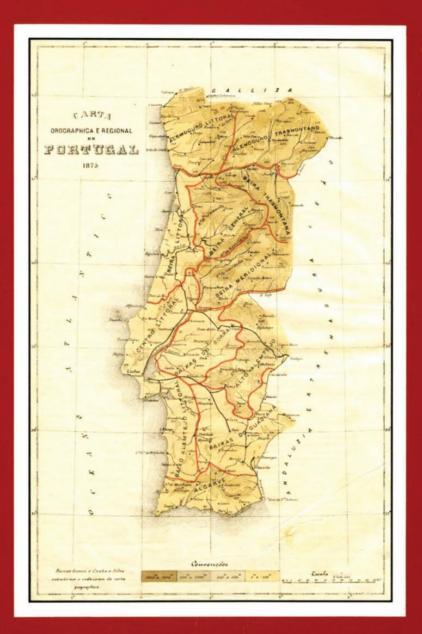
CADERNOS DE GEOGRAFIA

INSTITUTO DE ESTUDOS GEOGRÁFICOS

FACULDADE DE LETRAS · UNIVERSIDADE DE COIMBRA
COIMBRA 1996 N.º 15



AS CHEIAS: FENÓMENOS NATURAIS E CAUSAS DE OCORRÊNCIAS EXCEPCIONAIS

José S. A. do Carmo*

RESUMO

Em consequência do carácter aleatório dos processos hidrológicos, a inundação dos terrenos marginais de um rio e até mesmo a ocorrência de prejuízos materiais são acontecimentos normais. Devido a uma cheia deste tipo, a destruição de casas e a morte dos seus habitantes só pode justificar-se pela inexistência ou ineficácia de medidas preventivas e correctivas adequadas. Porém, situações de muito menor probabilidade de ocorrência, mas de consequências muitíssimo mais gravosas podem surgir. De entre estas destacam-se a actuação de sismos e o escorregamento de taludes em encostas submersas ou marginais de albufeiras com formação de grandes ondas na superfície livre da água. Neste artigo são analisados diagramas da pressão hidrodinâmica sobre barragens devidos à actuação de sismos, efeitos hidrodinâmicos resultantes de deslizamentos de taludes em encostas de albufeiras e ondas de cheia resultantes de rupturas de barragens.

Palavras chave: Cheias. Sismos. Deslizamentos de encostas. Rupturas de barragens.

RÉSUMÉ

En conséquence du caractère aléatoire des processus hydrologiques, l'inondation des marges d'une rivière et même l'occurrence de préjudices matériaux sont des événements tout à fait normaux. À cause d'une crue de ce genre la destruction de maisons et la mort de ses résidants ne peut se justifier qu'en cas de non-existence ou inefficacité de mesures préventives et correctives convenables. Cependant, accidents de très petite probabilité d'occurrence, mais de conséquences bien plus dangereuses peuvent arriver. L'occurrence d'un séisme et le glissement de pentes en lagunes avec la génération d'ondes très élevées à la surface libre, sont à distinguer. Dans cet article on analyse la pression hydrodynamique sur les barrages en résultat de l'action de séismes, les effets hydrodynamiques qui résultent du glissement de pentes en lagunes et les ondes de crue qui résultent de la rupture de barrages.

Mots-clés: Crues. Séismes. Glissements de pentes. Ruptures de barrages.

ABSTRACT

In consequence of the aleatory nature of the hydrological processes, the river banks inundation and the occurrence of material damages are expected events. Due to this kind of flood, dwelling-houses destruction and their residents death can only be justified from non-existent or inefficient adequate preventive and corrective measures. However, situations with lower probability of occurrence but with very serious consequences may happen. Among these, the occurrence of strong earthquakes and landslides on submerged slopes or banks, with big waves generated at the free surface, are of great importance. In this article hydrodinamic pressure diagrams on dams due to seismic action, dynamic effects generated by landslides and flood waves propagation caused by dam breaks are analysed.

Key words: Floods. Earthquakes. Landslides. Dam breaks.

^{*} Departamento de Engenharia Civil da Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade de Coimbra.

1. INTRODUÇÃO

Sob o ponto de vista estritamente hidrológico, uma situação de cheia numa secção de um curso de água acontece sempre que a precipitação dá origem à ocorrência de escoamento superficial directo, que se traduz na formação de um hidrograma de cheia. Porém, em linguagem corrente e para o comum das pessoas, a noção de cheia está associada ao galgamento das margens de um rio, com submersão da paisagem e consequente inundação da planície aluvial. Esta noção aparece ainda frequentemente associada a danos físicos e a elevados prejuízos materiais; e no entanto, as cheias resultantes do carácter aleatório dos processos hidrológicos fazem parte do ciclo natural de qualquer rio. Com efeito, as inundações dos terrenos marginais são comuns, havendo registos que indicam que a maior parte do rios tem enchentes de dois anos e meio em dois anos e meio.

Não é em vão que a população mundial tem estado desde sempre ligada às planícies aluviais de rios importantes como o Tigre e o Eufrates na Mesopotâmia, o Yangtzé e o Huang Ho na China e o Nilo no Egipto. De facto, as planícies aluviais são boas para o cultivo, pois em cada inundação o rio deposita nelas sedimentos ricos em matéria orgânica e nutrientes. Os sedimentos depositam-se em camadas na planície aluvial, criando solos férteis naturalmente irrigados pelas cheias.

Embora o passado demonstre que os prejuízos materiais e os danos físicos nos seus habitantes sejam compensados pelos benefícios agrícolas resultantes das inundações periódicas, a necessidade de construção de obras de defesa contra cheias tem constituído uma preocupação constante das comunidades humanas por elas atingidas.

Nesta conformidade, sendo economicamente importante tirar partido da fertilização natural das planícies aluviais, interessa então minimizar os efeitos adversos das inundações agindo em diferentes direcções, procurando, nomeadamente: i) aprofundar conhecimentos nesta área do saber, fundamentalmente ao nível dos métodos de previsão de cheias com a máxima antecedência possível; ii) implementar obras de defesa; e, iii) sensibilizar as comunidades humanas em condições potenciais de serem (ou virem a ser) atingidas.

Em cada caso particular, os estudos a desenvolver devem ter fundamentalmente dois objectivos: a delimitação de áreas susceptíveis de serem inundadas com determinado grau de risco e a determinação de valores para utilização em tempo real, com finalidades operacionais de gestão de sistemas fluviais, incluindo o funcionamento de sistemas de aviso de cheias.

O segundo daqueles objectivos prende-se com a determinação dos caudais que poderão ocorrer no futuro imediato, sendo objecto dos *métodos de previsão de cheias*.

Com utilização de computadores, são de aplicação corrente hoje em dia: modelos de simulação complexa e métodos de previsão dos hidrogramas de cheia. Os pri-

meiros modelos procuram simular a resposta hidrológica da bacia a determinadas precipitações e a determinadas alterações, quer na rede hidrográfica, quer no revestimento dos solos da bacia. Os segundos modelos destinam-se à previsão em tempo real, e com a máxima antecedência possível, dos caudais que poderão ocorrer no futuro imediato, para gestão de sistemas fluviais: exploração de barragens e canais, lançamento de avisos de cheia, etc.

A elaboração e utilização destes modelos exige o conhecimento dos diversos processos do ramo terrestre do ciclo hidrológico na bacia. O conhecimento destes parâmetros de descrição quantitativa permite, por outro lado, avaliar a tendência da bacia hidrográfica para grandes cheias. Fundamentalmente definem-se: o coeficiente de compacidade ou índice de Gravellius, o índice de forma, a relação de bifurcação, a densidade de drenagem, a curva hipsométrica, a altura média da bacia, o coeficiente de massividade e o coeficiente orográfico, entre outros.

