Da Regra p.a achar hum numero meyo, aritmetico, entre dois quaisquer numeros dados.

O meyo aritmetico he hum nº, do qual uai tanta dife=rença ao nº menor extremo, como delle ao extremo ma=yor; como nos tres nºs 12, 15, 18, ao nº 15 chamaremos meyo arismetico entre os extremos 12, e 18, por q̃ tanta diferença tem 18 extremo mayor, sobre 15, nº medio; co=mo este tem sobre 12, o extremo menor, as quais dife=renças saõ tres, e isto assi entendido, ponhamos dois nºs dados, 31, e 29, entre os quais se pertende achar hum meyo arismetico: somense os dois nºs extremos, 31, e 29, e faraõ 60 de cujo nº a ametade 30 será o nº meyo arismetico, ficando os nºs em progreçaõ natural, 31, 30, 29; cuias diferenças saõ iguais; e se entre 10 e 46 buscarmos o meyo arismetico acharemos ser este, o nº 28, ficando todos tres dispostos desta sorte, 10, 28,

e

e 46 em progreçaõ naõ natural, decima oitava, porq^{to} suas diferenças saõ o nº 18. porem querendo achar, 2, 3, 4, ou mais nºs meyos arismeticos entre dois nºs extremos, se terá conta quantos nºs se pedem intermedios, porq se forem 2, se deue partir a diferença dos nºs extremos dados em 3 p^{tes} iguais, a saber mais huá vnidade; e se se pedirem 3, a diferença dos extremos dados se partirá por 4; e nesta forma quantos quizerem, acresendoçe sempre mais huá vnidade, do q a quantia do nº, ou nºs q se pedem, aos nºs extremos dados por donde se partem; exemplo; achença 2 meyos arismeticos, entre 12, e 21; a diferença destes nºs he 9, q partirei por 3, por se pedirem 2; e vem ao cuciente 3; esta he a diferença entre os nºs da progreçaõ, os quais iuntos a 12, menor nº extremo, fazem 15 primrº nº dos dois buscados; a estes aiuntando os mesmos 3, fazem 18, segundo nº buscado, ficando todos quatro, 12, 15, 18, 21, todos com iguais diferenças; e assi com quaisqr outros nºs arismeticos, entre quaisqr quantidades dadas.

Proporçionalid^e geometrica, se deuide em comtinua, como 1, 2, 4, 8, 16, &c^a. ou como 3, 9, 27, 81, q leuaõ sempre a mesma rezaõ; a descomtinua, se altera, como, 2, 4, 8, 16, 28, 56, &c^a, chamaçe esta discreta, quando no terçeiro termo se altera, como 10, 20, 15, 30: a descomtinua tambem se compoem de diferentes proporçionalid^{es},

como,

como, 1, 2, 4, 8, 7, 21, 63; q̃ parte he subdupla, e parte subtripla, e chamase entaõ composta.

Regra para achar hum meyo geometrico, entre dous extremos, ou numeros dados.

O meyo geometrico entre dois extremos, he aquele numero, ou quantidade de tal modo disposta, q̃ tal proporçaõ tenha hum dos extremos para o meyo, como o meyo para o outro extremo; de sorte q̃ se 8, tem para 16 a proporçaõ q̃ 16, para 32; o nº 16, he meyo proporcional (q̃ he o mesmo q̃ hum meyo geometrico) entre os dois extremos 8, e 32; asi q̃ querendo achar hum nº meyo proporcional, entre 3, e 27, se multiplicará hum pelo outro, a saber 3 por 27, e fará 81; do qual nº a raiz quadra he 9, e este he o nº meyo proporcional entre 3, e 27, ficando asi; 3, 9, 27, em proporçaõ subtripla; de sorte q̃ asi se ha 3 para 9 q̃ he tres vezes tanto equimultiplice, como de 9, a 27, a saber as mesmas tres vezes; por onde se pode difinir, ser hum meyo geometrico aquela quantidade da qual o seu quadrado, se iguala ao retangulo dos extremos, toda a rezaõ da regra asima; por quanto, como o retangulo dos dois extremos, 3, e 27, q̃ he 81, se deve igualar ao quadrado do meyo, a

raiz

a raiz dos 81 q̃ he 9, será o nº meyo geometrico, ou quantid.e meya proporcional.

