

INVESTIGAÇÃO OPERACIONAL EM AÇÃO

CASOS DE APLICAÇÃO

RUI CARVALHO OLIVEIRA
JOSÉ SOEIRO FERREIRA
(EDITORES)

IMPRESA DA UNIVERSIDADE DE COIMBRA
COIMBRA UNIVERSITY PRESS

CASO 8

OTIMIZAÇÃO DA SEQUÊNCIA DE VEÍCULOS NA MONTAGEM FINAL DE UMA EMPRESA DA INDÚSTRIA AUTOMÓVEL: ESTUDO DE UM CASO

Cláudia Sofia Rodrigues Duarte

MIT Portugal, EDAM area, Departamento de Produção e Sistemas
Escola de Engenharia, Universidade do Minho
claudia.s.r.duarte@gmail.com

José Valério de Carvalho

Departamento de Produção e Sistemas, Escola de Engenharia
Universidade do Minho
vc@dps.uminho.pt

Ana Paula Barbosa Póvoa

Centro de Estudos de Gestão do IST, Instituto Superior Técnico
Universidade de Lisboa
apovoa@tecnico.ulisboa.pt

RESUMO

Atualmente, o aumento da concorrência nos mercados faz com que o ciclo de vida dos produtos diminua e a variedade dos produtos aumente para satisfazer as necessidades dos clientes. Por estas razões, as empresas foram obrigadas a introduzir flexibilidade nos sistemas produtivos a fim de conseguirem satisfazer a procura. Esta flexibilidade trouxe desafios nomeadamente na configuração dos layouts e no planeamento da produção.

Neste contexto surge o presente trabalho que se propõe desenvolver um modelo que ajude a responder aos desafios que surgem na indústria automóvel, em que, para lidar com as flutuações da procura ao longo do ano usando eficazmente a capacidade disponível, se adotou a estratégia de montar veículos diferentes na mesma linha de produção. Esta estratégia dá origem a problemas novos que é necessário abordar.

Para o efeito, desenvolvemos um modelo de programação inteira para decidir a sequenciação de veículos na linha de produção que considera a capacidade de produção limitada, que os carros para mercados especiais devem ser produzidos no início do turno, e que os carros da mesma cor devem ser agrupados.

Este trabalho foi desenvolvido no âmbito de um projeto de investigação do Programa MIT-Portugal, e teve como referência a linha de montagem de um parceiro industrial deste projeto, cuja identidade está protegida por um acordo de confidencialidade. Os resultados da investigação indicam que é possível desenvolver uma ferramenta de apoio à decisão que permite fazer o planeamento diário da sequenciação, obtendo um melhor planeamento de trabalhadores extra quando as restrições de capacidade não podem ser cumpridas, para além de permitir uma melhor sincronização entre a pintura e a montagem final e de apoiar uma melhor logística com os fornecedores de peças pintadas.

PALAVRAS-CHAVE

Sequenciação de veículos, Planeamento da Produção, Otimização, Programação Inteira, Heurísticas

Introdução

Recentemente o nosso parceiro industrial implementou o conceito de linha única permitindo a produção de três modelos (A, B e C) em simultâneo, numa única linha de montagem final. O planeamento da produção e mais concretamente a sequenciação destes três modelos na linha única revela-se de extrema importância para evitar paragens de linha ou subaproveitamentos da linha de produção. Neste sentido, o principal objetivo deste projeto é o desenvolvimento de um modelo matemático e computacional que permita determinar a sequência dos carros na montagem final, em cada turno.

Na literatura, existem algumas propostas como as de Drexl and Kimms (2001), Prandstetter and Raidl (2008) e Fliedner and Boysen (2008) que utilizam abordagens exatas baseadas em modelos matemáticos de programação inteira, para problemas semelhantes. O problema é NP-difícil (Kis 2004), e Estellon, Gardi e Nouioua (2008) observaram que este tipo de abordagens atinge o seu limite quando se consideramos aproximadamente cem veículos com poucas opções. Assim, de forma a conseguir obter soluções aceitáveis para o problema, na literatura aparecem várias heurísticas e meta-heurísticas como forma de resolução do problema (Christine Solnon, Cung, Nguyen, & Artigues, 2008). Exemplos destas heurísticas e meta-heurísticas são Ant Colony Optimization, Algoritmos Progressivos e Algoritmos de Pesquisa Local (Gottlieb, Puchta, & Solnon, 2003), (Ribeiro, Aloise, Noronha, Rocha, & Urrutia, 2008), (C Solnon, 2008) Algoritmos Genéticos (Warwick & Tsang, 1995), Simulated Annealing e Tabu Search (Cordeau, Laporte, & Pasin, 2008), (Reis, 2007). O software de programação matemática tem melhorado nos últimos anos. Em experiências computacionais preliminares, observámos que é possível resolver problemas com uma dúzia de opções e cerca de 300 carros em tempos relativamente curtos. Por isso, decidiu-se dar mais um passo, e explorar o conceito de procurar sequências de montagem em que os carros da mesma cor estivessem agrupados.

O conceito de agrupar cores é diferente da tradicional minimização do número de mudanças de cor na sequência de montagem, apresentado, por exemplo, em Prandstetter e Raidl (2008), que considera o número de vezes em que dois carros consecutivos na sequência de montagem são de cores

diferentes. Minimizar o número de mudanças de cor não conduz necessariamente a que os carros da mesma cor apareçam agrupados na sequência. Neste artigo, defendemos que a implementação deste conceito pode melhorar o desempenho do sistema.

Na próxima secção apresentamos o sistema de produção genérico do nosso parceiro industrial, de forma a enquadrar o problema. Na secção 4 descrevemos o problema enquanto na secção 4 apresentamos o modelo desenvolvido utilizando o IBM ILOG 12.2. Os testes que verificaram a robustez da nossa abordagem são apresentados na secção 5. Na secção 6 apresentamos as conclusões finais do trabalho. Importa referir que devido a razões de confidencialidade os valores reais foram alterados, no entanto, o caso de estudo em análise descreve a tendência observada na realidade da produção em análise.

Sistema de Produção

O Sistema de Produção em estudo engloba três áreas principais: carroçarias, pintura e montagem final (Figura 1)



Figura 1: Principais áreas produtivas numa empresa de montagem final de veículos.

Na área das carroçarias a estrutura do carro é montada através de processos de soldagem que unem peças de metal estampadas e prensadas. Nesta área, os tempos de setup das prensas são elevados e a melhor sequência é a que minimiza os tempos de setup.