A constituição geológica e os correspondentes tipos de solos condicionam fortemente o movimento da água na bacia hidrográfica. Com efeito, estas características influenciam decisivamente a velocidade do escoamento superficial e, por conseguinte, a grandeza das pontas de cheia na rede fluvial e os fenómenos de erosão na bacia.

Uma característica igualmente importante na análise dos fenómenos hidrológicos que ocorrem numa bacia é o seu revestimento vegetal e o correspondente tipo de utilização, principalmente pela sua influência no escoamento superficial e na infiltração.

A situação de cheia relativamente vulgar que ocorre em consequência de precipitações intensas é, em geral, tão desejável quanto controlável. Todavia, outras situações de muito menor probabilidade de ocorrência, mas de consequências muitíssimo mais gravosas, estão associadas a acidentes resultantes do galgamento e/ou à ruptura de barragens. De entre estas destacam-se a actuação de um sismo, dando origem a um movimento do tipo oscilatório que irá excitar um escoamento e provocar forças hidrodinâmicas, e o desmoronamento ou escorregamento de taludes em encostas submersas ou marginais com formação de grandes ondas na superfície livre da água.

Como decorre da análise de acidentes registados no passado, um desastre desta natureza reflecte-se normalmente em elevadíssimos prejuízos materiais e humanos. Com efeito, como se demonstra em seguida, a descrição dos principais acidentes ocorridos neste século posssibilita a avaliação da importância deste tipo de acidente e dos respectivos efeitos destrutivos.

Deslizamentos importantes, envolvendo normalmente perdas de vidas humanas, têm sido registados em fiordes na Noruega. Bastante significativo foi o acidente ocorrido em Abril de 1934, em Tafjord, que provocou a morte de 41 pessoas.

Igualmente importantes foram os acidentes ocorridos na Lituya Bay, Alaska, em 1936 e 1958, tendo provocado avultados prejuízos.

Um dos maiores desastres provocados pelo deslizamento da encosta de uma albufeira ocorreu a 9 de Outubro de 1963 em Vajont, Itália. Um volume superior a 2*10⁸ m³ de materiais rochosos deslizou para o interior da albufeira. Relatos da época estimaram o tempo de ocorrência do desmoronamento entre os 15 e os 30 segundos, movendo-se o material rochoso a uma velocidade entre os 15 e os 30 m/s. A onda gerada galgou a barragem de betão de dupla curvatura e avançou para jusante com uma altura superior a 70 metros, provocando enorme destruição à sua passagem, nomeadamente em quatro povoações, uma vila e três aldeias, tendo perecido mais de 2500 pessoas.

O primeiro registo de um grave acidente ocorrido neste século que conduziu à ruptura de uma barragem data de 1928. Neste ano, uma barragem de betão de gravidade com curvatura, de 56 m de altura, localizada na Califórnia - EUA, rompeu devido a problemas de fundação tendo provocado a morte de 450 pessoas.

Por bombardeamento aéreo na 2ª Guerra Mundial, são conhecidos os casos das barragens de Eden e Mohne, cuja destruição causou a morte de mais de 1200 pessoas.

Também por problemas de fundação (instalação de sobrepressões nas rochas de fundação) ruiu totalmente em Dezembro de 1959 a barragem de arco de Malpasset - França, com 66.5 m de altura, tendo provocado a morte de 421 pessoas.

Em Março de 1960, a barragem de Orós - Brasil, com 54 m de altura, foi galgada durante a sua construção, provocando a morte de 50 pessoas e obrigando à evacuação de cerca de 100.000 pessoas.

Em 1972, nos Estados Unidos, a barragem de Buffalo Creek rompeu devido a assentamentos na fundação tendo perecido 118 pessoas.

Em 1976 rompeu a barragem de Teton - EUA, com 93 m de altura. Esta barragem era do tipo aterro e a ruptura foi relativamente gradual pelo que provocou apenas 6 vítimas.

Muito recentemente, em 1987, em Itália, no rio Adda, na região de Valtellina, um deslizamento da encosta formou um dique natural que rompeu provocando uma onda de cheia bastante superior à cheia natural causando avultados prejuízos.

O panorama que acabamos de descrever é, com efeito, suficientemente revelador da importância destes fenómenos, tendo merecido também em Portugal tomadas de medidas especiais, através da publicação em 1990 do ainda actual Regulamento de Segurança de Barragens, com vista à protecção de pessoas e bens em caso de acidentes resultantes de circunstâncias anómalas. Aquele Regulamento obriga, nomeadamente, à elaboração de uma carta de riscos, contendo o mapeamento das zonas inundáveis, que servirá de base à definição de estratégias de protecção a tomar.

2. MEDIDAS PREVENTIVAS E CORRECTIVAS: OBRAS DE REGULARIZAÇÃO

As principais medidas utilizadas com objectivo de protecção contra cheias podem ser agrupadas em: *medidas preventivas* e *medidas correctivas*.

Entre as principais *medidas preventivas* contam-se a delimitação das áreas susceptíveis de serem inundadas com determinado risco e a criação de sistemas de aviso.

Entre as *medidas correctivas* incluem-se: diques, obras de desvio, barragens, obras de regularização, etc.

A redução do leito maior de um rio é frequentemente conseguida através da construção de diques dispostos longitudinalmente, normalmente complementados com descarregadores laterais associados a estruturas de controlo, permitindo descargas localizadas sempre que ocorram caudais superiores aos de dimensionamento.

A eliminação de meandros é frequentemente realizada através de desvios, ou da simples rectificação do leito natural do rio. Importa todavia notar que este procedimento deve ser complementado com outras obras de regularização, pois pode conduzir a alterações significativas das condições de equilíbrio natural (desadaptação da inclinação do rio às condições de transporte sólido, conduzindo a erosões e/ou a deposições indesejáveis).

A construção de uma barragem num curso de água modificará necessariamente as condições de equilíbrio, ou de quasi-equilíbrio, pré-existentes, nomeadamente através da retenção do material sólido na albufeira, deixando de alimentar o curso de água a jusante da secção da barragem.

A acumulação do material sólido na albufeira conduzirá inevitavelmente a uma diminuição da sua capacidade total inicial. Nesta conformidade, no dimensionamento de uma albufeira de regularização torna-se necessário reservar uma fracção da respectiva capacidade total para acumulação do material sólido sedimentado (volume morto da albufeira).

Para calcular a quantidade de material sólido que uma albufeira irá reter (volume assoreado), é indispensável conhecer o transporte sólido anual médio do curso de água. Uma vez conhecidos os regimes hidrológico e de transporte sólido, bem como a respectiva eficiência de retenção (percentagem de sedimenos afluídos que fica retida), calcula-se a capacidade útil inicial com que deverá ser construída uma albufeira para que esta possa alcançar uma determinada vida útil.

Métodos de dimensionamento expedito baseados em elevados números de observações efectuadas em diferentes rios e canais (vulgarmente conhecidos por teorias de regime, de que são exemplos as teorias de Blench, Lacey e Simons & Albertson) permitem prever as características geométricas de canais de fundo móvel em equilíbrio a partir do caudal líquido que se escoa em regime permanente e da dimensão do material de fundo.

Estas teorias apenas devem ser utilizadas em dimensionamentos expeditos. No entanto, os seus resultados

podem fornecer boas indicações, ou constituir condições iniciais para aplicação de estruturas computacionais baseadas em modelos matemáticos mais elaborados.