Porem querendose achar dois nºs meyos geometricos, entre dois nºs extremos, observaremos entaõ esta regra geral: Multiplicarseha o quadrado do extremo menor, pello extremo mayor, e a raiz cubica do tal produto, será o meyo menor; e logo multiplicandose a potencia ou quadrado do extremo mayor, pello extremo menor, a raiz cubica do produto, será o meyo mayor: Ou tambem achado ia hum dos meyos, o outro he meyo geometrico, entre as quantid.es ou nºs proximos. Exemplo. quero achar dois meyos geometricos, entre 2, e 16, multipliquese o extremo menor 2 por si, e fará 4, q̃ multiplicados pello outro extremo 16, fazem 64; do qual nº a raiz cubica he 4; este he o nº menor, dos dois medios buscados; e logo p.a se achar o mayor se fara de dois modos; ou multiplicando o extremo mayor 16 em si q̃ fazem 256 e este produto tornandoo a multiplicar pello extremo menor 2, q̃ fazem 512 do qual a raiz cubica he 8, q̃ será o mayor dos medios, ficando assi a proporçaõ, 2, 4, 8, 16, em subdupla: ou achado hum dos meyos, como por exemplo os 4, e querendose achar o mayor 8, como este meyo he geometrico, entre 4, e 16, pella regra assima se achará, multiplicando 4 por 16 q̃ fazem 64, cuja raiz 8, he o segundo meyo buscado. tambem se pode buscar de terceiro modo, porq̃ como o retang.º dos dois

ex:

Extremos, 2, e 16, a saber 32, se iguala com o retang.º dos dois Extremos, digo dos dois intermedios, 4 por 8, q̃ saõ os mesmos 32; repartindo o retang.º dos dois Extremos, 2, e 16, q̃ saõ 32, por hum dos meyos 4, sahirá no quciente o segundo n.º meyo 8; ou pelo contrario, repartindo os 32 p.lo meyo mayor 8, sahirá no quciente o meyo menor 4; e assi em quaisq.r n.os em qualq.r proporçaõ q̃ sejaõ.

Mas se nos pedirem 3 meyos entre 2, e 32, entaõ se buscará prim.ro hum meyo proporcional entre 2, e 32, q̃ se achará ser 8, ficando assi, 2, 8, 32; e logo entre 2, e 8 primeiro par, se busque outro meyo, q̃ será 4, ficando os n.os assi 2, 4, 8, 32. e ultimam.te entre 8, e 32 ultimo par, (valendo o dº meyo 8 por 2, e tomandose duas vezes), se busque terceiro n.º meyo proporcional, q̃ será 16, ficando todos proporcionais, 2, 4, 8, 16, 32, em proporçaõ subdupla, cõ os tres meyos 4, 8, 16; e assi em infinito buscando outros meyos entre estes, se acharaõ 7 n.os meyos proporcionais entre 2, e 32, (ou outros quaisquer dois n.os) se iraõ achando n.os meyos proporcionais, em progreçaõ, ou proporçaõ subdupla, com mais huã unidade, como 1, meyo, 3, q̃ he o dobro de 1 e mais a unidade; 7 meyos q̃ he o dobro de 3, e mais a unid.e de 15 meyos q̃ he o dobro de 7 e mais a unidade, e assi em infinito nesta proporçaõ achando, 1, 3, 7, 15, 31, 63, 127, 255. &c.ª n.os meyos proporcionais todos em continua

pro:

proporçaõ; e se achar mos 2, entre 2 extremos dados, e entre cada hum dos 4 nᵒˢ ia achados, buscarmos hum nᵒ meyo, teremos 5 nᵒˢ meyos, e outros nesta proporção, 2, 5, 11, 23, 47, 95, 191 &ª q se geraõ do dobro, e mais a unidade. E tambem se poderaõ achar outros nᵒˢ de meyos proporcionais, se entre os dois extremos dados acharmos dois meyos, entre cada dois destes achados, e entre estes outros, &ª por q da primeira vez acharemos 2 nᵒˢ meyos proporcionais: da segunda vez, 8 meyos; da terceira 26, procedendo da qui huã terceira progreçaõ de nᵒˢ de partes meyas proporcionais, q se poderaõ achar entre dois extremos, como, 2, 8, 26, 70, 212, 638. &ª q em infinito se naõ vencendo, por tres vezes mais, e duas unidᵉˢ: fora destas tres ordens, ou de seus compostos, se naõ podem achar outros nᵒˢ de quantidᵉˢ proporcionais, como por exemplo, podem se achar, 1, 2, 3, 5, 7, 8, 11, 15, 23, 26, 31, 47, 63, 70, 95. &ª e outros conforme se ve das ordens atras; mas acharem se 4, 6, 9, 10, 12, 13, 14, 16, 17, 18, 19, 20, e outros compostos destes, se naõ tem descuberto athe oie, outras tantas meyas proporcionais em nᵒ, de q adiante mais em particular se tratará.

Escholio.