Na área da pintura, a estrutura do carro é tratada, preparada e pintada. Um objetivo importante nesta área é minimizar a quantidade de solvente utilizado para limpar os bicos das pistolas de pintura. Estes bicos têm de ser limpos quando a cor é alterada ou por razões de manutenção e de qualidade. Por estes motivos, é definido um número máximo de carros com a mesma cor que podem ser pintados seguidos, sem recorrer à limpeza dos bicos. Este uso de

solventes para limpar os bicos também representa um tempo de setup que deve ser minimizado, para além do custo associado que interessa minimizar.

Na área da montagem final, os componentes mecânicos, elétricos e outros são adicionados ao carro. Alguns destes componentes podem exigir operações com maior duração que o tempo de ciclo (tempo disponível para montagem em cada estação de trabalho). Os carros que necessitam destes componentes devem estar afastados entre si na sequência para nivelar a carga de trabalho nas estações em causa. O objetivo é garantir o balanceamento da carga de trabalho e o fornecimento de componentes para minimizar o tempo necessário para construir a sequência na montagem final.

Como 70% do valor do carro é adicionado na montagem final, os problemas de sequenciação focam-se em encontrar uma boa sequência para a montagem final, utilizando restrições de capacidade que asseguram o balanceamento da carga de trabalho e o fornecimento de componentes (Gravel, Gagné, & Price, 2005). Por este motivo, na próxima secção, iremos detalhar as características da Montagem Final.

Características da Linha de Montagem Final

A Montagem Final é constituída por uma linha única composta por um grupo de estações de trabalho. Estas estações de trabalho estão ligadas por um sistema de transporte que assegura o movimento dos carros desde a primeira estação até à última. Em cada estação de trabalho, enquanto o carro se movimenta pela estação, são executadas diferentes operações que dependem do modelo do veículo. Estas estações têm um comprimento correspondente ao tempo de ciclo de produção. Quando as operações correspondentes ao modelo do veículo que está a atravessar a estação estiverem terminadas, o operador retorna ao início da estação ou para no início da estação, à espera do próximo carro. A representação gráfica das estações de trabalho encontra-se na Figura 2.



Figura 2: Representação da linha de produção e das estações de trabalho.

Na generalidade, quando, numa determinada estação de trabalho, existem operações para o modelo de carro com uma duração significativamente maior do que o tempo de ciclo, ou quando, por alguma razão os operadores não conseguem terminar as operações no tempo disponível, há duas estratégias possíveis para ultrapassar os atrasos, seguidas em diferentes contextos de produção. Nos Estados Unidos, os operadores não estão autorizados a passar as fronteiras das estações de trabalho, pelo que trabalhadores extra são necessários para terminar as operações. No Japão os operadores param a linha, para poderem terminar o trabalho. O nosso parceiro industrial pretende implementar a estratégia utilizada nos Estados Unidos, recorrendo a trabalhadores extra. No entanto, neste momento, quando há problemas de qualidade ou atrasos, a linha é parada para garantir a correção dos problemas.

Uma das questões mais relevantes para a definição de uma sequência de veículos de modelos distintos é o tempo de montagem de determinados modelos em estações de trabalho específicas. O tempo disponível em cada estação é constante, igual ao tempo de ciclo, e está relacionado com a velocidade do transportador. Se existe um modelo com um tempo de montagem ligeiramente superior ao tempo de ciclo, numa determinada estação, não é necessário proceder a uma paragem da linha, desde que o modelo seguinte compense este excesso de tempo, de modo a nivelar o tempo de operação em cada estação de trabalho. Se não houver esta compensação, é

necessário recorrer a trabalhadores extra ou então poderá haver uma paragem de linha.

Definição do Problema

O problema a tratar pode ser definido da seguinte forma:

- Dados os seguintes parâmetros:
 - Opções ($o \in O$)
 - Cores ($c \in C$)
 - Variantes ($v \in V$). Uma variante v pode ter várias opções o , mas apenas uma cor c .
 - A matriz 0-1 $\hat{O}=[o_{o,v}]$ representa as opções de cada variante. Se a variante v inclui a opção o , o valor de $o_{o,v}$ é 1; no caso contrário, o valor é 0.
 - A matriz 0-1 $\hat{C}=[c_{c,v}]$ representa a cor de cada variante. Se a variante v tem a cor c , o valor de $c_{c,v}$ é 1; no caso contrário, o valor é 0.
 - Cores dos carros especiais $dc \subseteq C$. As primeiras cores da matriz são as cores dos carros especiais dc .
 - Procura de cada variante (D_v)
 - Número de carros especiais dt ($dt = \sum_v D_v * c_{c,v}, \forall c \in dc$)
 - Posições na sequência ($t \in T$), de acordo com a capacidade máxima da linha, por turno.
 - Tempo extra necessário para a montagem da opção o (w_o) – foi considerado um valor igual para todos os casos, e igual a 1, na atual versão simplificada do modelo.
 - As restrições de capacidade ($H_o:N_o$) – que significa que, em qualquer parte da sequência com um comprimento de N_o veículos, apenas podem estar H_o veículos que requeiram excesso de tempo.
 - valor dos pesos e e α – o peso e é atribuído à parte da função objetivo que avalia as violações de restrições de capacidade. O peso α é atribuído à parte da função

objetivo que avalia se os carros especiais estão nas primeiras dt posições da sequência. A escolha destes pesos será discutida no final da secção 4.2.

- Pretende-se determinar a sequência de produção, de forma a minimizar o número de violações de restrições de capacidade, a produzir os carros especiais nas primeiras posições da sequência e a agrupar os carros por cor. Estes objetivos devem ser considerados pela ordem de importância com que foram mencionados.

Para resolver este problema e tendo em conta as características da linha de montagem, descritas na secção 2, houve um conjunto de hipóteses que tiveram de ser assumidas à partida:

- Não há stock entre as estações de trabalho;
- O problema é estático, ou seja, o mix dos modelos não pode ser alterado;
- Vários modelos são produzidos na linha da Montagem Final. Estes modelos têm diferentes componentes e requerem diferentes tarefas e diferentes tempos de processamento;
- Há regras para a sequenciação dos carros. Estas regras traduzem-se em restrições de capacidade ($H_o: N_o$ com $o \in O$).

Desta forma, estamos em condições para apresentar, na próxima secção o modelo de sequenciação de veículos desenvolvido.