Uma análise simples dos aspectos relativos às condições de equilíbrio do leito de um curso de água, pode ser feita com base no diagrama de Shields. Com efeito, para valores da tensão de atrito adimensional iguais ou inferiores a cerca de 0.030 (zona de escoamento em regime hidraulicamente liso) não há movimento do fundo. Nesta conformidade, considerando um escoamento uniforme, o valor da tensão tangencial média é dado por $\tau = \gamma$ R J. Com R \approx h e J \approx sin β = i, sendo h a altura do escoamento e β o ângulo do leito do rio com a horizontal, resulta:

$$\frac{\tau}{\rho g (s-1) D} = \frac{\gamma h i}{\gamma (s-1) D_g} \le 0.030$$

em que: i é o declive do fundo, ρ é a massa volúmica do fluido (ρ =1000 kgf m⁻³), g é a aceleração da gravidade (g≈9.805 m s⁻²), γ é o peso volúmico do fluido (γ = ρ g), s e D = D_g representam, respectivamente, a densidade e o diâmetro característico dos elementos sólidos; com s = 2.65 obtém-se:

$$D_{u} \ge 20 \text{ h i} \tag{1}$$

Ou seja, com uma granulometria do material de fundo, numa espessura da ordem de $2D_{90}$, dada por $D_g = 20 \ h$ i e uma granulometria do material de revestimento $D_g \ge 20 \ h$ i, garante-se que o fundo não entra em movimento.

Na zona de escoamento em regime hidraulicamente rugoso (número de Reynolds relativo à rugosidade R* > 70), considerando valores da tensão de atrito adimensional iguais ou inferiores a cerca de 0.047, como resultados de experiências mais recentes aconselham, obtém-se:

$$\frac{\tau}{\rho g (s-1) D} \le 0.047$$

donde,

$$D_{g} \ge 13 \text{ h i} \tag{2}$$

Desta análise, equações (1) e (2), podemos concluir que o perfil de equilíbrio deverá obedecer à seguinte condição:

$$i_{eq} \le \frac{D_g}{\sigma h}, com 13 \le \sigma \le 20$$

Importa agora analisar os cenários de risco característicos de cada barragem, nomeadamente sismos importan-

tes e galgamentos rápidos devidos a deslizamentos de taludes em encostas submersas ou marginais, que podem conduzir à sua ruptura.

3. BARRAGENS: SOLICITAÇÕES HIDRODINÂ-MICAS E RUPTURAS

Em Portugal, a exemplo de outros países, faz-se o aproveitamento para fins múltiplos dos cursos de água, quer directamente, quer através da construção de barragens e consequente constituição de albufeiras. Os elevados custos destes empreendimentos e, como ficou demonstrado na secção introdutória, os prejuízos materiais e humanos que adviríam da sua eventual ruptura, conduzem à necessidade de ter em conta a elaboração de estudos, tanto quanto possível aprofundados, dos acidentes naturais e respectivos efeitos que possam pôr em causa a sua segurança.

Apresentam-se em seguida os principais aspectos relativos ao cálculo das solicitações hidrodinâmicas resultantes daquelas ocorrências, bem como a análise da ruptura de uma barragem e propagação da onda de cheia resultante.

3.1. Solicitações hidrodinâmicas devidas à actuação de movimentos oscilatórios do tipo sísmico

O comportamento dinâmico de uma barragem é fortemente influenciado pela interacção massa de água-barragem e pela reflexão/amortecimento das ondas de pressão hidrodinâmica na barragem, margens e fundo da albufeira. Trata-se, por conseguinte, de obter por um processo analítico ou numérico, as solicitações hidrodinâmicas sobre a barragem devidas à actuação de um movimento do tipo oscilatório nas fronteiras (sismo, neste caso), tendo em consideração as características (geometria, material constituinte, etc.) do fundo da albufeira e da barragem.

Assim, seja uma estrutura em contacto com uma grande massa de água: uma barragem e respectiva albufeira. Ao ocorrer um sismo, as fronteiras da albufeira (paredes da barragem, fundo e margens da albufeira) vão ser sede de um movimento do tipo oscilatório, o qual irá excitar um escoamento e provocar forças hidrodinâmicas.

Partindo das equações gerais de continuidade e de conservação da quantidade de movimento, sem efeito do peso, e atendendo a que a generalidade das albufeiras se prolonga, segundo a normal à parede da barragem, numa extensão muito maior que a altura desta, pode demonstrar-se (problema de Rayleigh) que o efeito da viscosidade é praticamente insignificante (a constante de tempo do efeito de viscosidade é muito maior que a constante de tempo do movimento sísmico).

Antes da ocorrência de qualquer movimento oscilatório, o campo de velocidades é praticamente nulo (u = 0 e

rot u = 0), sendo o estado de repouso do fluido definido por valores da pressão, p_0 , e da massa volúmica, p_0 , constantes; verificando-se qualquer perturbação, pode representar-se o estado do fluido em qualquer ponto (x, y, z, t) pelas médias de $p = p_0 + p'$, $p = p_0 + p'$ e u e considerar que os produtos das quantidades p', p' e u pelas suas derivadas parciais são pequenos relativamente aos produtos destas por p_0 e p_0 .

Nesta conformidade, supondo um movimento oscilatório de frequência w e considerando várias hipóteses simplificativas, nomeadamente: i) o movimento do fluido é irrotacional; ii) o fluido é homogéneo, não viscoso e linearmente compressível; iii) os deslocamentos são pequenos quando comparados com as dimensões da barragem; e, iv) os efeitos das ondas de superfície do tipo gravítico são desprezados, demonstra-se que a pressão hidrodinâmica resultante, p, pode ser expressa por:

$$\nabla^2 \, \overline{p} + \left(\frac{w}{c}\right)^2 \, \overline{p} = 0 \tag{3}$$

Considerando novas simplificações no que respeita às dimensões e geometria da albufeira (albufeira infinita e fundo horizontal), é possível obter uma solução analítica para a equação (3) (AVILÉS e SÁNCHEZ-SESMA, 1986). Porém, na realidade, estas simplificações nem sempre são aceitáveis e conduzem, em geral, a valores da pressão hidrodinâmica por excesso. Uma via alternativa consiste no uso de um método numérico adequado.

Resumem-se em seguida as hipóteses consideradas e os principais desenvolvimentos para obter a solução da equação (3) pelo *método dos elementos de fronteira*.

Seja o sistema de coordenadas (x, z) representado na Fig. 1.

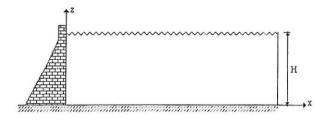


Fig. 1 - Sistema de coordenadas.