No §. 15 do Capᵒ 11, fica dito q couza seiá proporcionalidᵉ geometrica. E como se achara em numeros,

huá

huã, duas, ou tres quantidᵉˢ meyas proporcionais, entre dois extremos; porem como por nᵒˢ naturais, senaõ podem achar todas, em nᵒ qualquer, sem se tirarem extracçoins de raizes, mais defficultozas q̃ a cubica, como a raiz sor: disolida, ou primeiro delato, segundo, terceiro, ou quarto, &c. podendose tirar a raiz quadriquadra, cubicubica, e outras mᵗᵃˢ em nᵒ naturais, posto q̃ com mais trabalho e embaraço; por tanto me parece melhor, uzarmos dos nᵒˢ artificiais quais saõ os lugaritmos de q̃ em outro lugar trataremos dando a difinicaõ, fabrica, e uzo delles; porem como pertence propiamᵗᵉ deste lugar, he bem q̃ digamos nelle o modo de buscarmos por nᵒ qualquer nᵒ de meyas proporcionais, entre dois nᵒˢ ou quantidᵉˢ dadas, por via dos ditos lugaritmos, p.ª huã melhor inteligᶜᵃ se apontaõ os exemplos seguintes.

Achar hum meyo geometrico.

1º Exemplo.

Quero achar hum meyo proporcional, entre 60 e 135. p.ª o q̃ se uzará desta regra: busquese o lugaritmo do nᵒ 60. e se achará nas taboas delles, ser o nᵒ 1,7781512. e o lugaritmo do nᵒ 135 q̃ se achará ser, 2,1303338; somense estes dois lugaritmos, e a soma será, 3,9542425. este será o lugaritmo da meya proporcional buscada,

acujo

a cujo lugaritkmo desponde nas taboas, iustamᵗᵉ o nº 90
e assi se ficará entendendo q 90 he nº meyo proporcional, en:
tre 60, é 135; ou tambem tirese o lugaritkmo, de 135, o lu:
garitkmo de 60 e desto se departa por 2, (q he mais huá
unidᵉ do nº de meyas proporcionais q queremos) e o cucien:
te se aiunte ao lugaritkmo de 60 menor nº e a soma se:
rá tambem, 1,9542425 lugaritkmo do nº 90 buscado.

Exemplo Segundo,
De achar dois meyos, entre dois numeros dados.

Querendose achar dois nºˢ proporcionais entre 20, é 67 ½ a regra he geral: do lugaritkmo do nº mayor 67 ½ que he 1,8293038, se tire o lugaritkmo do menor 20 q he 1,3010300, e desto, 0,5282738, se departa por 3 (q he mais huá unidᵉ q os dois meyos buscados) e virá o cuciente 1,760912, q se: rá iunto ao lugaritkmo do nº menor 20 q he, 1,3010300, e fa: rá a soma de 1,4771212. este será o lugaritkmo do primrº meyo buscado, a quem desponde o nº 30 q sendo outra ves iunto ao cuciente mesmo, 1,760912, ao este ultimo lugari: tkmo achado, 1,04771212, fará o lugaritkmo, 1,6532125, q he do nº 45 o segundo buscado, sendo os dois meyos entre 20, é 67 ½ dados, os nº 30 e 45 os buscados, e assi com outros quaisqr nºˢ, como milhor se uerá no seguinte Exemplo.

Exemplo.

Exemplo terceiro.

Em q̃ se achaõ dos numeros meyos proporcionais, entre dois numeros dados.

Querendoce achar dos nº meyos proporcionais entre 2 e 4096; do lugaritimo do nº mayor 4096, q̃ he o nº 3,6123600, se tire o lugaritimo do nº menor 2 q̃ he 0,3010300, de q̃ fica de resto, 3,3113300; este resto 3,3113299 se departa por 11 q̃ he mais huã unidade, do q̃ os meyos q̃ queremos q̃ sad dos, e sira o cuciente 3010300 o qual aiuntando o lugaritimo de 2, 0,3010300 a soma será o lugaritimo do primrº 4 buscado 0,6020600; e aiuntandolhe outra ves o cuciente 3,010300, lugaritimo do segdo meyo buscado 8, 0,9030900; e a este acresentando outra vez o cuciente 3010300 gera o lugaritimo do 3º buscado 16 — 1,8041200 e asi por diante com os mais, buscando seus lugaritimos, e a estes os nº q̃ lhe respondirem, q̃ seraõ os meyos proporcionais buscados.

Indes

Das obras que comtem este livro.

Poblemo

Des:

Corolario

Corolario

nota

Mudar

Como

formar

Formar.

Escolio.

o resto,

Corolario.

Escolio.

60