Modelo de Sequenciação de Veículos

Um modelo matemático foi desenvolvido para o problema de sequenciação de veículos. O modelo inicial, que considera apenas restrições de capacidade baseia-se no Modelo OPL incluído no IBM ILOG 12.2 CPLEX Optimization Studio e no modelo de Drexl and Kimms (2001). O nosso modelo considera que:

- os carros são produzidos numa linha de montagem;
- os carros se movem ao longo das estações de trabalho, onde são instaladas as opções dos veículos, como o ar condicionado ou os rádios;

- a linha de montagem pode ser vista como um conjunto de posições, em número igual à procura, onde cada carro vai ser alocado a uma das posições;
- os carros não podem ser alocados arbitrariamente porque existe capacidade limitada;
- a cada opção que limite a capacidade de produção, porque a sua montagem exige mais do que o tempo de ciclo, está associada uma restrição de capacidade;
- os carros para mercados especiais devem ficar nos primeiros lugares da sequência, por motivos de qualidade e de restrições de envio;
- os carros com a mesma cor devem estar juntos na sequência.
- a nossa função objetivo considera três características:
 - O número de vezes que uma restrição de capacidade é violada, através do método introduzido no *ROADEF Challenge 2005* (Prandstetter, 2005). Cada restrição de capacidade tem diferentes níveis de prioridade tendo em conta o tempo extra necessário para montar essa opção.
 - Os carros especiais devem ser sequenciados nas primeiras posições;
 - A dispersão de carros da mesma cor deve ser o menor possível, num compromisso com os restantes objetivos do sistema.

De seguida, iremos apresentar o modelo matemático e explicá-lo em detalhe.

Novo modelo de programação matemática para sequenciação de veículos

A nossa formulação inclui um conjunto de parâmetros constituídos pelas opções ($o \in O$), por um conjunto de cores ($c \in C$), pelas cores dos carros especiais ($dc \subseteq C$) e por um conjunto de variantes ($v \in V$) requeridas pelos clientes. Cada variante (v) é constituída por um conjunto de opções (o) e contém apenas uma cor (c). A matriz binária \hat{O} considera as opções de cada variante. Se a opção (o) está incluída na variante (v), o valor é 1, se não está incluída o valor é 0. A matriz binária \hat{C} considera as cores de cada variante. Se a

cor (c) pertence à variante (v), o valor é 1, se não pertence o valor é 0. As primeiras cores na matriz das cores são as cores dos carros especiais (dc).

O número de carros especiais (di) é igual a $\sum_v^V D_v * c_{c,v}, \forall c \in dc$. A procura total é igual a $\sum_v^V D_v$, sendo D_v a procura de cada variante. A procura total corresponde ao número total de posições na sequência (T). A cada opção corresponde uma restrição de capacidade ($H_o:N_o$) que significa que apenas podem ser sequenciados H_o carros numa sequência de N_o carros que requerem a opção $o \in O$. Cada restrição de capacidade tem diferentes níveis de prioridade de acordo com o tempo extra necessário para a montagem da opção (w_o).

A função objetivo considera três medidas. Todas têm um peso associado. O peso é atribuído à parte da função objetivo que avalia as violações das restrições de capacidade. O peso é atribuído à parte da função objetivo que avalia se os carros especiais se encontram nos primeiros lugares da sequência. O peso 1 é atribuído à parte da função objetivo que avalia a dispersão de cor dos carros.

As variáveis de decisão que constam deste modelo são as seguintes:

- $custo$ - valor da função objetivo
- $pen_{o,t}$ - penalidade associada à violação de restrições de capacidade
- $\hat{X} = [x_{v,t}]$ - matriz 0-1 cujo valor de $x_{v,t}$ é 1 se a variante v for colocada na posição t . Caso contrário, o valor é zero.
- $\hat{S} = [start_{c,t}]$ - matriz 0-1 cujo valor de $start_{c,t}$ é 1 entre a primeira e a última posição da sequência. Nos restantes casos o valor é zero.
- $\hat{E} = [end_{c,t}]$ matriz 0-1 cujo valor de $end_{c,t}$ é 1 depois da última posição do carro com a cor c . Nos restantes casos o valor é zero.

O modelo matemático desenvolvido pode então ser descrito da seguinte forma:

$$\min[custo] \tag{1}$$

$$custo = \alpha * \left(\sum_{o=1}^O \sum_{t=1}^T pen_{o,t} * w_o \right) \tag{2}$$

$$\begin{aligned}
& + \beta * \left(\sum_{v=1}^V \sum_{c=1}^{dc} \sum_{t=dt+1+l}^T c_{c,t} * x_{v,t} * (t - dt) \right) \\
& + \sum_{c=1}^C \sum_{n=1}^T (start_{c,n} - end_{c,n})
\end{aligned}$$

s.a

$$\sum_{v=1}^V x_{v,t} = 1, \forall t \in T \quad (3)$$

$$\sum_{t=1}^T x_{v,t} = D_v, \forall v \in V \quad (4)$$

$$\sum_{v=1}^V \sum_{j=k}^{k+N_o-1} (x_{v,j} * o_{o,v}) - pen_{o,j} \leq H_o, \forall o \in O, \forall k \in \{1 \dots T - N_o + 1\} \quad (5)$$

$$\sum_{v=1}^V (x_{v,t} * c_{c,v}) \leq start_{c,t} - end_{c,t}, \forall c \in C, \forall t \in T \quad (6)$$

$$start_{c,s} \leq start_{c,s+1}, \forall c \in C, \forall s \in \{1 \dots T - 1\} \quad (7)$$

$$end_{c,s} \leq end_{c,s+1}, \forall c \in C, \forall s \in \{1 \dots T - 1\} \quad (8)$$

$$pen_{o,t} \geq 0, \forall o \in O, \forall t \in T \quad (9)$$

$$x_{v,t} \in \{0,1\}, \forall v \in V, \forall t \in T \quad (10)$$

$$start_{c,t} \in \{0,1\}, \forall c \in C, \forall t \in T \quad (11)$$

$$end_{c,t} \in \{0,1\}, \forall c \in C, \forall t \in T \quad (12)$$

A função objetivo (equação 1) considera: o número de violações de restrições de capacidade, usando o método introduzido no *ROADEF Challenge 2005*, expresso na primeira linha da equação 2, o posicionamento dos carros especiais, expresso na segunda linha da equação 2, e a soma da dispersão dos carros da mesma cor, expresso na terceira linha da equação 2. As equações 3 a 12 descrevem as restrições do modelo. A equação 3 garante que apenas um carro pode ser produzido na posição t . Para assegurar que o número de carros de cada variante corresponde exatamente à procura dos clientes, a restrição 4 foi implementada. As restrições 5 e 9 garantem que cada violação de restrição de capacidade é contada corretamente usando o método aplicado no *ROADEF Challenge 2005* e a variável $pen_{o,t}$. As restrições 6, 7, 8, que o valor $start_{c,t}$ da

matriz \hat{E} é 1 entre o primeiro e último carro da sequência e zero nos outros casos, e que o valor $end_{c,t}$ da matriz \hat{E} é 1 depois da última posição do carro com a cor c e zero nos outros casos. As restrições 10, 11 e 12 garantem que as matrizes \hat{S} , \hat{E} e \hat{X} são binárias.

Nas secções seguintes, vamos explicar com detalhe como foram considerados os carros especiais e a dispersão de cor.