Considerando o movimento do sistema barragem--albufeira bidimensioal (no plano vertical), a equação (3) escreve-se (equação de Helmholtz para a variável pressão):

$$\frac{\partial^2 \overline{p}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \overline{p}}{\partial z^2} + \left(\frac{w}{c}\right)^2 \overline{p} = 0 \tag{4}$$

Multiplicando a equação (4) por uma função arbitrária $\overline{\phi}(x,z)$ e integrando-a sobre todo o domínio em consideração (albufeira), obtém-se a seguinte equação integral:

$$\iint_{\Omega} \left[\frac{\partial^2 \overline{p}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \overline{p}}{\partial z^2} + \left(\frac{w}{c} \right)^2 \overline{p} \right] \overline{\phi} \, dx dz = 0$$
 (5)

em que Ω representa o domínio. Por aplicação do teorema de Green, a equação (5) reduz-se à forma:

$$\iint_{\Omega} \left[\frac{\partial^2 \overline{\phi}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \overline{\phi}}{\partial z^2} + \left(\frac{w}{c} \right)^2 \overline{\phi} \right] \overline{p} \, dx dz = \int_{s} \overline{p} \, \frac{\partial \overline{\phi}}{\partial n} \, ds - \int_{s} \overline{\phi} \, \frac{\partial \overline{p}}{\partial n} \, ds$$
(6)

em que S é a fronteira da albufeira e n representa o vector normal à fronteira. Se a função $\overline{\phi}$ for escolhida de modo a satisfazer a equação:

$$\frac{\partial^2 \overline{\phi}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \overline{\phi}}{\partial z^2} + \left(\frac{w}{c}\right)^2 \overline{\phi} = \Delta^i \tag{7}$$

na qual Δ^{i} é a função Delta de Dirac centrada no ponto i, tendo por coordenadas (x_{i}, z_{i}) , da equação (6) resulta:

$$\iint_{\Omega} \Delta^{i} \, \overline{p} \, dx dz = \int_{s} \, \overline{p} \, \frac{\partial \overline{\phi}}{\partial n} \, ds - \int_{s} \, \overline{\phi} \, \frac{\partial \overline{p}}{\partial n} \, ds$$
 (8)

Usando as propriedades da função Δ^i (apenas diferente de zero em x=0 e com $\int_{-\infty}^{\infty} \Delta(x) dx = 1$) e fazendo $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{\partial \overline{\phi}}{\partial n} = \overline{\psi} e \frac{\partial \overline{p}}{\partial n} = \overline{q}$, demonstra-se que a equação (8) se reduz a:

$$C_i(\overline{p})_i = \int_{\overline{p}} \overline{\psi} ds - \int_{\overline{q}} \overline{q} ds$$
 (9)

com $C_i = 1$, $C_i = 0.5$ ou $C_i = 0$, consoante o ponto de coordenadas (x_i, z_i) pertence ao domínio (interior da albufeira), é um ponto de fronteira, ou se situa no exterior da albufeira.

Para calcular os integrais da equação (9) divide-se a fronteira da albufeira em N elementos rectos e considera-se que os valores de \overline{p} e \overline{q} são constantes sobre cada elemento e iguais aos seus valores a meio do elemento. Nesta confrmidade, aquela equação toma a seguinte forma discretizada, para qualquer ponto i situado na fronteira:

$$-\frac{1}{2}(\overline{p})_{i} + \sum_{i=1}^{N} (\overline{p})_{j} \int_{s_{j}} \overline{\psi} ds = \sum_{i=1}^{N} (\overline{q})_{i} \int_{s_{j}} \overline{\phi} ds \qquad (10)$$

em que $(\overline{p})_i$ e $(\overline{q})_i$ são os valores destas variáveis sobre o elemento j, e s; é o comprimento do elemento. Fazendo $\int_{s_i} \overline{\psi} \, ds = h_{ij} \, e \int_{s_i} \overline{\phi} \, ds = G_{ij}, \text{ com } H_{ij} = h_{ij} \text{ se } i \neq j, \text{ e}$ $H_{ij} = h_{ij} - \frac{1}{2}$ se i = j, da equação (8) resulta, na forma matricial:

$$[H]\{\overline{p}\} = [G]\{\overline{q}\} \tag{11}$$

representando $\{\overline{p}\}\ e \{\overline{q}\}\ vectores que contêm os elemen$ tos de \overline{p} e de $\frac{\partial \overline{p}}{\partial n}$, respectivamente. Demonstra-se que os elementos Hij e Gij das matrizes [H] e [G] são dados por (HANNA e HUMAR, 1982):

$$H_{ij} = \int_{s_j} \overline{\psi} ds = \frac{1}{4} \int_{s_j} k Y'_0 (kr) \cos(\theta) ds ; para i \neq j$$
$$= -\frac{1}{2} ; para i = j$$

$$G_{ij} = \int_{s_j} \overline{\phi} \, ds = \frac{1}{4} \int_{s_j} Y_0 \, (kr) \, ds \qquad ; \text{ para } i \neq j$$

$$= \frac{s_j}{2\pi} \left[\log_c \left(\frac{ks_j}{2} \right) - 1 \right] \qquad ; \text{ para } i = j$$

representando s_i o comprimento do elemento j, θ o ângulo entre a normal ao elemento j e o raio vector r, Y₀(kr) a função de Bessel de segunda espécie e ordem zero e Y'₀(kr) a derivada de Y₀(kr), com

$$k = \frac{w}{c} e r = \sqrt{(x_i - x_j)^2 + (z_i - z_j)^2}; i, j = 1,..., N$$

Na equação (11) assumem-se conhecidos n, valores \overline{p} e n_2 valores \overline{q} , com $n_1 + n_2 = N$; por conseguinte, restam-nos N incógnitas. Reordenando as equações de modo a passar todos os valores desconhecidos para o 1º membro podemos escrever:

$$[A] \{x\} = \{b\}$$
 (12)

sendo $\{x\}$ o vector dos valores de \overline{p} e de $\frac{\partial \overline{p}}{\partial n}$ desconhecidos na fronteira.

Condições de fronteira

O método numérico apresentado permite avaliar as amplitudes das pressões hidrodinâmicas geradas em albufeiras finitas sobre as barragens, não havendo quaisquer restrições a impor quanto à forma do paramento de montante da barragem ou quanto à geometria do fundo da

São admitidas as hipóteses simplificativas oportunamente mencionadas e as condições de fronteira para movimentos longitudinais definidas a partir da condição:

$$\left. \frac{\partial \overline{p}}{\partial n} \right|_{s} = -\rho \ \ddot{a}_{g} \ (t) \cos (\theta) \tag{13}$$

representando θ o ângulo entre a normal à face da barragem e a direcção longitudinal x, como indicado na Fig. 2.

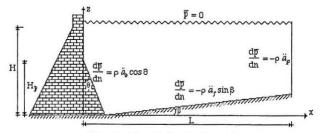


Fig. 2 - Condições de fronteira.

Na Fig. 2, $\rho = 1000 \text{ kgf m}^{-3}$ representa a massa volúmica do fluido e \ddot{a}_b , \ddot{a}_f e \ddot{a}_p as amplitudes das acelerações harmónicas da barragem, do fundo e da fronteira de montante da albufeira, respectivamente. As condições de fronteira apresentadas naquela figura correspondem a acelerações horizontais do fundo e das partículas líquidas.

Aplicações

Seja um sistema com as características e condições de fronteira apresentadas na Fig. 2, considerando os seguintes parâmetros:

- -L = 300 m;
- $-H = H_n = 60 \text{ m}$;
- $-0 \le \theta \le 31^{\circ} \ e \ 0 \le \beta \le 10^{\circ}$;
- $\ddot{a}_b = \ddot{a}_f = 0.5 \text{ g} = 4.90 \text{ ms}^{-2} \text{ e}$ $\ddot{a}_b = \ddot{a}_f = 0.7 \text{ g} = 6.86 \text{ ms}^{-2}, \text{ com } \ddot{a}_p = 0$
- Frequência de excitação, w = 18.85 rad s⁻¹.

Nestas condições, a frequência fundamental da albufeira é $w_f = \frac{\pi c}{2 \text{ LI}} \approx 37.7 \text{ rad s}^{-1}$; por conseguinte, para a frequência normalizada resulta $w_n = \frac{w}{w_f} \approx 0.5$ e o número de onda vale $k = \frac{w}{c} \approx 0.0131$.