Os carros especiais nas sequências

O nosso parceiro industrial definiu que é importante proceder à montagem dos carros especiais nos primeiros lugares da sequência. Isto porque estes carros têm de ser entregues no início do dia, e, por isso, é importante produzi-los primeiro. Sendo a programação matemática uma ferramenta poderosa para modelar características especiais decidiu introduzir-se uma penalização na função objetivo do modelo de programação matemática, como se pode verificar na figura seguinte.



Figura 3: Representação da função objetivo para 30 carros especiais e 40 posições, considerando que os carros especiais devem ficar em primeiro lugar na sequência.

Como exemplo, suponhamos que 30 carros especiais devem ser produzidos num determinado turno. Se eles não forem sequenciados nos primeiros 30 lugares da sequência, uma penalidade é adicionada na função objetivo tal como está representada na Figura 3. Carros especiais até a posição 30, inclusive, não terão penalidades. Por outro lado, se um carro especial é sequenciado após a posição 30, o valor da penalidade corresponde à diferença

entre à posição do carro e o número de carros especiais, multiplicada por uma constante, que neste exemplo é 10.

Observe-se que pode não ser possível colocar os 30 carros nas primeiras 30 posições da sequência sem violar as restrições de capacidade. Portanto, como estes objetivos podem ser conflituosos, foram então dados pesos diferentes na função objetivo. Com o auxílio do nosso parceiro industrial considerou-se que a questão mais importante na sequência final de montagem de automóveis é obedecer às restrições de capacidade. Por este motivo, a penalidade associada às restrições de capacidade é a mais elevada ($\alpha = 50000$) e a penalidade associada à não sequenciação dos carros especiais nos primeiros lugares da sequência tem um valor intermédio ($\beta = 10$). Outra penalidade menor (peso = 1) é considerada para a dispersão de cor. Este valor é menor, porque, de acordo com o nosso parceiro industrial, obedecer às restrições de capacidade e sequenciar os veículos especiais nos primeiros lugares da sequência, é mais importante do que medir a dispersão de cor, e entendeu-se que $\beta = 10$ seria adequado. No que diz respeito à escolha de $\alpha = 50000$, esta destina-se a assegurar que uma solução com um número maior de violações de restrições de capacidade nunca irá ocorrer se existir alguma solução com um número menor de violações de restrições de capacidade. Este número é suficientemente grande para garantir que a solução com menor número de violações de restrições de capacidade é escolhida, mesmo que tenha maior dispersão de cor, por exemplo; Por outro lado, não é demasiado grande para causar problemas de estabilidade numérica do modelo.

Dispersão de carros da mesma cor

Na literatura, os modelos desenvolvidos anteriormente, como o de Prandstetter and Raidl (2008), consideram o número de mudanças de cor. Estes modelos assumem que há uma mudança de cor na sequência se dois carros adjacentes têm cores diferentes. Nestes modelos o número de mudanças de cor é o mesmo quando dois carros estão afastados duas posições (dois carros com outra cor no meio) ou quando estão separados 100 posições. Por esta razão, introduzimos o conceito de uma sequência que minimiza a soma dos valores

de dispersão de carros com a mesma cor, tentando colocar os carros de uma determinada cor o mais próximo possível na sequência de montagem.

A solução fornecida pelo nosso modelo encontra-se representada na Figura 4. A primeira linha representa as cores dos carros e a segunda representa a opção de cada carro, considerando apenas o modelo do carro (A, B e C). Na segunda linha, os carros amarelos têm uma restrição de capacidade de 1:2 e os carros cor de laranja tem uma restrição de capacidade de 2:3. Como já foi explicado, anteriormente, a restrição 1:2 significa que apenas é permitido 1 carro em cada 2 carros sequenciados, o mesmo para a restrição 2:3 que significa que apenas são permitidos 2 carros em cada 3 carros sequenciados. Este exemplo considera 187 carros, 32 variantes, 10 opções, 11 cores, 74 carros especiais, $\beta = 10$ e $\alpha = 50000$.



Figura 4: Solução fornecida pela formulação de programação inteira.

Considerando as cores dos carros e, por isso, a primeira linha, neste exemplo, todos os carros especiais, que têm cor preta, são colocados nas primeiras posições da sequência, e a dispersão de cor correspondente é igual a zero. Considerando os carros vermelhos da primeira linha, verificamos que para evitar a colocação de dois carros com a opção amarela da segunda linha juntos, e, por isso, evitar a violação de restrições de capacidade, há dois carros de outra cor colocados entre os carros vermelhos. Portanto, a dispersão da cor vermelha é igual a dois. Globalmente esta solução, não ótima, mostra uma dispersão total de 23 e foi obtida em, aproximadamente, uma hora e meia. Esta solução não otimiza a função objetivo, uma vez que não foi dado tempo suficiente para o *Cplex* encontrar essa solução.

Soluções com uma dispersão de cores reduzida permitem definir lotes de carros com a mesma cor para formar uma sequência na área de pintura. Para fins ilustrativos, na solução apresentada na Fig. 4, os carros podem ser pintados utilizando a sequência: preto, azul esverdeado, vermelho, branco, etc. Isto

permite uma redução do consumo de solventes na área de pintura, porque as cores serão alteradas vezes menos.

A estratégia consiste em utilizar a sequência para determinar a ordem dos carros na pintura. Após os carros serem pintados, eles podem entrar na linha de montagem final utilizando a sequência determinada pelo modelo. Mudanças de posição são necessárias, mas eles são permitidas, porque a empresa quer manter sempre um número de carros no *buffer* intermédio entre a pintura e montagem final.

Esta estratégia pode também proporcionar uma melhor logística com os fornecedores, por exemplo, no caso dos para-choques, que têm atributo cor e são fornecidos numa sequência que segue a sequência da montagem final. A entrega de para-choques quando as cores estão agrupadas pode permitir ao fornecedor uma produção em lotes e uma diminuição das operações necessárias para organizar a sequência, reduzindo os custos, e até mesmo evitar eventuais erros de abastecimento de sequência.

Este novo modelo que conta a dispersão de cada cor tem uma complexidade maior, face ao modelo que considera apenas restrições de capacidade e carros especiais. Por sua vez apresenta, também, maiores tempos computacionais para obter uma solução. Por esta razão, foi estudado o desenvolvimento de uma heurística que será descrita na próxima secção.

Nova heurística integrada com o modelo de programação inteira

Resultados preliminares mostraram que o modelo que considera apenas restrições de capacidade e carros especiais é resolvido, em média, em segundos para 300 carros, no IBM ILOG 12.2. No entanto, quando se insere no modelo a dispersão de cor o problema torna-se mais difícil de resolver. Por este motivo, uma heurística foi desenvolvida, mantendo a abordagem original do problema.