Comparações de diagramas da pressão hidrodinâmica, \overline{p} , e de coeficientes da pressão hidrodinâmica, C_p

(relações entre valores da pressão hidrodinâmica e da pressão hidrostática), considerando diferentes declives do fundo da albufeira ($0 \le \beta \le 10^{\circ}$) e diferentes inclinações do paramento de montante da barragem ($0 \le \theta \le 31^{\circ}$), para diferentes acelerações horizontais do movimento (0.5 g e 0.7 g), são apresentadas nas figuras seguintes (Fig. 3 e Fig. 4).

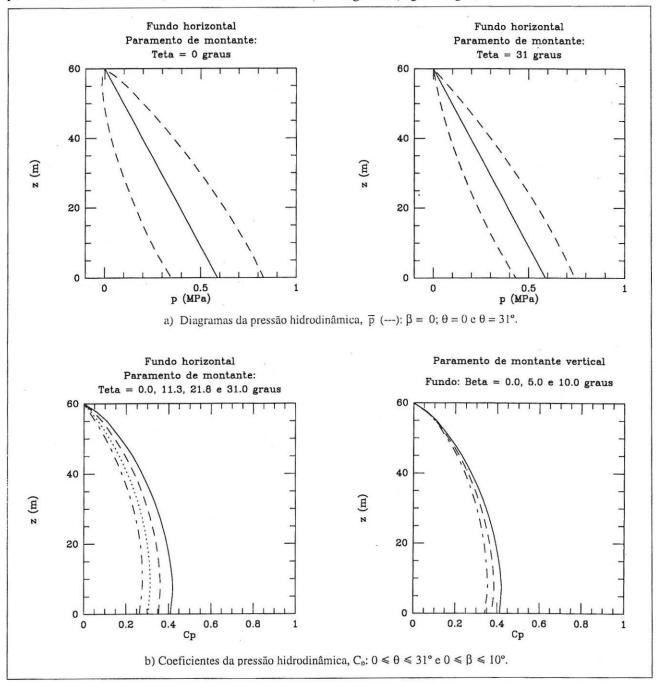


Fig. 3 - Efeitos hidrodinâmicos sobre uma barragem com $H = H_p = 60$ m, resultantes da actuação de um sismo com: $w = 18.85 \text{ rad s}^{-1}$, $\ddot{a}_b = \ddot{a}_f = 0.5 \text{ g} = 4.90 \text{ ms}^{-2}$ e $\ddot{a}_p = 0$.

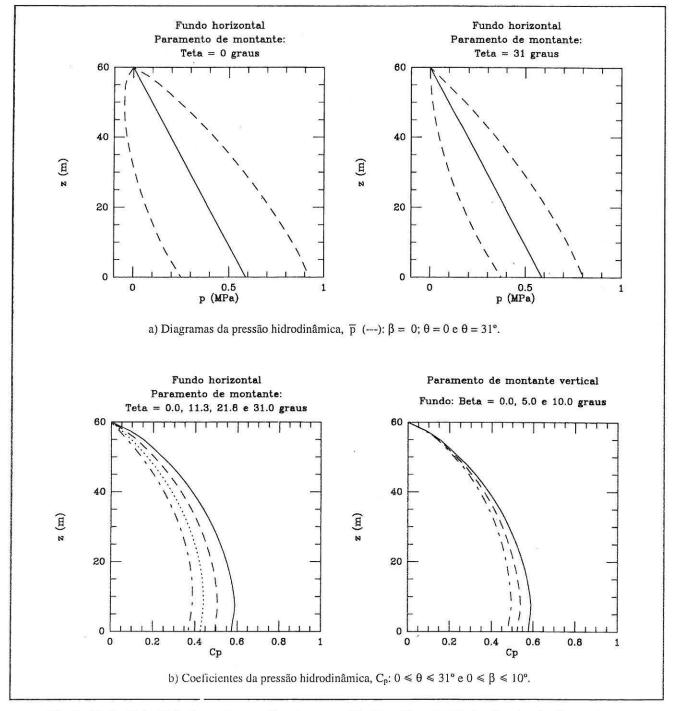


Fig. 4 - Efeitos hidrodinâmicos sobre uma barragem com $H=H_p=60$ m, resultantes da actuação de um sismo com: $w=18.85 \text{ rad s}^{-1}, \ddot{a}_b=\ddot{a}_f=0.7 \text{ g}=6.86 \text{ ms}^{-2} \text{ e } \ddot{a}_p=0.$

Aquelas figuras permitem extrair, entre outras, as seguintes conclusões:

- O aumento da inclinação do paramento de montante da barragem conduz a uma significativa redução dos valores da pressão hidrodinâmica.
- Comparativamente com um fundo horizontal, a inclinação do fundo da albufeira conduz a uma redução dos valores da pressão hidrodinâmica sobre a barragem; em condições realistas, porém, esta redução não pode considerar-se muito significativa.

3.2. Efeitos hidrodinâmicos resultantes de escorregamentos de taludes em encostas submersas ou marginais

Muitas das nossas albufeiras estão confinadas em vales encaixados de encostas íngremes, em formações geológicas algumas vezes instáveis. O risco é portanto real e os possíveis efeitos catastróficos das ondas provocadas pelo desmoronamento ou escorregamento de uma encosta, nas margens e barragem da correspondente albufeira, com os consequentes prejuízos em perdas de vidas, danos materiais e danos indirectos resultantes da interrupção de actividades e do funcionamento de empreendimentos, devem ser avaliados.

Os deslizamentos de encostas podem também provocar a criação de barragens em leitos de rios as quais irão originar albufeiras. O colapso destas barragens naturais pode ter consequências desastrosas.

Atendendo aos múltiplos objectivos que justificam a construção de uma barragem e aos avultados montantes normalmente envolvidos, tratamos aqui com especial ênfase os aspectos relativos ao escorregamento de um talude na encosta marginal de uma albufeira.

Para avaliação dos potenciais riscos inerentes a um acidente deste tipo deverá ser feita uma análise dos respectivos efeitos hidrodinâmicos. Trata-se, basicamente, de obter as características das ondas geradas pela entrada de grandes massas de solo ou de rocha na albufeira e de analisar a respectiva propagação e acção sobre as margens e a barragem.

Nos estudos a desenvolver na fase de projecto de um aproveitamento hidráulico que compreenda a criação de uma albufeira, a consideração deste tipo de acidente torna-se assim recomendável, em particular no caso do levantamento geológico das margens apontar para a existência de zonas com potencial risco de escorregamento para as condições futuras após a entrada em exploração da albufeira. Especial cuidado devem merecer as zonas de elevada sismicidade.

Detectadas as zonas de potencial instabilidade, há que analisar os respectivos efeitos hidrodinâmicos:

- nas margens da albufeira, por forma a definir zonas de segurança susceptíveis de serem atingidas pelas ondas geradas na albufeira;
- na barragem, por forma a avaliar a acção das ondas geradas tendo em vista o risco de galgamento e/ou de destruição da estrutura.