A ideia básica por trás da heurística é uma medida aproximada do valor de dispersão. Em vez de medir a dispersão considerando o número total de posições ocupadas pelos carros de uma determinada cor, a heurística mede a dispersão considerando o número total de intervalos com, por exemplo, 5, 10 ou 25 posições ocupadas pelos carros e pelas respectivas cores. Assim, a

heurística simplifica o problema dividindo a sequência em intervalos, reduzindo assim o número de variáveis e, conseqüentemente, a complexidade do problema.

Para reduzir o número de variáveis da matriz das cores, o conceito de número de intervalos foi criado. Cada intervalo (intervalo) representa um grupo de carros de acordo com a seguinte equação:

$$\text{número de intervalos} = \frac{\text{número de posições}}{\text{largura dos intervalos}}$$

Para cada cor, considera-se um intervalo de carros, constituído por um determinado número de carros, como a Figura 5 explica.

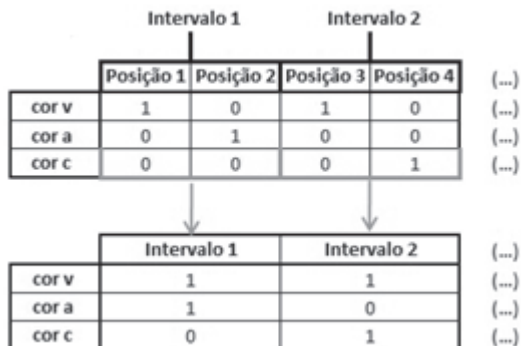


Figura 5: Aglomerar de 4 carros considerando três cores, um número de intervalos igual a 2.

A Figura 5 permite explicar melhor o conceito de aglomerar carros em intervalos. Por exemplo, a Posição 1 e 2, vão passar a ser representadas pelo intervalo 1. Esse intervalo adquire assim a cor dos carros da Posição 1 e 2. Portanto, cada intervalo pode ter mais do que uma cor, pois a sua cor corresponde à cor das posições aglomeradas.

O número de intervalos adequado, para cada problema de otimização, deve ser avaliado testando diversas larguras de intervalo e tendo em conta os resultados computacionais desses testes. Isto porque o número de intervalos deve ser o mais próximo possível do número de posições da sequência, para alcançar o resultado mais próximo possível da solução ótima do problema real. Estima-se que esta aproximação esteja de acordo com a seguinte equação.

dispersão do problema real

*= dispersão da heurística * largura dos intervalos*

Isto significa que a dispersão do problema real é, no máximo, igual à largura do intervalo multiplicado pelo valor da dispersão do resultado da heurística. Esta questão não será explorada neste artigo, mas é desenvolvida em Duarte (2014).

Resumindo, a heurística simplifica o problema dividindo a sequência em pequenos intervalos, conseguindo-se desta forma a redução do número de variáveis. Por outro lado, em vez de uma solução ótima global, à saída obteremos uma solução ótima de um problema aproximado.

A formulação deste novo modelo inclui uma função objetivo similar (equação 1 da secção 4) e as restrições 3, 4, 5, 9 e 10 do modelo de programação apresentado na secção 4. No entanto, as variáveis $start_{c,t}$ e $end_{c,t}$ terão uma formulação diferente devido ao conceito do número de intervalos ($nint$). Assim, foram criados os parâmetros $nint$ e $nlarge$. O parâmetro $nlarge$ representa a largura do intervalo e é obtida considerando a seguinte equação.

$$nlarge = \begin{cases} \frac{T}{nint} + 1, & t \% nint \neq 0 \\ \frac{T}{nint}, & otherwise \end{cases}$$

Uma nova variável de decisão foi criada e as variáveis $start_{c,t}$ e $end_{c,t}$ foram modificadas da seguinte forma:

- $\hat{S} = [start_{c,s}]$ - Matriz binária. Valor de $start_{c,s}$ igual a 1 quando o primeiro intervalo de carros, s , com $s \in \{1 \dots nint\}$, com a cor c é sequenciado. Mantém-se igual a 1 até ao último intervalo.
- $\hat{E} = [end_{c,s}]$ - Matriz binária. Valor de $end_{c,s}$ igual a 1 depois do último intervalo de carros, s , com $s \in \{1 \dots nint\}$, com a cor c ser sequenciado. Mantém-se igual a 1 até ao último intervalo.
- $\hat{B} = [bint_{c,s}]$ = Matriz binária. Valor igual a 1 se a cor c é sequenciada no intervalo s , com $s \in \{1 \dots nint\}$.

A nova formulação que inclui a heurística é definida pelas seguintes equações.

$$\min[\text{custo}] \quad (1)$$

$$\text{custo} = \alpha * \left(\sum_{o=1}^O \sum_{t=1}^T \text{pen}_{o,t} * w_o \right) + \beta * \left(\sum_{v=1}^V \sum_{c=1}^{dc} \sum_{t=dt+1}^T c_{c,t} * x_{v,t} * (t - dt) \right) \quad (2a)$$

$$+ \sum_{c=1}^C \sum_{n=1}^{nint} (\text{start}_{c,n} - \text{end}_{c,n})$$

$$\sum_{v=1}^V x_{v,t} = 1, \forall t \in T \quad (3)$$

$$\sum_{t=1}^T x_{v,t} = D_v, \forall v \in V \quad (4)$$

$$\sum_{v=1}^V \sum_{j=k}^{k+N_o-1} (x_{v,j} * o_{o,v}) - \text{pen}_{o,j} \leq H_o, \forall o \in O, \forall k \in \{1 \dots T - N_o + 1\} \quad (5)$$

$$\sum_{v=1}^V (x_{v,t} * c_{c,v}) \leq \text{bint}_{c,[(T-1)\backslash nlarge]+1}, \forall c \in C, \forall t \in T \quad (13)$$

$$\text{bint}_{c,s} \leq \text{start}_{c,s} - \text{end}_{c,s}, \forall c \in C, \forall s \in \{1 \dots nint\} \quad (6a)$$

$$\text{start}_{c,s} \leq \text{start}_{c,s+1}, \forall c \in C, \forall s \in \{1 \dots nint - 1\} \quad (7a)$$

$$\text{end}_{c,s} \leq \text{end}_{c,s+1}, \forall c \in C, \forall s \in \{1 \dots nint - 1\} \quad (8a)$$

$$\text{pen}_{o,t} \geq 0, \forall o \in O, \forall t \in T \quad (9)$$

$$x_{v,t} \in \{0,1\}, \forall v \in V, \forall t \in T \quad (10)$$

$$\text{start}_{c,s} \in \{0,1\}, \forall c \in C, \forall s \in \{1 \dots nint - 1\} \quad (11a)$$

$$\text{end}_{c,s} \in \{0,1\}, \forall c \in C, \forall s \in \{1 \dots nint - 1\} \quad (12a)$$

$$\text{bint}_{c,s} \in \{0,1\}, \forall c \in C, \forall s \in \{1 \dots nint - 1\} \quad (13)$$

Na secção seguinte vamos apresentar os resultados do novo modelo que considera a heurística.