Formulação

Pode demonstrar-se que um modelo matemático adequado para obter as características da onda resultante do deslizamento de um talude numa encosta e a sua propagação no interior da albufeira é constituído por equações dos tipos Boussinesq ou Serre (ANTUNES DO CARMO, 1990). Estas equações podem obter-se por integração segundo a vertical das equações fundamentais da Mecâ-

nica dos Fluidos relativas ao escoamento tridimensional de um fluido viscoso e incompressível submetido à acção da gravidade, considerando as variáveis devidamente adimensionalizadas, com condições de fronteira apropriadas e tendo presente a hipótese fundamental da água pouco profunda (ANTUNES DO CARMO *et al.*, 1993; ANTUNES DO CARMO, 1995). Assumindo as mesmas hipóteses, deduz-se a seguinte equação para o cálculo do campo de pressões resultante sobre o paramento de montante da barragem:

$$\frac{1}{\rho}p(z) = g(\eta - z) + (\eta - z) \left(\frac{\partial \xi}{\partial x} \frac{\partial u}{\partial t} + \frac{\partial \xi}{\partial y} \frac{\partial v}{\partial t} \right) \\
+ (\eta - z) \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x \partial t} + \frac{\partial^2 v}{\partial y \partial t} \right) \left(\frac{\eta - z}{2} + H - \xi \right) \tag{14}$$

 $com \eta = h - H + \xi$. Em conformidade com as notações apresentadas na Fig. 5, h é a altura total do escoamento, H é a cota da superfície livre em repouso, (u, v) representa o campo de velocidades médias do escoamento e ξ representa as cotas do fundo.

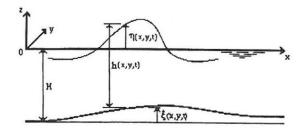


Fig. 5 - Notações.

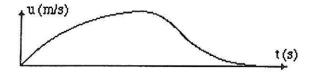
Condições na fronteira perturbada (deslizamento de um talude numa encosta da albufeira)

Para o cálculo da velocidade máxima de deslizamento do talude, U_{max}, que se supõe ser atingida quando o centro de gravidade do volume sólido deslocado atinge a superfície livre da água, é utilizada uma aproximação obtida a partir de considerações energéticas globais. Com efeito, durante o escorregamento, a perda de energia potencial inicial da massa sólida é equilibrada por um ganho em energia cinética daquela massa e pelo trabalho realizado para vencer a resistência ao corte e ao atrito, obtendo-se, após algumas simplificações, a seguinte equação:

$$U_{\text{max}} = \sqrt{2 \text{ g S} \sin(\alpha - \phi)}$$
 (15)

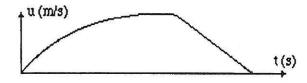
em que: S representa a distância entre os centros de gravidade das massas sólidas nas posições inicial e final, após imobilização destas no interior da massa líquida, α é o ângulo da superfície de deslizamento com a horizontal e ϕ é o ângulo de atrito médio ao longo da superfície de ruptura.

Entretanto, para ser atingida a velocidade máxima dada por (15), a partir do instante em que se inicia o movimento das massas de solo ou rocha até ao momento em que o volume deslocado se imobiliza no fundo da albufeira, durante um intervalo de tempo t_d, são admitidas *leis de velocidades* dos tipos das apresentadas na Fig. 6, as quais são usualmente sugeridas na bibliografia da especialidade com base em relatos de ocorrências reais e observações em laboratório.



Parabólica + Sinusoidal, com:

$$\begin{split} &u(t,t_{d}) = 4 \; U_{max} \left(1 - \frac{t}{t_{d}} \right) \frac{t}{t_{d}} &; \quad 0 \le t \le \frac{t_{d}}{2} \\ &u(t,t_{d}) = 4 \; U_{max} \left[1 - \cos \left(\frac{2\pi t}{t_{d}} \right) \right]; \quad \frac{t_{d}}{2} < t \le t_{d} \end{split}$$



Parabólica + Linear, com:

$$u(t, t_d) = 8 U_{\text{max}} \left(1 - \frac{2t}{3t_d} \right) \frac{t}{3t_d} ; \quad 0 \le t \le \frac{3t_d}{4}$$

$$u(t, t_d) = 4 U_{\text{max}} \frac{t_d - t}{t_d} ; \quad \frac{3t_d}{4} < t \le t_d$$

Fig. 6 - Leis de velocidades

Aplicações

Apresenta-se na Fig. 7 o resultado da aplicação de um modelo numérico, baseado em equações do tipo Boussinesq modificadas, ao deslizamento da parte central da encosta de uma hipotética albufeira rectangular com as seguintes características:

- Albufeira com 915*200 m², tendo profundidades de 10 m numa extremidade (fronteira de montante) e de 50 m na extremidade oposta (barragem);
 - S = 40m; $\alpha = 30^{\circ}$; $\phi = 25^{\circ}$;
- Lei de velocidades: Parabólica + Sinusoidal, com $t_d = 10 \text{ s.}$

Importa sublinhar que, como se observa na Fig. 7 b), a onda atinge uma altura superior a 9 m, o que corres-

ponde, para a folga de 2.5 m considerada, a uma altura próxima dos 7 m acima do coroamento da barragem.

3.3. Rupturas: causas, mecanismos e consequências

As causas de rupturas de barragens podem ser enquadradas em: causas naturais e causas provocadas por acção humana.

Entre as causas naturais destacam-se, fundamentalmente: i) insuficiência de capacidade de vazão dos órgãos descarregadores face a uma afluência anormal, provocando o galgamento da barragem. Esta situação pode ocorrer em consequência do deslizamento de uma encosta da albufeira, por exemplo; ii) alteração desfavorável da estabilidade ou resistência do corpo da barragem, das fundações e encontros e/ou ainda das vertentes da albufeira; e, iii) actuação de um sismo intenso que possa dar origem a solicitações hidrodinâmicas excessivas e/ou provocar o escorregamento das vertentes da albufeira.

Entre as causas provocadas por acção humana, são bem conhecidos os actos de sabotagem praticados na IIª Guerra Mundial. Outros ainda podem ter lugar, tais como erros de projecto, construções e/ou acções incorrectas na exploração da albufeira.

No que respeita à caracterização geométrica e temporal da ruptura, esta depende fundamentalmente do tipo de barragem (materiais utilizados, características dos órgãos descarregadores, etc.) e das causas que provocam a ruptura. Com efeito, para a mesma barragem de terra a ruptura será completamente diferente se a causa for a existência de erosão interna ou o galgamento provocado por uma onda gerada na albufeira motivada, por exemplo, por um deslizamento de encosta. A ruptura por erosão interna (piping) provoca o aparecimento de uma brecha inicial localizada normalmente a cotas relativamente baixas e a formação de um ou mais canais internos.

À medida que um canal vai sendo erodido pelo escoamento a sua secção vai aumentando, bem como o caudal e o poder erosivo do escoamento. A evolução deste processo conduz normalmente ao colapso dos materiais envolventes, que numa primeira fase se vão mantendo por efeito de arco. Em geral, este processo é lento, podendo demorar várias horas. Pelo contrário, o galgamento do coroamento da barragem provoca o aparecimento de uma brecha sem carácter localizado que, em geral, evolui muito rapidamente.

A ruptura da barragem pode assim ser gradual ou "instantânea". Para rupturas praticamente instantâneas forma-se uma onda positiva de frente abrupta para jusante e uma onda negativa para montante. Para rupturas graduais a onda positiva que se propaga para jusante não apresenta uma frente abrupta mas sim gradual e a onda negativa para montante pode apresentar uma expressão insignificante ou mesmo não existir.