Resultados Preliminares

O modelo proposto foi testado considerando os dados da procura do nosso parceiro industrial. Estes dados incluem 42 semanas de 2010 e 2011. Com estes dados foi criado um gerador aleatório, no Excel, para obtermos cenários semelhantes aos que ocorreram durante estas 42 semanas.

Nestes resultados testamos 6 instâncias aleatórias, que foram testadas considerando 5 intervalos para a heurística e um limite de tempo de execução de 30 minutos. Consideramos que este é um tempo razoável, uma vez que o planejamento é para ser efetuado antes do início do turno. Isto porque pode ser necessário fazer reajustamentos à sequência devido, por exemplo, a problemas de qualidade ou problemas com fornecedores. O número de intervalos é igual a 5, porque testes anteriores que avaliaram a sensibilidade deste parâmetro, revelaram que este valor traz bons resultados, em 30 minutos.

As instâncias criadas pelo gerador aleatório têm as características descritas na Tabela 1.

Na Tabela 1 existem opções que não têm procura porque as 6 instâncias são geradas considerando a procura de 42 semanas dos anos de 2010 e 2011, como já foi referido no início desta secção. Como a procura das opções com estas restrições de capacidade é baixa, as instâncias geradas não contiveram carros com estas opções.

Os resultados das diferentes instâncias foram testados considerando os três problemas seguintes:

1. Problema restrições de capacidade (considerando apenas a primeira linha da equação 2 na secção 4) – minimiza o número de violações das restrições de capacidade;
2. Problema restrições de capacidade + Carros especiais (considerando a primeira e segunda linhas da equação 2 na secção 4) – minimiza o número de violações das restrições de capacidade e tenta colocar os carros especiais nas primeiras posições da sequência;
3. Problema restrições de capacidade + Carros especiais + Dispersão (considerando o problema global equação 2 na secção 4) – minimiza o número de violações das restrições de capacidade, tenta colocar os carros especiais nas primeiras posições da sequência e minimiza a dispersão dos carros com a mesma cor.

Tabela 1: Características das Instâncias.

Características das Instâncias	Instância 1	Instância 2	Instância 3	Instância 4	Instância 5	Instância 6	
Número Carros	300						
Mix (número carros modelos A, B e C – A:B:C)	37:121:142	74:51:175	48:99:153	54:83:163	52:105:143	48:103:149	
Número Opções	14	14	14	15	14	15	
Número Variantes	115	103	113	121	102	109	
Número Cores	16	19	17	19	18	18	
Número Carros Especiais	79	52	69	65	53	80	
Taxa de Utilização	Opção 1 Restrição capacidade - 1:2	0,95	1,17	1,02	1,09	0,95	0,99
	Opção 2 Restrição capacidade - 1:2	0,37	0,74	0,48	0,54	0,52	0,48
	Opção 3 Restrição capacidade - 1:3	0,17	0,09	0,21	0,12	0,18	0,15
	Opção 4 Restrição capacidade - 1:3	0,28	0,23	0,20	0,39	0,19	0,23
	Opção 5 Restrição capacidade - 1:4	0,23	0,19	0,15	0,20	0,15	0,20
	Opção 6 Restrição capacidade - 1:4	0,43	0,17	0,35	0,17	0,17	0,09
	Opção 7 Restrição capacidade - 1:26	0,24	0,16	0,12	0,24	0,16	0,24
	Opção 8 Restrição capacidade - 1:6	0,08	0,14	0,06	0,10	0,00	0,10
	Opção 9 Restrição capacidade - 1:6	0,12	0,05	0,12	0,07	0,10	0,08
	Opção 10 Restrição capacidade - 1:3	0,16	0,11	0,13	0,16	0,04	0,19
	Opção 11 Restrição capacidade - 1:4	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
	Opção 12 Restrição capacidade - 1:16	0,08	0,02	0,11	0,05	0,05	0,08
	Opção 13 Restrição capacidade - 1:3	0,00	0,00	0,00	0,04	0,00	0,02
	Opção 14 Restrição capacidade - 1:6	0,00	0,00	0,00	0,00	0,01	0,00
	Opção 15 Restrição capacidade - 1:2	0,25	0,21	0,25	0,27	0,23	0,33
	Opção 16 Restrição capacidade - 1:2	0,06	0,05	0,05	0,05	0,04	0,03
Média	0,26	0,26	0,25	0,25	0,21	0,23	

O segundo e o terceiro problemas são hierárquicos e respeitam a seguinte figura.

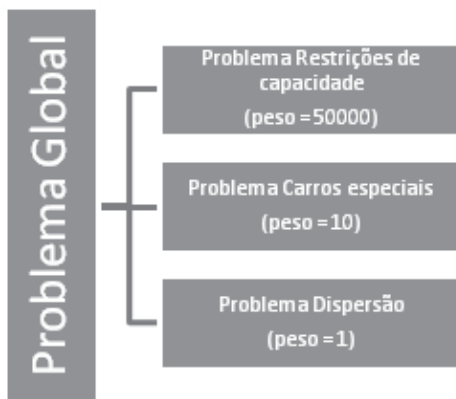


Figura 6: Abordagem hierárquica multiobjetivo.

Analisando a Figura 6 podemos verificar que a prioridade é respeitar as restrições de capacidade. A segunda prioridade é colocar os carros especiais nas primeiras posições da sequência e, a última, é minimizar a dispersão dos carros com a mesma cor. A escolha dos pesos a dar a cada sub-problema deve ser feita para assegurar que uma solução com mais violações de restrições de capacidade nunca vai ocorrer se for possível obter uma solução com menos violações, mesmo que essa solução seja pior em termos de dispersão de cor. O conjunto de valores indicado na Figura 6 assegura esse objetivo.

A hierarquização do modelo foi considerada tendo em conta os objetivos da empresa e da indústria automóvel em geral, tendo em conta que este modelo foi desenvolvido para, em primeiro lugar, responder às necessidades da montagem final.

Nas tabelas com os resultados finais (Tabela 2 e Tabela 3), apresentámos os resultados em termos de tempo, número de violações de restrições de capacidade, posição do último carro especial comparando com o número de carros especiais (valor entre parêntesis) e dispersão. Os valores de dispersão são comparáveis para qualquer problema que estejamos a analisar, porque são obtidos da mesma forma em todos os problemas, somando dispersão de cada cor. O valor do GAP, mencionado na Tabela 3, é calculado da seguinte forma.

$$\text{GAP} = \frac{\text{Valor actual da função objectivo} - \text{limite inferior função objectivo}}{\text{Valor actual da função objectivo}}$$

Note-se que o valor da função objetivo é diferente do valor da dispersão, e o GAP diz respeito ao valor da função objetivo.

De seguida vamos apresentar os resultados do problema das restrições de capacidade e do problema das restrições de capacidade e dos carros especiais na Tabela 2. Os resultados do problema global encontram-se na Tabela 3.

Tabela 2: Solução ótima para o problema das restrições de capacidade e para o problema das restrições de capacidade e dos carros especiais.

		Problema Restrições de capacidade			Problema Restrições de capacidade + Carros especiais			
		Solução Óptima			Solução Óptima			
		Tempo (s)	Violações de Capacidade	Dispersão	Tempo (s)	Violações de Capacidade	Posição último carro especial	Dispersão
Instância 1	Sem Heurística	9.25	0	3203	20.93	0	79 (79)	2336
	Com Heurística <i>nint</i> = 5							
Instância 2	Sem Heurística	9.56	49	4012	185.33	49	55 (52)	3317
	Com Heurística <i>nint</i> = 5							
Instância 3	Sem Heurística	18.35	5	3485	22.98	5	78 (69)	833
	Com Heurística <i>nint</i> = 5							
Instância 4	Sem Heurística	11.81	25	3759	115.43	25	65 (65)	2832
	Com Heurística <i>nint</i> = 5							
Instância 5	Sem Heurística	6.58	0	3997	88.42	0	53 (53)	3123
	Com Heurística <i>nint</i> = 5							
Instância 6	Sem Heurística	8.31	0	3544	3.68	0	85 (80)	2863
	Com Heurística <i>nint</i> = 5							

A Tabela 3 apresenta apenas um resultado tanto para o problema “Sem heurística” como para o problema “Com Heurística $nint=5$ ” porque para o problema das restrições de capacidade e para o problema das restrições de capacidade e dos carros especiais a heurística não é considerada. A heurística é apenas utilizada quando é considerado o problema de dispersão de cor.

As soluções encontradas e descritas na Tabela 3 para as Instâncias são soluções ótimas para o problema de minimização da função objetivo. Isto porque o tempo em segundos é sempre menor que 1800 segundos, o tempo máximo que demoraria a simulação. Assim, por exemplo, para a Instância 2 o número mínimo de violações de restrições de capacidade é 49.

Analisando os resultados das tabelas 2 e 3, podemos verificar que para a capacidade considerada de 300 carros por turno:

- O modelo resolve o problema das restrições de capacidade e o problema das restrições de capacidade e dos carros especiais em menos de 60 segundos, em média;
- O modelo das restrições de capacidade origina maiores valores de dispersão do que os restantes modelos testados como se pode verificar pela análise da Instância 3 onde o resultado ótimo do problema “Restrições de capacidade + carros especiais” é inferior ao resultado ótimo do problema “Restrições de capacidade + Carros especiais + Dispersão”. Isto justifica-se pelo facto de este resultado ótimo ser aproximado uma vez que foi considerada a Heurística com $nint=5$;
- A complexidade do problema aumenta quando introduzimos a dispersão na função objetivo porque o número de restrições e de variáveis aumenta. Isto é demonstrado pelo facto dos tempos para alcançar uma solução ótima aumentarem;
- Considerando o problema global, podemos afirmar que a abordagem heurística origina melhores resultados em termos de dispersão, em 30 segundos.

Tabela 3: Soluções para o problema das restrições de capacidade, dos carros especiais e da dispersão dos carros.

		Problema Restrições de capacidade + Carros especiais + Dispersão															
		Melhor solução aos 5 minutos				Melhor solução aos 20 minutos				Melhor solução aos 30 minutos				Solução Ótima			
Instância		Violações de Capacidade	Posição último carro especial	Dispersão	GAP	Violações de Capacidade	Posição último carro especial	Dispersão	GAP	Violações de Capacidade	Posição último carro especial	Dispersão	GAP	Tempo (s)	Violações de Capacidade	Posição último carro especial	Dispersão
1	Sem Heurística	0	79 (79)	3242	100%	0	79 (79)	3242	100%	0	79 (79)	3241	100%	Not found	Not found	Not found	Not found
	Com Heurística <i>nint</i> = 5	0	79 (79)	1291	10%	0	79 (79)	804	14%	0	79 (79)	802	10%	Not found	Not found	Not found	Not found
2	Sem Heurística	49	55 (52)	3665	77%	49	55 (52)	3665	77%	49	55 (52)	3665	77%	Not found	Not found	Not found	Not found
	Com Heurística <i>nint</i> = 5	49	55 (52)	2315	76%	49	55 (52)	2315	76%	49	55 (52)	2315	76%	Not found	Not found	Not found	Not found
3	Sem Heurística	5	78 (69)	Not found	Not found	5	78 (69)	3872	97%	5	78 (69)	3872	97%	Not found	Not found	Not found	Not found
	Com Heurística <i>nint</i> = 5	Optimal solution found before	Optimal solution found before	Optimal solution found before	Optimal solution found before	Optimal solution found before	Optimal solution found before	Optimal solution found before	Optimal solution found before	Optimal solution found before	Optimal solution found before	Optimal solution found before	Optimal solution found before	57.64	5	78 (69)	191
4	Sem Heurística	25	65 (65)	Not found	Not found	25	65 (65)	4468	87%	25	65 (65)	4468	87%	1118.17	25	65 (65)	165
	Com Heurística <i>nint</i> = 5	25	65 (65)	2548	85%	Optimal solution found before	Optimal solution found before	Optimal solution found before	Optimal solution found before	Optimal solution found before	Optimal solution found before	Optimal solution found before	Optimal solution found before	1118.17	25	65 (65)	3
5	Sem Heurística	0	53 (53)	4032	100%	0	53 (53)	4032	100%	0	53 (53)	4032	100%	Not found	Not found	Not found	Not found
	Com Heurística <i>nint</i> = 5	0	53 (53)	1120	27%	0	53 (53)	1120	27%	0	53 (53)	1120	27%	Not found	Not found	Not found	Not found
6	Sem Heurística	0	85 (80)	3923	100%	0	85 (80)	3923	100%	0	85 (80)	3923	100%	Not found	Not found	Not found	Not found
	Com Heurística <i>nint</i> = 5	0	85 (80)	2062	100%	0	85 (80)	975	3%	0	85 (80)	975	3%	Not found	Not found	Not found	Not found

- Analisando ao pormenor, verificamos que as instâncias 3 e 4 conseguem alcançar uma solução ótima em menos de 30 minutos. Estas instâncias têm em comum o facto de, devido à procura da opção 1, não ser possível encontrar uma solução ótima com zero violações de restrições de capacidade e com todos os carros especiais seguidos nos primeiros lugares da sequência. Desta forma, podemos concluir que a existência de violações de restrições de capacidade na solução que minimiza o número de violações de restrições de capacidade, e o facto dos carros especiais não poderem ser sequenciados seguidos nas primeiras posições da sequência, não torna o problema mais complexo. No entanto, mais testes são necessários para confirmar este facto.