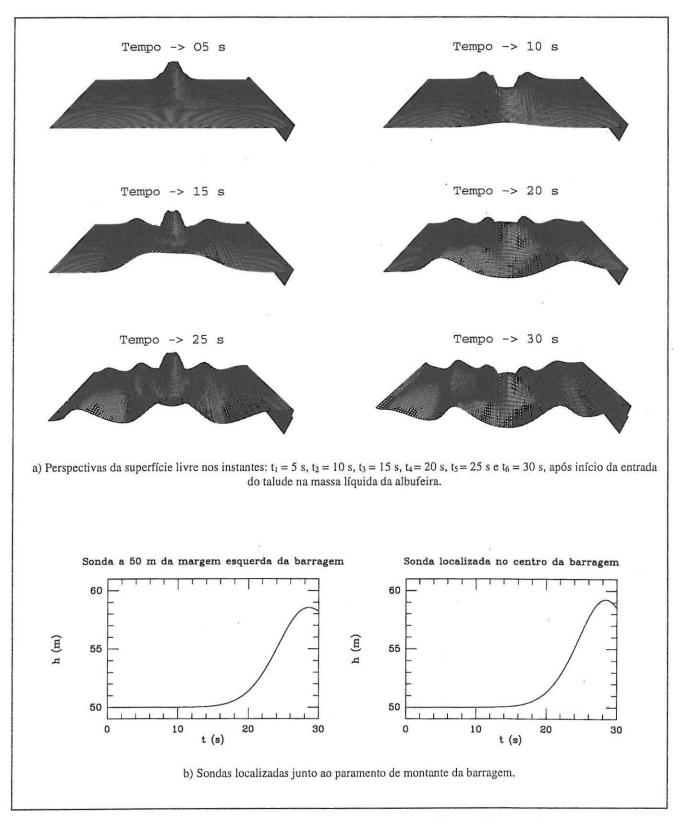


Fig 7 - Escorregamento de um talude na encosta de uma albufeira, com S=40 m, $\alpha=30^{\circ}$ e $\phi=25^{\circ}$, admitindo uma lei de velocidades parabólica + sinusoidal, com $t_d=10$ s.

A geometria da brecha criada pela ruptura pode apresentar aspectos bastante diversos, dependendo do tipo de barragem que rompe, podendo ou não ocupar a totalidade do vale. Tendo em consideração exemplos históricos de rupturas de barragens, estes parecem indicar a seguinte tendência: barragens de betão em arco - rupturas praticamente instantâneas; barragens de aterro e em betão de gravidade - rupturas graduais.

A ruptura de uma barragem pode ter diversas e graves consequências, entre as quais importa destacar: i) perdas de vidas humanas; ii) danos materiais na barragem e nas zonas atingidas pela onda de cheia (habitações, unidades industriais, vias de comunicação, propriedades agrícolas, etc.); iii) danos indirectos resultantes da interrupção das actividades produtivas nas zonas afectadas e do funcionamento da albufeira; e, iv) traumatismos psicológicos e danos físicos nos sobreviventes.

É óbvio que os danos provocados são proporcionais à velocidade de propagação da frente da onda, à sua altura, à duração da inundação e ao caudal sólido transportado, sendo estes os parâmetros que importa conhecer para o estabelecimento de medidas preventivas e/ou eventualmente correctivas tanto em fase de planeamento, projecto e construção como de manutenção (comportamento da barragem, previsão de cheias, tratamento da bacia, planeamento urbanístico, etc.).

3.3.1. Modelos expeditos de análise

Soluções clássicas deste poblema são ainda hoje importantes para análises expeditas e, sobretudo, para a calibração de modelos numéricos com base em equações que permitem hoje em dia modelar a ruptura de uma barragem em condições mais realistas.

Ritter propôs em 1892 uma solução analítica para o calculo da altura e da velocidade instantâneas do escoamento em cada secção, correspondente à ruptura global e instantânea de uma barragem inserida num canal de secção rectangular, fundo horizontal e seco a jusante da barragem (h_c = 0) e resistência nula; a solução apresentada escreve-se:

$$h = \frac{1}{9g} \left(2\sqrt{gh_a} - \frac{x}{t} \right)^2; \quad u = \frac{2}{3} \left(\sqrt{gh_a} + \frac{x}{t} \right)$$
 (16)

em que ha representa a profundidade em repouso na albufeira junto à barragem.

De acordo com este modelo, as frentes de montante e de jusante da onda movem-se com as velocidades $c = -\sqrt{gh_a}$ e $c = 2\sqrt{gh_a}$, respectivamente.

Considerando condições idênticas às do modelo de Ritter, mas com $h_c \neq 0$, Stoker obteve em 1957 uma solução baseada na decomposição do domínio em 4 regiões cujos limites são variáveis no tempo (Fig. 8).

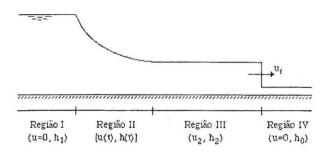


Fig. 8 - Modelo de Stoker.

De acordo com o modelo de Stoker, aquelas quatro regiões são assim identificadas:

- Região I zona não perturbada, com velocidade nula e profundidade h = ha;
- Região II é válida a solução de Ritter;
- Região III velocidade e profundidade dadas por u₂ e h₂:
- Região IV zona não perturbada, com velocidade nula e profundidade h = h₀.

Para o cálculo da velocidade u₂ e da profundidade h₂, Stoker propõe as seguintes relações dependentes da velocidade da frente da onda que evolui para jusante, *u_f*:

$$u_{2} = u_{f} - \frac{gh_{0}}{4u_{f}} \left[1 + \sqrt{1 + 8\frac{u_{f}^{2}}{gh_{0}}} \right]$$

$$h_{2} = \frac{h_{0}}{2} \left[\sqrt{1 + 8\frac{u_{f}^{2}}{gh_{0}}} - 1 \right]$$

$$2\sqrt{\frac{h_{1}}{h_{0}}} = 2\sqrt{\frac{h_{2}}{h_{0}}} + \frac{u_{2}}{\sqrt{gh_{0}}}$$
(17)

O conjunto de três equações (17) permite assim calcular as três incógnitas u₂, h₂ e u₁.

3.3.2. Modelo numérico baseado em equações diferenciais do tipo Saint-Venant

Considerando a existência de zonas de armazenamento com secções transversais A₀ (áreas não activas - albufeiras), as quais são simplesmemte adicionadas às áreas activas A do escoamento, e a ocorrência de escoamentos laterais contínuos (afluentes) por unidade de comprimento, q, com velocidades u_t na direcção do escoamento principal, podemos escrever, admitindo a aproxi-

mação de Manning $(J = \frac{n^2 |Q| Q}{A^2 R^{4/3}} \text{ com } R = \frac{A}{P})$ para o cálculo das tensões de atrito:

$$\frac{\partial (A + A_0)}{\partial t} + \frac{\partial Q}{\partial x} = q \tag{18}$$

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{Q^2}{A} \right) + gA \frac{\partial (h + \xi)}{\partial x} + \frac{n^2 g |Q| Q}{A R^{4/3}} + q \left(\frac{Q}{A} - u_1 \right) = 0$$
(19)

Prova-se que as equações (18) e (19) constituem um modelo adequado para a reprodução dos efeitos médios da propagação da onda de cheia resultante da ruptura de uma barragem, considerando secções rectangulares equivalentes às secções reais e relações entre as alturas de água a jusante da barragem e a montante desta (albufeira) inferiores a 0.50 (ANTUNES DO CARMO, 1990).