Tendo como referência os resultados da primeira instância descritos na Tabela 3, a dispersão das soluções ao fim de 30 minutos para a abordagem exata e para a abordagem heurística, está representada na Figura 7 e na Figura 8.



Figura 7: Representação da dispersão – abordagem exacta, instância 1.



Figura 8: Representação da dispersão – abordagem heurística, instância 1.

Analisando a Figura 7 e a Figura 8 podemos afirmar que a abordagem heurística nos dá melhores soluções do que a abordagem exata. Na Figura 8, podem distinguir-se grupos maiores de cores. Maiores grupos de cor, significam que os carros da mesma cor estão mais próximos. Neste sentido, as soluções são melhores em termos de dispersão. Os carros pretos, cinzentos e brancos, por exemplo, estão mais próximos nesta figura.

Apesar de serem necessários mais testes, acreditamos que esta heurística nos permite poupar tempo e que é possível desenvolver uma ferramenta, baseada nestes modelos, que possa ser usada diariamente para sequenciação de veículos, no nosso parceiro industrial.

Conclusões

Através da análise dos resultados preliminares verificamos que estes modelos têm potencial para poderem ser utilizados para obtenção das seqüências diárias de produção, no nosso parceiro industrial. Estes modelos minimizam as violações das restrições de capacidade, a dispersão de cor e tentam sequenciar os carros especiais nos primeiros lugares da seqüência.

Estes resultados mostram, também, que soluções que minimizem as violações de restrições de capacidade e que tentam sequenciar os carros especiais nos primeiros lugares da seqüência podem ser obtidos em poucos segundos. Também podemos afirmar, que a heurística apresenta melhores resultados quando comparada com o modelo inicial.

Atualmente, o parceiro industrial deste projeto, considera apenas as restrições de capacidade no modelo de planeamento. No entanto, quando por razões de procura elevada, alguma restrição de capacidade tem de ser violada, o que a empresa faz é relaxar as restrições de capacidade. Por exemplo, se existirem 10 carros e 6 deles tiverem uma opção com a restrição de capacidade 1:2, isto significa, que teremos de violar esta restrição uma vez. O nosso parceiro industrial, neste momento, transforma a restrição de capacidade 1:2 em 1:3, o nosso modelo minimiza a violação de restrições de capacidade.

Em termos de outros impactos no nosso parceiro industrial acreditamos que este modelo nos permitirá alcançar um melhor planeamento do número de trabalhadores extra, quando são violadas restrições de capacidade. Isto porque esta é uma das respostas do modelo que nos informa do número de minutos extra necessários para completar a seqüência. Também acreditamos que este modelo pode melhorar a sincronização entre a pintura e a montagem final, reduzir o custo com solventes na área de pintura se a seqüência da montagem final for considerada para a criação de lotes de cor na pintura, e pode melhorar a logística e reduzir os custos com os fornecedores da montagem final,

permitindo a entrega de peças por cores e reduzindo os custos do rearranjo da sequência.

A redução do custo com solventes na área de pintura, já era tido em conta nos modelos desenvolvidos pelo Prandstetter (2005), no entanto, o conceito de dispersão de cor irá, também, permitir a redução do tempo que os carros passam no stock entre a pintura e a montagem final (WIP), uma vez que desta forma tentamos aproximar todos os carros da mesma cor.

Sendo assim, o uso da heurística juntamente com o modelo inicial, parece ser uma boa abordagem para sequenciar veículos, não só no nosso parceiro industrial, mas também, noutras indústrias de montagem de veículos.

Este artigo apenas contém resultados preliminares pelo que será necessário desenvolver mais testes para provar que efetivamente o modelo pode ser aplicado no nosso parceiro industrial. É necessário também um estudo aprofundado e uma análise de sensibilidade dos pesos a dar na função multiobjectivo. Uma análise mais aprofundada também é necessária para definir a melhor escolha quanto ao número de intervalos a utilizar na heurística.

REFERÊNCIAS

Cordeau, J.-F., Laporte, G., & Pasin, F. (2008). Iterated tabu search for the car sequencing problem. *European Journal of Operational Research*, 191, 945-956.

Drexler, A., & Kimms, A. (2001). Sequencing JIT Mixed-Model Assembly Lines Under Station-Load and Part-Usage Constraints. *Management Science*, 47(3), 480-491.

Duarte, C. S. R. (2014). *Single Line for Assembly Just-in-Sequence Multiple Models*. (PhD), University of Minho.

Estellon, B., Gardi, F., & Nouioua, K. (2008). Two local search approaches for solving real-life car sequencing problems. *European Journal of Operational Research*, 191, 928-944.

Fliedner, M., & Boysen, N. (2008). Solving the car sequencing problem via Branch & Bound. *European Journal of Operational Research*, 191, 1023-1042.

Gottlieb, J., Puchta, M., & Solnon, C. (2003). A study of greedy, local search and ant colony optimization approaches for car sequencing problems *Applications of Evolutionary Computing* (Vol. 2611/2003): Springer Berlin / Heidelberg.

Gravel, M., Gagné, C., & Price, W. L. (2005). Review and comparison of three methods for the solution of the car sequencing problem. *Journal of the Operational Research Society*, 56, 1287-1295.

Prandstetter, M. (2005). *Exact and heuristic methods for solving the Car Sequencing Problem*. (Master), Vienna University, Vienna.

Prandstetter, M., & Raidl, G. R. (2008). An integer linear programming approach and a hybrid variable neighborhood search for the car sequencing problem. *European Journal of Operational Research*, 191, 1004–1022.

Reis, R. J. d. O. (2007). *Solving the Car Sequencing Problem from a Multiobjective Perspective*. (Master), Instituto Superior Técnico, Lisbon.

Ribeiro, C. C., Aloise, D., Noronha, T. F., Rocha, C., & Urrutia, S. (2008). *European Journal of Operational Research*(191), 981-992.

Solnon, C. (2008). Combining two pheromone structures for solving the car sequencing problem with ant colony optimization. *European Journal of Operational Research*(191), 1043-1055.

Solnon, C., Cung, V. D., Nguyen, A., & Artigues, C. (2008). The car sequencing problem: Overview of state-of-the-art methods and industrial case-study of the ROADEF'2005 challenge problem. *European Journal of Operational Research*, 191, 912-927.

Warwick, T., & Tsang, E. P. K. (1995). Tackling Car Sequencing Problems Using a Generic Genetic Algorithm. *Evolutionary Computation*, 3(3), 267-298.