Simulação da ruptura de uma barragem e propagação da onda de cheia resultante

Exemplifica-se em seguida a utilização das equações de Saint-Venant [equações (18) e (19)] para reproduzir as condições do escoamento resultante da ruptura de uma barragem [formação e propagação da onda positiva

(onda de cheia) e negativa]. Como condição inicial na secção da barragem (perturbação) são considerados os valores da profundidade, h_b, e da velocidade, u_b, dados

por:
$$h_b = h_c + \frac{4}{9} (h_a - h_c) e u_b = \frac{2}{3} \sqrt{g(h_a - h_c)}$$
.

Seja uma barragem localizada a 3000 m da origem de um curso de água de secção rectangular, com 7500 m de comprimento. A albufeira tem uma profundidade h_a = 60 m e o leito do curso de água a jusante da barragem é horizontal, com 30 m de largura e uma profundidade inicial h_0 = 3 m. Seja uma rugosidade nula (n = 0) e a simulação de duas situações correspondentes a diferentes larguras da albufeira (B_1 = 30 m e B_2 = 100 m).

Considerando uma ruptura total e praticamente instantânea, apresentam-se nas figuras seguintes (Fig. 9 e Fig. 10) configurações da superfície livre aos 1, 2 e 3 minutos após o início da ruptura.

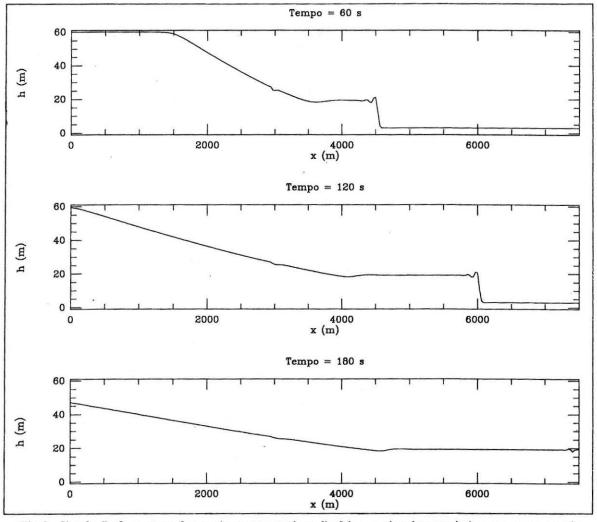


Fig. 9 - Simulação da ruptura de uma barragem tendo a albufeira e o rio a jusante da barragem uma secção rectangular constante com uma largura de 30 m.

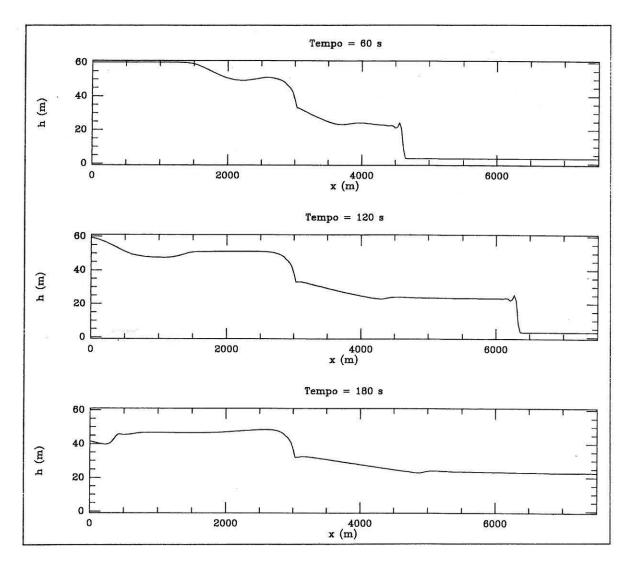


Fig. 10 - Simulação da ruptura de uma barragem tendo a albufeira uma largura média de 100 m e o rio a jusante da barragem uma secção rectangular com 30 m de largura.

Apesar de várias simplificações introduzidas na simulação efectuada, os resultados obtidos constituem aproximações suficientemente boas para avaliar a importância deste fenómeno e a necessidade de implementar medidas de carácter fundamentalmente preventivo, em face das elevadas amplitude e velocidade da onda de cheia resultante.

No exemplo apresentado, cuja simulação foi efectuada com base no modelo de Saint-Venant, embora com resultados semelhantes aos do modelo analítico de Stoker nas condições e com as hipóteses simplificativas consideradas, a onda de cheia resultante da ruptura da barragem propaga-se com uma velocidade na ordem dos 16 m/s e uma altura superior a 19 m; isto significa, por exemplo,

que a onda de cheia resultante de uma hipotética ruptura da barragem da Aguieira (com $h_0 \approx 3$ m e $h_1 \approx 70$ m) chegaria a Coimbra (a uma distância de 40 km) cerca de 50 minutos após a ruptura, com uma altura na ordem dos 18 a 20 m.

4. CONCLUSÕES

São analisados neste artigo cenários correntes de cheias resultantes de condições hidrológicas e tratados com especial ênfase cenários de ruptura, ou seja, ocorrências excepcionais, tais como: i) a actuação de um

sismo; ii) o deslizamento de um talude na encosta de uma albufeira; e, iii) a ruptura de uma barragem.

Os exemplos apresentados mostram que os valores máximos da pressão hidrodinâmica sobre a barragem devidos a movimentos vibratórios do solo (fundo da albufeira) e da barragem, podem atingir mais de 50 % dos correspondentes valores da pressão hidrostática.

A análise dos efeitos hidrodinâmicos resultantes do escorregamento de um talude na encosta de uma albufeira é claramente reveladora da importância deste fenómeno. No exemplo apresentado, a onda atinge a barragem situada a 450 m do local de geração em menos de 25 s; por conseguinte, a onda propaga-se com uma velocidade superior a 60 km/h e uma amplitude na ordem dos 9 m. A combinação de dois efeitos: o galgamento da barragem, que independentemente de outras consequências produzirá, em geral, uma cheia a jusante da barragem superior à cheia natural resultante de condições hidrológicas, e as sobrepressões resultantes do impacto, poderão ser suficientes para provocar a ruptura da barragem.

Por último, assinale-se o poder devastador da onda de cheia resultante da ruptura de uma barragem; no exemplo simulado, a onda de cheia propaga-se com uma velocidade próxima dos 60 km/h e uma altura na ordem dos 20 m.

BIBLIOGRAFIA

- ANTUNES DO CARMO, J. S. (1990) Efeitos Hidrodinâmicos Resultantes de Deslizamentos de Encostas em Albufeiras -Modelação a Duas Dimensões Horizontais. Dissertação de Mestrado em Hidráulica e Recursos Hídricos, Instituto Superior Técnico, Lisboa.
- ANTUNES DO CARMO, J. S. (1995) Contribuição para o Estudo dos Processos Morfodinâmicos em Regiões Costeiras e Estuarinas. Tese de doutoramento em Ciêncas da Engenharia, área de Engenharia Civil, especialidade de Hidráulica. Universidade de Coimbra.
- ANTUNES DO CARMO, J. S., SEABRA SANTOS, F. J. and BARTHÊLÊMY, E. (1993) "Surface Waves Propagation in Shallow Water: A Finite Element Model", *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, Vol. 16, N.º 6, 447-459.
- AVILÉS, J. and SÁNCHEZ-SESMA, F. J. (1986) "Hydrodynamic Pressures on Dams with Nonvertical Upstream Face", Journal of Engineering Mechanics, Vol. 112, N.º 10, 1054--1061.
- HANNA, Y. G. and HUMAR, J. L. (1982) "Boundary Element Analysis of Fluid Domam", Journal of the Engineering Mechanics, Vol. 108, N.º EM2, 436-449.